

多速度差模型及稳定性分析^{*}

王 涛 高自友[†] 赵小梅

(北京交通大学交通运输学院系统科学所, 北京 100044)

(2005 年 5 月 17 日收到, 2005 年 8 月 16 日收到修改稿)

在全速度差(Full Velocity Difference, FVD)模型的基础上,提出了一个扩展模型——多速度差(Multiple Velocity Difference, MVD)模型. 在 MVD 模型中,尝试利用多辆前车信息以提高交通流的稳定性. 除了考虑前车与本车的速度差外,进一步利用了多辆前车间的速度差信息. 通过线性稳定性分析,对两个模型进行比较,发现在 MVD 模型中,自由流稳定的敏感系数临界值变小,稳定区域有明显增加. 数值仿真结果表明, MVD 模型能有效地抑制交通流堵塞.

关键词:交通流,稳定性分析,速度差,节能

PACC: 0550, 0520, 6470

1. 引 言

随着经济的不断发展,交通运输业,特别是公路交通运输,得到了长足发展. 但是交通需求量的增加速度远远大于道路基础设施建设速度,交通需求量的增加与交通建设的相对滞后已经构成非常突出的矛盾,交通拥堵问题,已经成为当前亟待解决的问题. 因此,在现有的交通资源下,有效地抑制交通拥堵,提高交通流稳定性,已成为目前交通流研究的重要课题之一.

在此方面,许多学者应用元胞自动机理论做了大量工作^[1-6]. 除元胞自动机交通流模型外,另一种微观交通流模型跟驰模型也取得了许多成果^[7-19],其中 Bando 等提出的优化速度(Optimal Velocity, OV)模型是一个简单且被广泛应用的车辆跟驰模型^[7]. 国内外学者利用 OV 模型做了一系列研究^[7-15]. Hayakawa 和 Nakanishi^[8]利用交通流和颗粒流理论,结合后面车辆的作用,提出了另一个交通流模型; Nagatani^[9]提出了考虑本车车头间距信息和前车车头间距信息的交通流模型; Lenz 等^[10]讨论了向前观测多个车辆的交通流模型; Ge 等^[11]结合智能交通系统,考虑多辆前车的车头间距信息对 OV 模

型进行了修正,利用线性稳定性和非线性分析,发现该模型对交通流有致稳作用; Hasebe 等^[12]考虑前后任意数量车辆车头间距信息,对 OV 模型进行了彻底扩展. 以上扩展模型都是利用其他车辆的位置信息建立交通流模型,以提高交通流稳定性. Helbing 和 Tilch^[13]考虑了前车与本车负速度差的作用,提出了广义力(General Force, GF)模型; 姜锐^[14]在 GF 模型的基础上,同时考虑到正速度差的影响,提出了全速度差(Full Velocity Difference, FVD)模型; 薛郁等提出了考虑车辆相对运动速度的 OV 模型和随机计及相对速度的车辆跟驰模型,利用线性稳定性分析和数值模拟,讨论了相对运动速度在交通流演化过程中的稳定作用^[15,16]. 以上研究均是考虑多个车辆的位置信息和邻近车辆的速度信息提高交通流的稳定性,从而抑制交通流堵塞的形成. 但到目前为止,还没有人考虑非邻近车辆的速度信息对交通流稳定性的影响. 借助智能交通系统,驾驶员可以获得非邻近车辆的速度信息,本文进一步考虑了多辆前车间速度差的作用,提出了 FVD 模型的扩展模型——多速度差(Multiple Velocity Difference, MVD)模型. 并通过解析方法和数值模拟,分析了扩展模型中交通流的稳定性及能量消耗情况. 研究结果表明,考虑多辆前车速度差的作用确实提高了交通流的稳定

^{*} 国家杰出青年科学基金(批准号:70225005)、国家自然科学基金(批准号:70471088)和高等院校博士点基金(批准号:20050004005)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: zygao@center.njtu.edu.cn

性 ,减少了车辆能量的消耗。

2. MVD 模型与稳定性分析

2.1. OV 模型、GF 模型和 FVD 模型

1995 年 Bando 等人提出了一个简单的车辆跟驰模型——OV 模型^[7] ,其微分方程描述如下 :

$$\ddot{x}_n(t) = a[V(\Delta x_n(t)) - v_n(t)],$$

$$(n = 1, 2, \dots, N) \quad (1)$$

其中 , a 是敏感系数 , t 表示时间 , N 是系统中车辆数 , $x_n(t)$ 是第 n 辆车的位置 (n 车跟随 $n + 1$ 车) , $\Delta x_n(t) = x_{n+1}(t) - x_n(t)$ 是第 n 辆车的车头间距 , $v_n(t)$ 表示第 n 辆车在 t 时刻的速度 , $V(\cdot)$ 表示优化速度函数 ,它是单调递增的且有上界。

1998 年 Helbing 和 Tilch^[13] 根据实测数据对 OV 模型参数进行了辨识 ,并发现 OV 模型存在过高加速度和不切实际的减速度问题 ,提出了广义力(GF)模型 ,其微分方程描述如下 :

$$\ddot{x}_n(t) = a[V(\Delta x_n(t)) - v_n(t)] + k_1 H(-\Delta v_n(t)) \Delta v_n(t), \quad (2)$$

其中 , k_1 为车辆 $n + 1$ 与车辆 n 速度差的反应系数 , $\Delta v_n(t) = v_{n+1}(t) - v_n(t)$ 是相对速度 , $H(\cdot)$ 为 Heaviside 阶梯函数。

GF 模型仅仅考虑到负速度差对车辆动力学的影响 ,Treiber 等人指出当前车比跟驰车快得多时 ,尽管车头间距小于安全距离 ,跟驰车也不会减速^[17]。这一现象用 OV 模型和 GF 模型都无法解释。因此 ,2001 年 ,姜锐^[14] 提出了全速度差(FVD)模型 ,其微分方程描述如下 :

$$\ddot{x}_n(t) = a[V(\Delta x_n(t)) - v_n(t)] + k_1 \Delta v_n(t) \quad (3)$$

FVD 模型能够成功地预测堵塞密度下车辆启动的延迟时间和车辆启动波速度。

2.2. MVD 模型

在实际交通中 ,车辆对来自前方车辆的刺激作用做出反应都有一个延迟时间 ,一般包括驾驶员反应延迟时间和机械调节延迟时间。驾驶员在行驶过程中 ,不仅仅受到邻近前车的影响 ,前面多个车辆状态的变化对于驾驶员的判断也是至关重要的(如前面车辆的紧急刹车)。考虑前面多个车辆的速度信息 ,可以预先获得前面车辆的运动趋势信息 ,使车辆 n 的驾驶员提前加速或减速 ,从而缩短了延迟时间 ,

这样就可以避免驾驶员频繁地加速和减速 ,有利于减少污染和节省能量。利用智能交通系统驾驶员能够获得前面多个车辆的速度信息。基于上述分析 ,我们考虑 m 辆前车间速度差的影响提出了一个扩展的跟驰模型

$$\ddot{x}_n(t) = a[V(\Delta x_n(t)) - v_n(t)] + \sum_{j=1}^m k_j \Delta v_{n+j-1}(t)$$

$$(j = 1, \dots, m, m \ll N), \quad (4)$$

其中 , k_j 为速度差 $\Delta v_{n+j-1}(t)$ 的反应系数 ,显然 $k_j > k_{j+1}$ 。该模型考虑了多辆前车速度差的作用 ,称之为多速度差(Multiple Velocity Difference, MVD)模型。在周期性边界条件下 ,对 MVD 模型进行线性稳定性分析。

2.3. 线性稳定性分析

假设给定初始状态为稳定态 ,车辆的车头间距均为 b ,对应的车速为 $V(b)$ 。此时 ,稳态交通流的车辆位置解为

$$x_n^0(t) = bn + V(b)t, \quad (5)$$

对于均匀流解(5)式 ,加一扰动 $y_n(t)$,可得

$$x_n(t) = x_n^0(t) + y_n(t), \quad (6)$$

由(6)式可得

$$y_n(t) = x_n(t) - x_n^0(t), \quad (7)$$

对(7)式分别求一阶导数和二阶导数

$$\dot{y}_n(t) = \dot{x}_n(t) - \dot{x}_n^0(t), \quad (8)$$

$$\ddot{y}_n(t) = \ddot{x}_n(t), \quad (9)$$

其中 , $\dot{x}_n(t) = v_n(t)$, $\dot{x}_n^0(t) = V(b)$, $V'(b) =$

$$\left. \frac{dV(\Delta x_n(t))}{d\Delta x_n(t)} \right|_{\Delta x_n(t)=b},$$

$$\Delta x_n(t) = x_{n+1}(t) - x_n(t)$$

$$= b + y_{n+1}(t) - y_n(t)$$

$$= b + \Delta y_n(t), \quad (10)$$

$$\Delta v_n(t) = \dot{x}_{n+1}(t) - \dot{x}_n(t)$$

$$= \dot{y}_{n+1}(t) - \dot{y}_n(t) = \Delta \dot{y}_n(t), \quad (11)$$

把上述结果代入(4)式可得

$$\ddot{y}_n(t) = a[V(\Delta x_n(t)) - v_n(t)] + \sum_{j=1}^m k_j \Delta v_{n+j-1}(t)$$

$$= a[V(b + \Delta y_n(t)) - V(b) - \dot{y}_n(t)] + \sum_{j=1}^m k_j \Delta \dot{y}_{n+j-1}(t), \quad (12)$$

由 Taylor 展开式可得

$$\ddot{y}_n(t) = a[V'(b)\Delta y_n(t) - \dot{y}_n(t)] + \sum_{j=1}^m k_j \Delta \dot{y}_{n+j-1}(t), \quad (13)$$

令 $y_n(t) = e^{(ia_k n + zt)}$ 把 $y_n(t)$ 按 Fourier 模级数展开, 则

$$\begin{aligned} \dot{y}_n(t) &= z e^{(ia_k n + zt)}, \quad \ddot{y}_n(t) = z^2 e^{(ia_k n + zt)}, \\ \Delta y_n(t) &= e^{(ia_k n + zt)} (e^{a_k i} - 1), \\ \Delta \dot{y}_{n+j-1}(t) &= z e^{(ia_k n + zt)} (e^{ja_k i} - e^{(j-1)a_k i}), \end{aligned} \quad (14)$$

(14) 式代入 (13) 式可得

$$\begin{aligned} z^2 + z \left[a - \sum_{j=1}^m k_j (e^{ja_k i} - e^{(j-1)a_k i}) \right] \\ - aV'(b) (e^{a_k i} - 1) = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

令 $z = \lambda + \omega i$, 代入 (15) 式得

$$\begin{aligned} \lambda^2 - \omega^2 + a\lambda - aV'(b) (\cos \alpha_k - 1) - \lambda \sigma_c + \omega \sigma_s \\ + [2\lambda\omega + a\omega - aV'(b) \sin \alpha_k - \lambda \sigma_s - \omega \sigma_c] = 0, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\text{其中 } \sigma_c = \sum_{j=1}^m k_j [\cos j\alpha_k - \cos(j-1)\alpha_k],$$

$$\sigma_s = \sum_{j=1}^m k_j [\sin j\alpha_k - \sin(j-1)\alpha_k],$$

令 $\lambda = 0$, 可得

$$\begin{aligned} -\omega^2 - aV'(b) (\cos \alpha_k - 1) + \omega \sigma_s \\ + [a\omega - aV'(b) \sin \alpha_k - \omega \sigma_c] = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

令 (17) 式实部、虚部分别为零, 即

$$-\omega^2 - aV'(b) (\cos \alpha_k - 1) + \omega \sigma_s = 0, \quad (18)$$

$$a\omega - aV'(b) \sin \alpha_k - \omega \sigma_c = 0, \quad (19)$$

由 (19) 式得

$$\omega = \frac{aV'(b) \sin \alpha_k}{a - \sigma_c}, \quad (20)$$

(20) 式代入 (18) 式得

$$\begin{aligned} aV'(b) \sin^2 \alpha_k + (\cos \alpha_k - 1) (a - \sigma_c)^2 \\ - \sin \alpha_k (a - \sigma_c) \sigma_s = 0, \end{aligned} \quad (21)$$

即

$$V'(b) = \frac{(1 - \cos \alpha_k) (a - \sigma_c)^2 + \sin \alpha_k (a - \sigma_c) \sigma_s}{a \sin^2 \alpha_k}, \quad (22)$$

在 $\alpha_k \rightarrow 0$ 处, 应用两次 L'Hospital 法则, 得到临界稳定曲线

$$V'(b) = \frac{a}{2} + \sum_{j=1}^m k_j, \quad (23)$$

那么稳定条件为

$$a > 2V'(b) - \sum_{j=1}^m k_j, \quad (24)$$

假设 OV 模型、FVD 模型和 MVD 模型初始条件相同, 即它们有相同的均匀流解. 当 $m=0$ 时 (速度差项不存在), MVD 模型即为 Bando 的 OV 模型, 其稳定条件为

$$a > 2V'(b), \quad (25)$$

当 $m=1$ 时, MVD 模型即为 FVD 模型, 其稳定条件为

$$a > 2V'(b) - k_1, \quad (26)$$

当 $m=2$ 时, 考虑两辆前车 (前车、次前车) 速度差的 MVD 模型, 其稳定条件为

$$a > 2V'(b) - k_1 - k_2, \quad (27)$$

当 $m=3$ 时, 考虑三辆前车 (前车、次前车和次次前车) 速度差的 MVD 模型, 其稳定条件为

$$a > 2V'(b) - k_1 - k_2 - k_3, \quad (28)$$

很显然, 从不等式 (25) (26) (27) 和 (28) 可以看出, OV 模型 ($m=0$), FVD 模型 ($m=1, k_1=0.2s^{-1}$), MVD 模型 ($m=2, k_1=0.2s^{-1}, k_2=0.15s^{-1}$) 和 MVD 模型 ($m=3, k_1=0.2s^{-1}, k_2=0.15s^{-1}, k_3=0.1s^{-1}$) 的敏感系数临界值依次减小, 说明 MVD 模型中考虑的前车越多其稳定区域越广泛. 图 1 给出了这四种模型的临界稳定曲线. 从图 1 中可以更直观地看出我们对模型进行线性稳定性分析得到的结论.

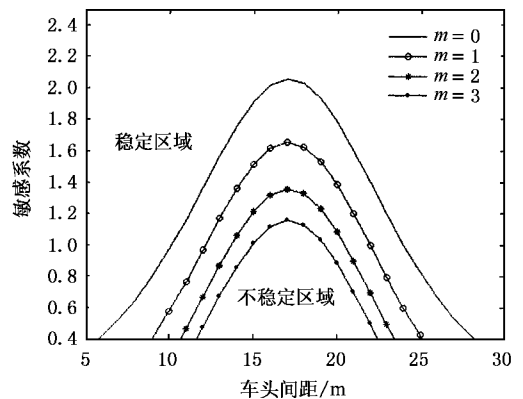


图1 OV 模型 ($m=0$), FVD 模型 ($m=1, k_1=0.2s^{-1}$), MVD 模型 ($m=2, k_1=0.2s^{-1}, k_2=0.15s^{-1}$) 和 MVD 模型 ($m=3, k_1=0.2s^{-1}, k_2=0.15s^{-1}, k_3=0.1s^{-1}$) 的车头间距与敏感系数的临界曲线. 临界曲线以上是稳定区域, 临界曲线以下是不稳定区域, m 表示向前观测的车辆数目, 以下同

3. 数值模拟

为了说明扩展模型有助于稳定性的提高, 进行下面的数值模拟, 并与 FVD 模型的结果相比较. 选

取 Helbing 和 Tilch 对 OV 模型用实测数据进行参数辨识得到的 OV 函数^[14] :

$$V(\Delta x) = V_1 + V_2 \tan[C_1(\Delta x - l_c) - C_2], \tag{29}$$

其中 l_c 是车长 取为 5 m. $V_1 = 6.75\text{m/s}$, $V_2 = 7.91\text{m/s}$, $C_1 = 0.13\text{m}^{-1}$, $C_2 = 1.57$. 在周期边界条件下,取环路长度 $L = 1500\text{m}$, 车辆数 $N = 100$, 初始扰动为

$$x_1(0) = 10\text{m}, \quad x_n(0) = (n - 1)L/N, \tag{30}$$

$$(n = 2, 3, \dots, N) \tag{31}$$

$$v_n(0) = V(L/N), (n = 1, 2, \dots, N) \tag{31}$$

首先,取 $a = 1.4137\text{s}^{-1}$, $k_1 = 0.2\text{s}^{-1}$, $k_2 = 0.15\text{s}^{-1}$, $k_3 = 0.1\text{s}^{-1}$,由不等式(26)(27)和(28)可知,FVD 模型是不稳定的,而 MVD 模型($m = 2$, $m = 3$)是稳定的.在有初始扰动的情况下,FVD 模型和 MVD 模型($m = 2$, $m = 3$)中所有车辆速度分布如图 2 所示.

由图 2 可知:在加入初始扰动后的很长一段时间内(图 2(a)),三模型中的车辆速度都在初始速度

$v_0 = 4.6647\text{m/s}$ 两侧出现波动,但 MVD 模型中的速度波动幅度明显小于 FVD 模型的,并且 MVD 模型($m = 3$)速度波动幅度小于 MVD 模型($m = 2$)的.在 FVD 模型中,车辆速度波动幅度随着时间的推移而增大.在 $t = 1000\text{s}$ 时(图 2(b)),速度在 4—5.8m/s 之间波动;在 $t = 2000\text{s}$ 时(图 2(c)),速度波动幅度进一步增大,在 2.8—10m/s 之间变化.随着时间的推移的进一步推移(图 2(d)),至 $t = 5000\text{s}$ 时,FVD 模型的速度最终维持在 2.5—11m/s 之间波动,交通流在演化过程中失稳进而形成堵塞交通.可见,在 $a = 1.4137\text{s}^{-1}$ 下,FVD 模型是不稳定的.而在 MVD 模型($m = 2$, $m = 3$)中,随着时间的推移,车辆速度趋于平稳.在 $t = 1000\text{s}$ 时(图 2(b)),车辆速度在 $v_0 = 4.6647\text{m/s}$ 处的波动已经微乎其微;在 $t = 2000\text{s}$ 时(图 2(c)),系统已达到稳定状态,速度基本维持在 $v_0 = 4.6647\text{m/s}$ 处不变,交通流在演化过程中形成了稳态交通流,这与前述的线性稳定性分析结果一致.值得注意的是,与 MVD 模型($m = 2$)相比,MVD 模

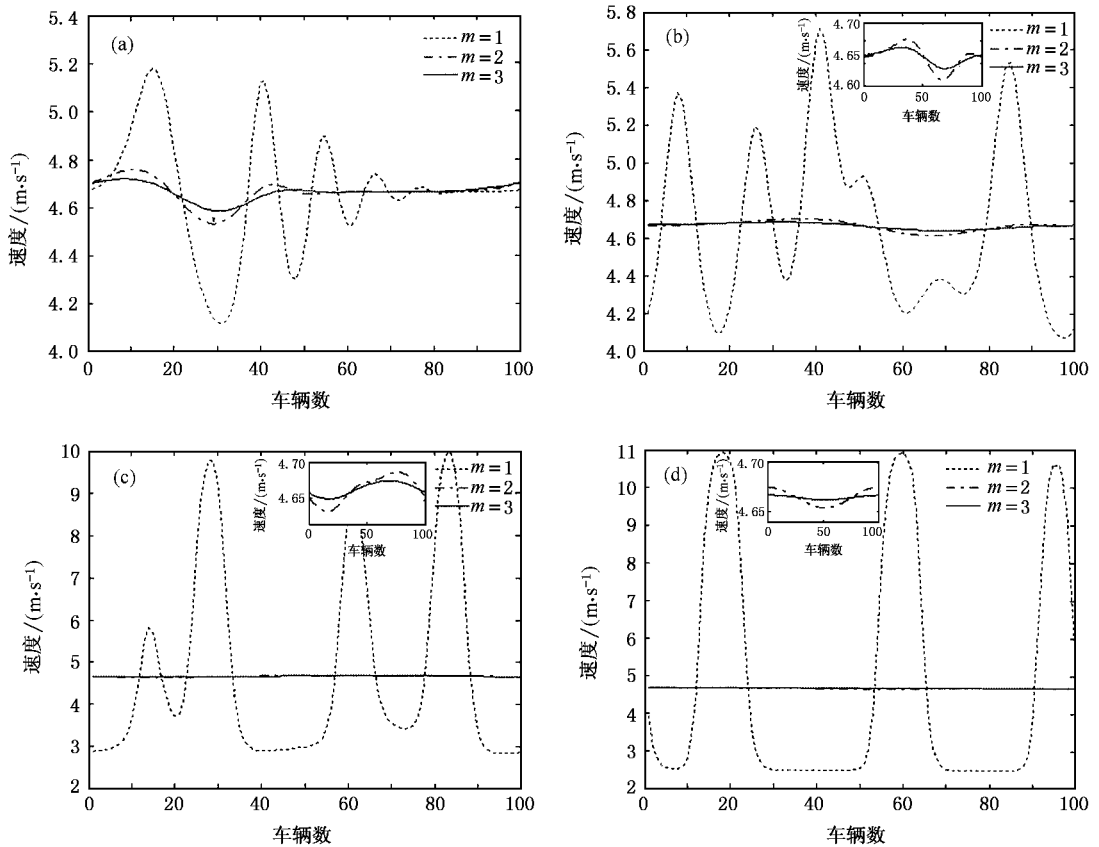


图 2 在 $a = 1.4137\text{s}^{-1}$ 时间步分别取 (a) $t = 300\text{s}$, (b) $t = 1000\text{s}$, (c) $t = 2000\text{s}$, (d) $t = 5000\text{s}$ 时, FVD 模型($k_1 = 0.2\text{s}^{-1}$), MVD 模型($m = 2$, $k_1 = 0.2\text{s}^{-1}$, $k_2 = 0.15\text{s}^{-1}$)和 MVD 模型($m = 3$, $k_1 = 0.2\text{s}^{-1}$, $k_2 = 0.15\text{s}^{-1}$, $k_3 = 0.1\text{s}^{-1}$)所有车辆的速度分布情况(子图为 MVD 模型($m = 2$, $m = 3$)的放大图)

型 ($m = 3$) 的速度波动幅度不是很明显. 造成这种现象产生的原因在于: 一方面次前车与次前车的敏感系数的取值较小; 另一方面越是靠前的车辆对本车的影响越小, 这与实际交通情况相符.

为了进一步说明在 MVD 模型中交通流的稳定性比 FVD 模型有所改善, 仍采用 (30) (31) 式中的初始条件进行数值模拟, 敏感系数 $a = 2\text{s}^{-1}$, 模拟结果如图 3 所示. 此时, FVD 模型和 MVD ($m = 2$, $m = 3$) 模型都是稳定的, 并形成稳态交通流. 当速度波动范围控制在 3% 以内, 可以认为系统已经达到稳定状态.

由图 3 可以发现, 对于给定的初始条件 $v_0 = 4.6647\text{m/s}$ 下, 初始扰动 $x(1) = 10\text{m}$ 引起车辆速度较大的波动. 随着时间的增大, 速度波动向后传播. 图 3(a) 为 FVD 模型扰动随时间演化图. 随着时间的增大, 速度波动虽有所减小, 但变化不大, 对扰动吸收的速度缓慢. 至 $t = 152\text{s}$ 时, 系统中车辆的最大速度为 $v = 4.7881\text{m/s}$, 速度向上最大波动为 2.65%, 最小速度为 $v = 4.525\text{m/s}$, 速度向下最大波动为 2.99%. 此时, 系统基本上达到稳定状态. 图 3(b) 为 MVD 模型 ($m = 2$) 速度演化图. 显然, 扰动吸收与图 3(a) 相比较快, 速度波动很快被控制在一个较小的范围. 至 $t = 92\text{s}$ 时, 系统中车辆的最大速度为 $v =$

4.7808m/s, 速度向上最大波动为 2.49%; 最小速度为 $v = 4.5254\text{m/s}$, 速度向下最大波动为 2.99%, 系统达到稳定状态. 图 3(c) 为 MVD 模型 ($m = 3$) 速度演化图. 从图中可以看出, 此时与 MVD 模型 ($m = 2$) 相比速度波动不是很明显, 波动幅度基本不变. 至 $t = 79\text{s}$ 时, 系统中车辆的最大速度为 $v = 4.7717\text{m/s}$, 速度向上最大波动为 2.29%, 最小速度为 4.5258m/s, 速度向下最大波动为 3%, 此时系统也达到稳定状态. MVD 模型 ($m = 2$) 中系统达到稳定状态所需时间仅为 FVD 模型的 60.5%, 其吸收扰动速度得到很大提高. MVD 模型 ($m = 3$) 中系统达到稳定状态所需时间为 FVD 模型的 52%, 与 MVD ($m = 2$) 仅仅相差 13s. 仿真结果说明次前车对交通流的影响小于次前车的, 与前面的分析结果一致.

另外, 从社会资源角度看, 能量消耗是一个非常重要的社会问题. 实际上, 交通堵塞的过程就是一个严重的汽油耗费过程, 速度的波动导致汽油的额外消耗. 因此, 汽车能量的消耗可以通过速度的变化反映出来. 我们用下面的式子来反映车辆额外能量的消耗情况^[18].

$$E = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^S \frac{1}{2} (v_{\max i j}^2 - v_{\min i j}^2), \quad (32)$$

其中, N 表示系统中的车辆数目, S 表示在一定的时

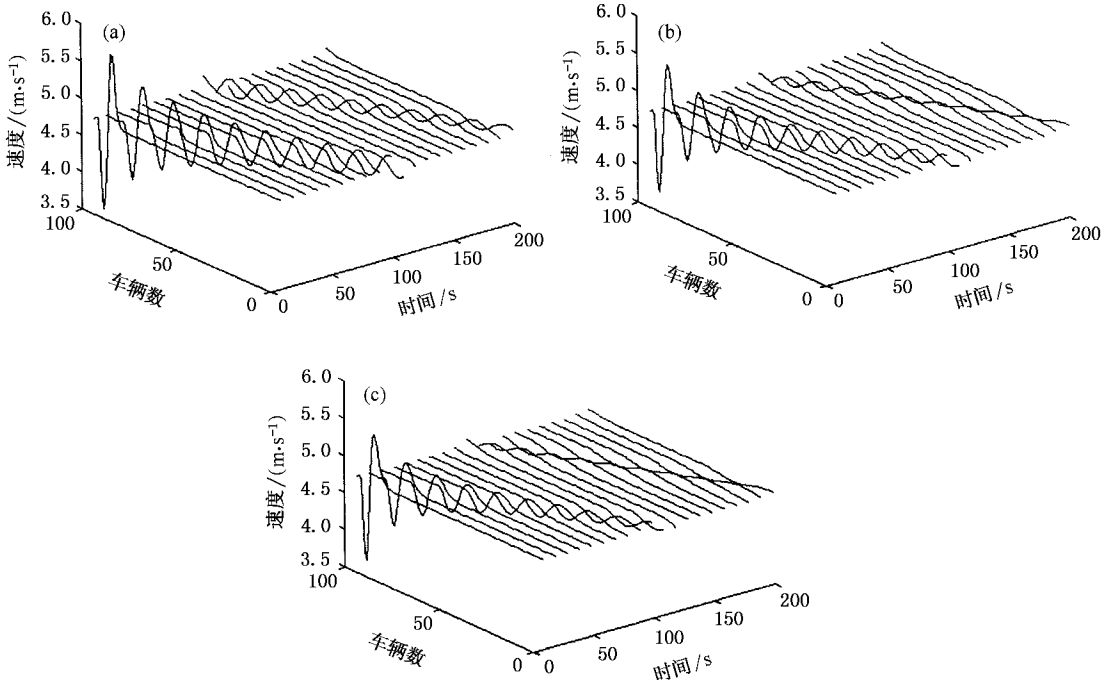


图 3 在 $a = 2\text{s}^{-1}$ 时, 扰动加入后速度波动随时间演化图 (a) FVD 模型 ($m = 1, k_1 = 0.2\text{s}^{-1}$) (b) MVD 模型 ($m = 2, k_1 = 0.2\text{s}^{-1}, k_2 = 0.15\text{s}^{-1}$) (c) MVD 模型 ($m = 3, k_1 = 0.2\text{s}^{-1}, k_2 = 0.15\text{s}^{-1}, k_3 = 0.1\text{s}^{-1}$)

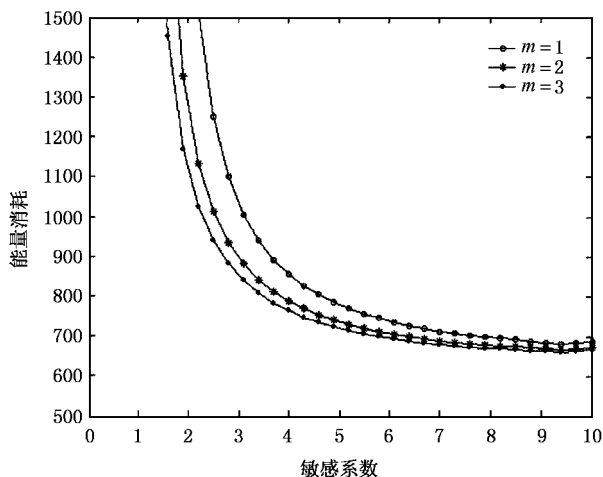


图 4 在 $T = 1000\text{s}$ 时, FVD 模型($k_1 = 0.2\text{s}^{-1}$), MVD 模型($m = 2, k_1 = 0.2\text{s}^{-1}, k_2 = 0.15\text{s}^{-1}$)和 MVD 模型($m = 3, k_1 = 0.2\text{s}^{-1}, k_2 = 0.15\text{s}^{-1}, k_3 = 0.1\text{s}^{-1}$)车辆的能量消耗与敏感系数间的关系

间内, 车辆速度从一个局部最小值(最大值)变化到下一个局部最大值(最小值)的次数。图 4 给出了 FVD 模型与 MVD 模型在相同初始条件下能量消耗随敏感系数变化的情况。

由(26)(27)和(28)式知, 对于图 4 中的参数, 在敏感系数 $a > 1.5137\text{s}^{-1}$ 时, FVD 模型、MVD 模型

($m = 2$)和 MVD 模型($m = 3$)均稳定。从图 4 可以看出, 当三模型均稳定时, 在敏感系数比较小时, FVD 模型的能量消耗远远大于 MVD 模型的。随着敏感系数的增大, 三种模型能量消耗的差距逐渐缩小, 这是由于高敏感系数能够更有效地抑制交通流堵塞的形成, 但它在技术实现方面有一定的困难。对于同样的敏感系数值, MVD 模型消耗的能量都比 FVD 模型少, 说明 MVD 模型能更有效地减少能量消耗。

4. 结束语

本文利用多辆前车的速度差信息, 提出了 FVD 模型的扩展模型——MVD 模型。通过线性稳定性理论分析了 MVD 模型的临界稳定条件, 与 FVD 模型相比, 发现自由流稳定的敏感系数临界值减小, 交通流的稳定区域明显增大, 说明多辆前车的速度差在交通流的演化过程可以起到致稳的作用。数值模拟结果还表明: 在相同的稳定条件下, MVD 模型对扰动的吸收速度远远大于 FVD 模型, 速度波动的幅度小, 能更有效地稳定交通流, 并节省大量能量。由此可见, 引用智能化交通系统(ITS)提供多辆前车信息的重要性。

[1] Huang P H, Kong L J, Liu M R 2002 *Chin. Phys.* **11** 678
 [2] Liu Q X, Jin Z 2005 *Chin. Phys.* **14** 1370
 [3] Wang B H, Wang L, Hui P M, Hu B B 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1926 (in Chinese) [汪秉宏、王雷、许伯铭、胡斑比 2000 物理学报 **49** 1926]
 [4] Lei L, Xue Y, Dai S Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2121 (in Chinese) [雷丽、薛郁、戴世强 2003 物理学报 **52** 2121]
 [5] Kuang H, Kong L J, Liu M R 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2894 (in Chinese) [邝华、孔令江、刘慕仁 2004 物理学报 **53** 2894]
 [6] Ge H X, Zhu H B, Dai S Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4621 (in Chinese) [葛红霞、祝会兵、戴世强 2005 物理学报 **54** 4621]
 [7] Bando M, Hasebe K, Nakayama A, Shibata A, Sugiyama Y 1995 *Phys. Rev. E* **51** 1035
 [8] Hayakawa H, Nakanishi K 1998 *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **130** 57
 [9] Nagatani T 1999 *Phys. Rev. E* **60** 6395

[10] Lenz H, Wagner C K, Söllacher R 1999 *Eur. Phys. J. B* **7** 331
 [11] Ge H X, Dai S Q, Dong L Y, Xue Y 2004 *Phys. Rev. E* **70** 066134
 [12] Hasebe K, Nakayama A, Sugiyama Y 2003 *Phys. Rev. E* **68** 026102
 [13] Helbing D, Tilch B 1998 *Phys. Rev. E* **58** 133
 [14] Jiang R, Wu Q S, Zhu Z J 2001 *Phys. Rev. E* **64** 017101
 [15] Xue Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2750 (in Chinese) [薛郁 2003 物理学报 **52** 2750]
 [16] Xue Y, Dong L Y, Yuan Y W, Dai S Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 492 (in Chinese) [薛郁、董力耘、袁以武、戴世强 2002 物理学报 **51** 492]
 [17] Treiber M, Hennecke A, Helbing D 1999 *Phys. Rev. E* **59** 239
 [18] Nakayama A, Sugiyama Y, Hasebe K 2001 *Phys. Rev. E* **65** 016112
 [19] Zhao X M, Gao Z Y 2005 *Europ. Phys. J. B* **43** 565



Multiple velocity difference model and its stability analysis^{*}

Wang Tao Gao Zi-You[†] Zhao Xiao-Mei

(*Institute of System Science , School of Traffic and Transportation , Beijing Jiaotong University , Beijing 100044 , China*)

(Received 17 May 2005 ; revised manuscript received 10 August 2005)

Abstract

Based on the full velocity difference(FVD) model proposed by Jiang and Wu , we present an extended car-following model , called the multiple velocity difference(MVD) model. We attempt to enhance the stability of the traffic flow by using the velocity differences of multiple vehicles. It can be found that the critical value of the sensitivity in the MVD model decreases and the stable region is apparently enlarged , compared with the FVD model. Additionally , the simulated results suggest that the MVD model can suppress the traffic jam effectively.

Keywords : traffic flow , stability analysis , velocity difference , energy reduction

PACC : 0550 , 0520 , 6470

^{*} Project supported by the National Outstanding Young Investigator of China(Grant No.70225005) , the National Natural Science Foundation of China(Grant No.70471088) and Specialized Research Foundation for the Doctoral Program of Higher Education(Grant No.20050004005).

[†] Corresponding author. E-mail zygao@center.njtu.edu.cn