

冰水混合云对可见光的吸收和散射特性^{*}

孙贤明 韩一平[†]

(西安电子科技大学 理学院 应用物理系, 西安 710071)

(2005 年 5 月 10 日收到, 2005 年 6 月 15 日收到修改稿)

根据 Mie 理论, 分别计算了由纯水、纯冰和冰-水同心球形粒子构成的云层在可见光波段的单次散射特性. 根据辐射传输理论, 利用叠加法数值计算了这三种不同构成的云层的反射函数, 以及它们的平面反照率、透过率和吸收率. 结果表明, 冰云和冰-水云的反射函数和平面反照率在大部分散射角下要略小于水云, 而透过率却比水云的大. 通过具体的数值计算结果和理论分析, 研究了水云的异常吸收现象.

关键词: 冰-水粒子, Mie 理论, 叠加法, 光散射

PACC: 4225B, 9265D, 4110H

1. 引言

研究低轨卫星、飞机等对阳光辐射的空间强度分布特性, 在目标探测、跟踪、定位、识别等民用、军事诸方面有着广泛的实用价值. 由于各种云层覆盖了整个地球表面的 50% 左右, 云层在可见光区的半球反射率约为 0.36—0.39. 在云层很厚的情况下, 其反射率高达 90%. 如此高的反射率使得反射回空间的太阳辐射很强. 而被云层反射的阳光可以再一次入射到目标表面上, 对探测目标的光散射产生不可忽视的影响. 因此云层对阳光的辐射是近几年的研究热点.

Stamne 等人^[1]采用离散坐标法求解了阳光通过垂直非均匀、各向异性并含热源的平面平行介质中的辐射传输问题. Maheu 等人^[2]采用四通量法计算了简单的辐射传输过程. 然而大量的飞机实测资料显示, 在水云顶上测得的太阳短波辐射反射率明显低于理论计算值, 即所谓的水云对太阳短波的异常吸收现象. Stephens^[3]以及汪宏七^[4]等人对于此问题给出了详细的综述. 目前已有一些关于水云异常吸收的分析, 其中一种分析认为, 如果水云中混合了冰雪粒子或者表面融化的冰粒子, 可能会造成云层的异常吸收. 陈洪滨等人^[5,6]对冰-水球形粒子在太阳短波段的单次散射特性进行了研究, 结果表明, 对于

同样尺度的单个粒子, 表面融化冰球的单次散射特征值与纯水、纯冰球的相比在太阳短波段相差不大. 然而由于云层中的粒子实际上是有尺寸分布的, 并且当光波在云层中传输时要经历多次散射, 因此只考虑单个粒子的单次散射无法说明其散射特性.

本文采用 Mie 理论, 数值计算并比较了水云、冰云和冰水混合云的单次散射的相函数、单次散射反照率以及不对称因子. 利用叠加法求解了辐射传输方程, 考虑了云层的多次散射过程, 计算了云层的上界面对阳光的反射、下界面的透射以及云层内部的吸收. 研究了水云、冰云以及冰水混合云的反射函数, 以及它的平面反照率、透过率和吸收率. 结果表明混合云中的冰雪粒子以及表面融化的冰粒子将使云层的反射减少, 由此对测量中的太阳短波辐射反射率明显低于理论计算值的现象给予了合理的理论解释.

2. 云层的单次散射计算

云层中粒子的形状, 尤其是冰粒子的形状是多种多样的, 如球状、椭球状、柱状、子弹状等^[7-9], 但是很多研究者将冰粒子简化为等体积球来处理, 因此其单次散射的特征量可以由 Mie 理论给出严格的解. 在实际大气或云层中粒子的尺寸大小不同, 具

^{*} 教育部新世纪优秀人才支持计划基金(批准号: NECT-04-0949)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: yphan@xidian.edu.cn

有一定尺寸分布,大量的观测资料证明,它们都可以通过一些典型的分布来表示,如伽玛分布、修正的伽玛分布、对数正态分布、指数分布等, Hansen 等人^[10]的研究发现具有相同的有效半径的不同尺寸分布的云层具有相近的散射特性。在本文的计算中,我们采用修正的伽玛分布,且有效方差均取为 0.1111。在处理表面融化的冰球时,我们假设其为同心球,内球为冰球,内半径为 a ,外半径为 b , $c = (b - a)/b$ 表示表面融化厚度相对于整个球半径的比率。水和冰的复折射率的实部和虚部取自文献 [11—13]。

云层对阳光的单次散射特性取决于云层的单次散射反照率和单次散射的相函数,其中单次散射反照率为云层中粒子的平均散射截面和消光截面的比值。当平面波入射到球形粒子时,设垂直和平行于散射面的电场分量分别为 E_r 和 E_l ,则散射远场可以表示为

$$\begin{pmatrix} E'_r \\ E'_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_1(\theta) & 0 \\ 0 & S_2(\theta) \end{pmatrix} \frac{e^{-ikR+ikz}}{ikR} \begin{pmatrix} E_r \\ E_l \end{pmatrix}, \quad (1)$$

其中 θ 为散射角, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 为波数, λ 为入射波长, R 为粒子到观察点的距离, a_n 和 b_n 为散射系数, $S_1(\theta)$ 和 $S_2(\theta)$ 为散射函数:

$$S_1(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \pi_n(\cos\theta) + b_n \tau_n(\cos\theta)], \quad (2)$$

$$S_2(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [b_n \pi_n(\cos\theta) + a_n \tau_n(\cos\theta)], \quad (3)$$

$\pi_n(\cos\theta)$, $\tau_n(\cos\theta)$ 为角函数:

$$\begin{aligned} \pi_n(\cos\theta) &= \frac{1}{\sin\theta} P_n^1(\cos\theta), \\ \tau_n(\cos\theta) &= \frac{d}{d\theta} P_n^1(\cos\theta). \end{aligned} \quad (4)$$

由此我们可以得到散射的 Stokes 参量,即

$$\begin{pmatrix} I_s \\ Q_s \\ U_s \\ V_s \end{pmatrix} = \frac{1}{k^2 R^2} \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_i \\ Q_i \\ U_i \\ V_i \end{pmatrix}, \quad (5)$$

其中 T 为转换矩阵,对于球形粒子来说,非零的元素只有 8 个,而独立的只有 4 个,即

$$\begin{aligned} T_{11} &= T_{22} = \frac{1}{2}(S_1 S_1^* + S_2 S_2^*), \\ T_{33} &= T_{44} = \frac{1}{2}(S_1 S_2^* + S_2 S_1^*), \end{aligned}$$

$$T_{12} = T_{21} = -\frac{1}{2}(S_1 S_1^* - S_2 S_2^*),$$

$$T_{34} = T_{43} = -\frac{i}{2}(S_1 S_2^* - S_2 S_1^*). \quad (6)$$

散射和消光截面分别表示为

$$\begin{aligned} C_{\text{scat}} &= \frac{1}{k^2} \int_{4\pi} T_{11}(\theta) d\Omega \\ &= \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (|a_n|^2 + |b_n|^2), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} C_{\text{ext}} &= \frac{4\pi}{k^2} \text{Re}\{S_1(0)\} \\ &= \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \text{Re}(a_n + b_n). \end{aligned} \quad (8)$$

单次散射反照率定义

$$\omega_0 = \frac{C_{\text{scat}}}{C_{\text{ext}}}. \quad (9)$$

粒子的散射矩阵 $F(\theta)$ 正比于转换矩阵,即

$$F(\theta) = \frac{4\pi}{k^2 \cdot C_{\text{ext}}} \cdot T(\theta). \quad (10)$$

对于有一定尺寸分布的 N 个独立散射粒子,

$$C_{\text{ext}} = N C_{\text{ext}}, \quad (11)$$

$$C_{\text{scat}} = N C_{\text{scat}}, \quad (12)$$

散射矩阵,即相矩阵为

$$F(\theta) = \frac{4\pi}{k^2 \cdot C_{\text{ext}}} \cdot T(\theta), \quad (13)$$

这里 \cdot 表示尺寸分布的加权平均。

我们计算了有效半径 $a_{\text{ef}} = 6\mu\text{m}$ 的水云、冰云和由表面融化冰球组成的冰-水云的单次散射反照率,冰水云的 $c = 0.177$,结果示于图 1。

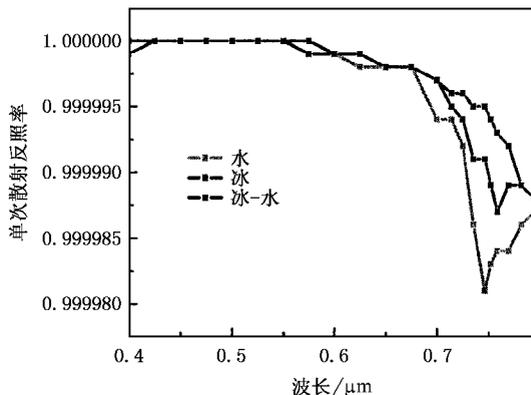


图 1 有效半径 $a_{\text{ef}} = 6\mu\text{m}$ 的水云、冰云和由表面融化冰球组成的冰-水云的单次散射反照率的谱分布 冰水云的 $c = 0.177$

从图 1 中可以看出,对于同一有效半径的三种云,其单次散射反照率的差别不大,但是很明显冰云

的反射要强一些,这主要是因为冰的复折射指数的虚部在可见光波段要比水的小。

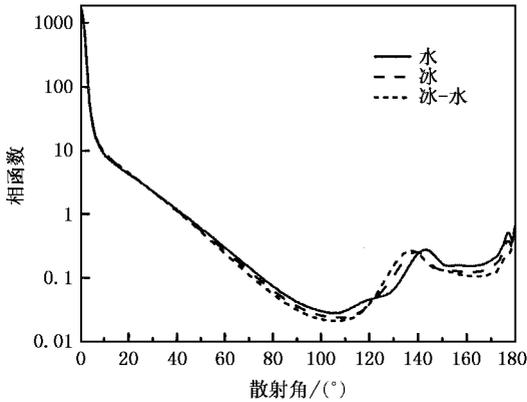


图2 计算条件同图1,三种云的相函数

云层单次散射相函数表示云层对入射光单次散射的角分布,取(13)式的第一项 F^{11} ,相函数的值依赖于云层中粒子的尺寸分布,入射光的波长,以及云层中粒子的复折射指数。

图2给出了入射光波长为 $0.7\mu\text{m}$,水的复折射率为 $n = 1.331 + i3.35 \times 10^{-8}$,冰的复折射率为 $n = 1.3069 + i2.9 \times 10^{-8}$,有效半径为 $a_{\text{eff}} = 6\mu\text{m}$ 的三种云的相函数,从图中可以看出,三种云的相函数在前向的差别很小,但是在后向差别较大,这种差别将会影响云层的反射函数和反射率,这将在下面的叙述中看到。

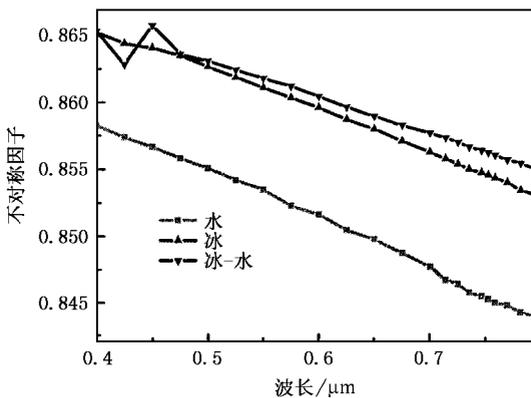


图3 计算条件同图1,不对称因子的谱分布

同时我们计算了反映云层散射各向异性程度的不对称因子,如图3。

$$g = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 F^{11}(\theta) \cos\theta d\cos(\theta),$$

从图中可以看出,冰云和冰水云的各向异性程度都

要高于水云,而冰水云的最高,这是因为冰的复折射指数的实部比水的小,因此其前向散射更强一些,而 g 的大小往往影响云层整体的反射率^[4]。

3. 云层的辐射传输特性

在本文的计算中采用平面平行模式(PP),并且在沿水平方向上是各向同性的,云层中分布着任意尺寸分布的球形云滴;入射波为强度归一化的非偏振平面波,且忽略边界反射。

当介质内部无源和不及及粒子间相互作用时,云层反射的辐射强度满足辐射传输方程^[14,15]

$$\begin{aligned} & \cos\theta \frac{dK(\tau, \vartheta, \vartheta_0, \phi)}{d\tau} + K(\tau, \vartheta, \vartheta_0, \phi) \\ &= \frac{\omega_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\phi' \int_0^\pi K(\tau, \vartheta', \vartheta_0, \phi') P(\gamma) \sin\vartheta' d\vartheta' \\ &+ \frac{\omega_0}{4\pi} S P(\gamma) e^{-\gamma \sec\vartheta_0}, \end{aligned} \quad (14)$$

式中 $K(\tau, \vartheta, \vartheta_0, \phi)$ 为光学厚度为 τ 处的辐射强度(辐射亮度),而 $P(\gamma)$ 为相函数,并且 γ 为散射角, ω_0 为云层的单次散射反照率。

$$\cos\gamma' = \cos\vartheta \cos\vartheta' + \sin\vartheta \sin\vartheta' \cos(\phi - \phi'),$$

$$\cos\gamma = \cos\vartheta \cos\vartheta_0 + \sin\vartheta \sin\vartheta_0 \cos\phi,$$

其中 ϑ_0 表示入射角, ϑ 为观测角, $\phi - \phi'$ 为入射角和观测角的方位角之差。

在这里我们要求的是云层的上反射和透射,因此只需要求出 $K(0, \vartheta, \vartheta_0, \phi)$ 和 $K(\tau, \vartheta, \vartheta_0, \phi)$,或者求出反射函数 $R(\mu_0, \mu, \phi)$ 和透射函数 $T(\mu_0, \mu, \phi)$ (μ_0 为入射角 ϑ_0 的余弦, μ 为观测角 ϑ 的余弦, ϕ 为方位角)

$$R(\mu_0, \mu, \phi) = \frac{I_r(\mu_0, \mu, \phi)}{I^*(\mu_0)}, \quad (15)$$

$$T(\mu_0, \mu, \phi) = \frac{I_t(\mu_0, \mu, \phi)}{I^*(\mu_0)}, \quad (16)$$

其中 $I_r(\mu_0, \mu, \phi)$ 和 $I_t(\mu_0, \mu, \phi)$ 为反射和透射的辐射强度(辐射亮度), $I^*(\mu_0) = I_0 \mu_0$ 为被理想的 Lambertian 反射体的反射光强, πI_0 为垂直于入射方向上的单位面积的入射光的辐照度。

辐射传输方程的求解是一个比较困难的问题,已有的解法主要有:叠加法^[10,16-19]、离散坐标法^[1]、蒙特卡罗法^[20]等。本文利用叠加法来计算云层的多次散射。Van de Hulst^[16]首先提出了叠加法,这种方法概念简单,使用简便。它的基本思路是:把大气分

成一系列平面的平行层,如果相邻两层的反射函数和透射函数分别已知,则这两层间结合层的反射函数和透射函数便可以用射线追踪方法计算,然后在结合层特性已知基础上采用一定的累加程序,便可

以决定整个云层或大气的反射函数.在本文的计算中取初始层的光学厚度为 $\tau = 2^{-25}$,对于这么薄的一层可以忽略多次散射,只考虑单次散射.其反射函数和透射函数为

$$R_1(\tau_0; \mu, \mu_0, \phi - \phi_0) = \frac{\omega_0}{4(\mu + \mu_0)} \left\{ 1 - \exp\left[-\tau_0\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0}\right)\right] \right\} \times P(\mu, \mu_0, \phi - \phi_0), \quad (17)$$

$$T_1(\tau_0; \mu, \mu_0, \phi - \phi_0) = \frac{\omega_0}{4(\mu - \mu_0)} \left[\exp\left(\frac{-\tau_0}{\mu}\right) - \exp\left(\frac{-\tau_0}{\mu_0}\right) \right] \times P(\mu, \mu_0, \phi - \phi_0) \quad (\mu \neq \mu_0),$$

$$T_1(\tau_0; \mu, \mu_0, \phi - \phi_0) = \frac{\omega_0 \tau_0}{4\mu_0^2} \exp\left(\frac{-\tau_0}{\mu_0}\right) \times P(\mu, \mu_0, \phi - \phi_0) \quad (\mu = \mu_0), \quad (18)$$

有了第一层的反射函数,可以根据叠加法求出两个结合层的反射函数,两结合层的厚度可以相等,也可以不等,用 τ_a 和 τ_b 表示两个结合层的光学厚度,下标 a 和 b 分别表示上层和下层^[17],则有

$$Q_1 = R_a R_b,$$

$$Q_n = Q_1 Q_{n-1},$$

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n,$$

$$D = T_a + S \exp(-\tau_a/\mu_0) + S T_a,$$

$$U = R_b \exp(-\tau_a/\mu_0) + R_b D,$$

$$R(\tau_a + \tau_b) = R_a + \exp(-\tau_a/\mu) U + T_a U,$$

$$T(\tau_a + \tau_b) = \exp(-\tau_b/\mu) D + T \exp(-\tau_a/\mu_0) + T_b D. \quad (19)$$

在上面的表示中任意两个量的积,如 $Z = XY$ 定义为

$$\begin{aligned} Z(\mu, \mu_0, \phi - \phi_0) &= \frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} X(\mu, \mu', \phi - \phi') \\ &\quad \times Y(\mu, \mu_0, \phi - \phi_0) \mu' d\mu' d\phi'. \end{aligned} \quad (20)$$

在具体的求解过程中,将反射函数按照方位角,进行了 Fourier 级数展开^[17,21]

$$R(\mu, \mu_0, \phi) = R^0(\mu, \mu_0) + 2 \sum_{m=1}^{\max} R^m(\mu, \mu_0) \cos m\phi, \quad (21)$$

这样在求解上面的积分时,就可以将二重积分变为一重积分了,由此可大大提高计算速度,在处理积分时,采用高斯积分法.

反射函数求出来以后,可以用来求解平面反照率^[18]

$$A_p(\mu_0) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 d\mu \int_0^{2\pi} d\phi R(\mu, \mu_0, \phi)$$

$$= 2 \int_0^1 R^0(\mu, \mu_0) \mu d\mu, \quad (22)$$

平面反照率反映了云层对太阳辐照度的反射率.

图 4 给出了波长 $\lambda = 0.7 \mu\text{m}$ 的太阳光,垂直入射到光学厚度分别为 $\tau = 2$ 和 $\tau = 64$ 粒子有效半径为 $a_{\text{eff}} = 6 \mu\text{m}$ 的云层时,反射函数随天顶角的变化.因为对于平面平行云层当太阳光垂直入射时,反射函数只是天顶角的函数,与方位角无关.从图中可以看出在大部分散射角范围内,冰水球的反射函数要小于水球和冰球;图 5 给出了与图 4 相同计算条件下云层的平面反照率,从图中可以看出,仍然是冰水云的平面反照率要小于其他两种云,而且,光学厚度越大,这种差别越明显.

从上面的计算结果中可以看出,如果水云中混有冰粒子或者冰水融化粒子,云层的反射将会减少,其原因可能有两个:1)吸收增强了;2)透射增强了.下面分别计算了三种云的透过率和吸收率.

图 6 给出了光学厚度为 $\tau = 64$,粒子有效半径为 $a_{\text{eff}} = 6 \mu\text{m}$ 的云层在波长 $\lambda = 0.7 \mu\text{m}$ 的太阳光入射时的透过率和吸收率.从图中可以看出,水云的吸收率和透过率分别大于和小于冰云和冰水云的,而它的吸收率和透过率的和小于另外两种云,因此根据能量守恒,水云的反射率要高于其他两种云.

以上的计算结果表明,冰云和冰水云的单次散射反照率比水云高.这是因为,在可见光波段,冰的折射率虚部小于水的,因而冰粒子对光的吸收比水小.然而,当光波在云层中传输时,要经历多次散射,其反射和透射特性不仅取决于折射率,还取决于单次散射的相函数,从图 2 不对称因子的谱分布中看出,冰云和冰水云的前向散射要大于水云,而且在可见光波段云层的单次散射反照率接近于 1,因此光子在云层中传输时要经历很多次的散射,必然导

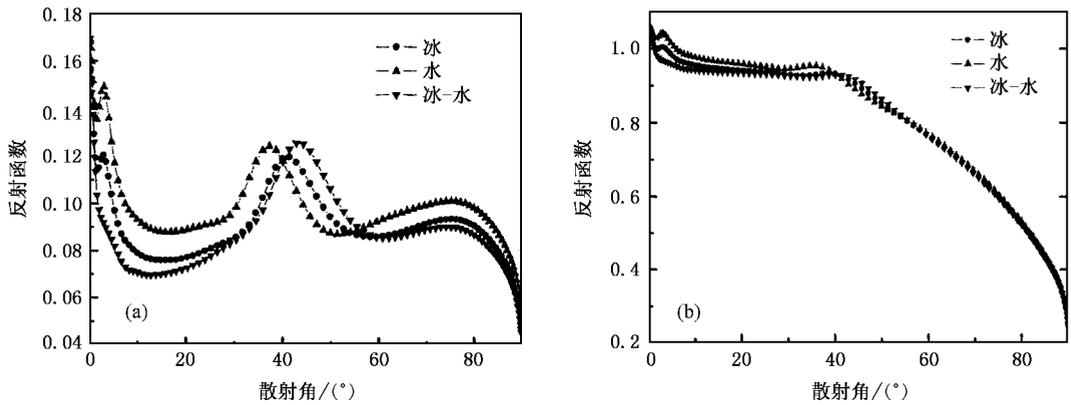


图 4 当太阳光垂直入射时光学厚度分别为 $\tau = 2$ (a) 和 $\tau = 64$ (b), 其他计算条件如图 1 的三种云层的反射函数

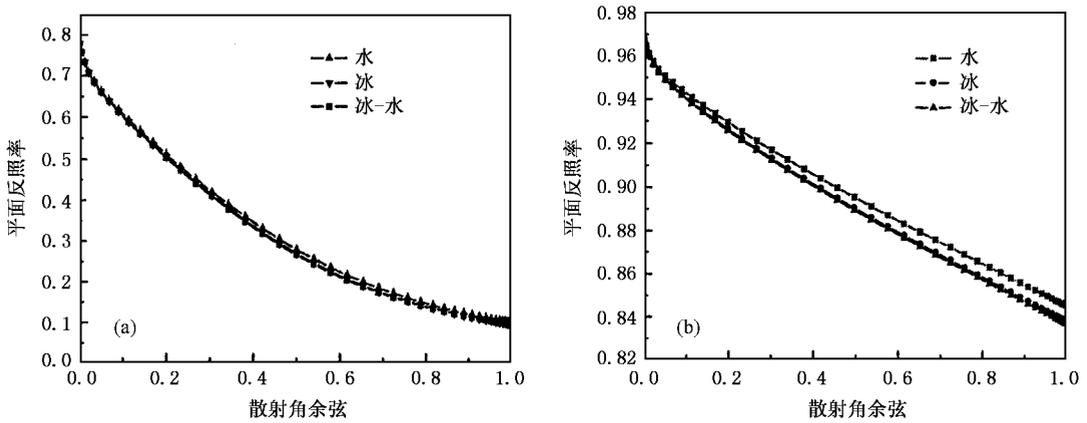


图 5 光学厚度分别为 $\tau = 2$ (a) 和 $\tau = 64$ (b), 其他计算条件如图 1 的三种云的平面反照率

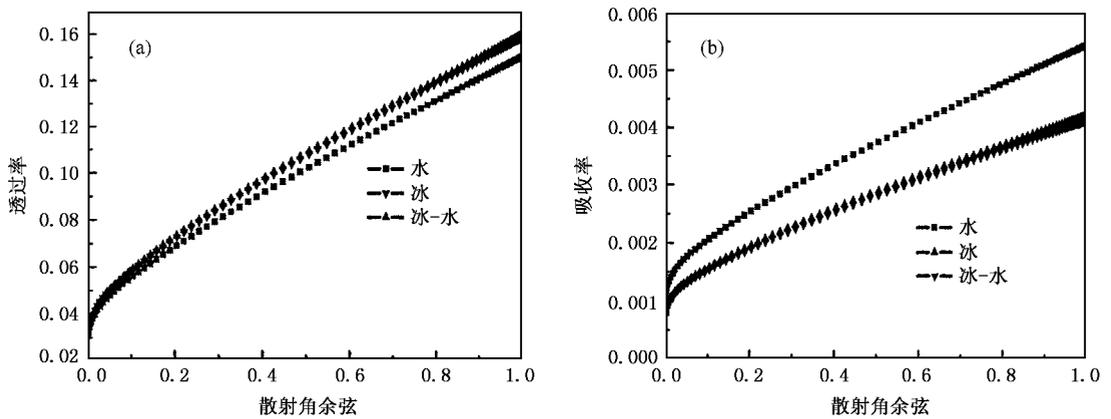


图 6 光学厚度为 $\tau = 64$, 有效半径 $a_{eff} = 6\mu m$ 的三种云层的透射率 (a) 和吸收率 (b)

致冰云的透射增强, 而反射减弱。

上述分析表明, 在测量水云反射时, 如果水云中混合了冰粒子或者是冰水混合粒子, 将会使反射减少, 透射增强。

4. 结 论

本文对水云、冰云以及冰水混合云的反射、透射和吸收进行了研究, 计算结果表明冰云、冰水混合云

的反射率和吸收率小于水云,透过率大于水云.因此,混合云中的冰雪粒子以及表面融化的冰粒子将使云层的反射减少,这可以对飞机测量的太阳短波

辐射反射率明显低于理论计算值的现象给予合理的理论解释.

- [1] Stannnes K , Tsay S C , Wiscombe W , Jayaweera K 1988 *Appl. Opt.* **27** 2502
- [2] Maheu B , Gouesbet G 1986 *Appl. Opt.* **25** 7
- [3] Stephens G L , Tsay S C 1990 *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **116** 671
- [4] Wang H Q , Zhao G X 1994 *J. Atmos. Sci.* **18** 910 (in Chinese)
[汪宏七、赵高祥 1994 大气科学 **18** 910]
- [5] Chen H B , Sun H B 1999 *J. Atmos. Sci.* **23** 233 (in Chinese)
[陈洪滨、孙海冰 1999 大气科学 **23** 233]
- [6] Chen H B 1997 *J. Atmos. Sci.* **21** 750 (in Chinese) [陈洪滨 1997 大气科学 **21** 750]
- [7] Han Y P , Wu Z S 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 57 (in Chinese) [韩一平、吴振森 2000 物理学报 **49** 57]
- [8] Liang Z C , Jin Y Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2239 (in Chinese)
[梁子长、金亚秋 2002 物理学报 **51** 2239]
- [9] Liang Z C , Jin Y Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **52** 1319 (in Chinese)
[梁子长、金亚秋 2002 物理学报 **52** 1319]
- [10] Hansen J E , Travis L D 1974 *Space. Sci. Rev.* **16** 527
- [11] Warren S G 1984 *Appl. Opt.* **23** 1206
- [12] Kou L , Chylek P 1993 *Appl. Opt.* **32** 3531
- [13] Perovich D , Govoni J 1991 *Geophys. Res. Lett.* **18** 1233
- [14] Van de Hulst HC 1980 *Multiple Light Scattering : Tables , Formulas and application* (New York :Academic Press)
- [15] Sobolev V V 1974 *Light Scattering in Planetary Atmospheres* (Moscow :Nauka)
- [16] Van de Hulst HC 1963 *A New Look at Multiple Scattering Tech. Rept.* (Goddard Institute for Space Studies NASA New York)
- [17] Hansen J E 1971 *J. Atmos. Sci.* **28** 120
- [18] Hansen J E 1971 *J. Atmos. Sci.* **28** 1400
- [19] Haan J F , Bosma P B , Hovenier J W 1987 *Astron. Astrophys.* **183** 371
- [20] Tyne H H , Kattawar G W 2001 *Appl. Opt.* **40** 400
- [21] Mishchenko M I , Dlugach J M , Yanovitskij E G 1999 *JQSRT* **63** 409
- [22] Niu C H , Li Z Y , Ye J Sh , Gu B Y 2005 *Chin. Phys.* **14** 1136

Absorption and scattering of light by ice-water mixed clouds^{*}

Sun Xian-Ming Han Yi-Ping[†]

(Department of Applied Physics , School of Science , Xidian University , Xi 'an , 710071 , China)

(Received 10 May 2005 ; revised manuscript received 15 June 2005)

Abstract

Based on the Mie theory ,the light scattering properties in the visible regions of clouds consisting of pure water , pure ice spheres and concentric water-ice spheres are computed respectively. The reflection function and plane albedo , transmissivity , absorptivity of the three types of clouds are evaluated with the adding-doubling method by solving the radiative transfer equation. The numerical results show that the reflection function and plane albedo of ice clouds and ice-water clouds are slightly less than those of water clouds at most scattering angles , when the transmissivity is larger. A detailed theoretical analysis of the numerical results is presented , which explains the phenomenon of cloud absorption anomaly.

Keywords : ice-water particles , Mie theory , adding-doubling method , light scattering

PACC : 4225B , 9265D , 4110H

^{*} Project supported by the Program for New Century Excellent Talents of Ministry of Education ,China(Grant No. NECT-04-0949).

[†] Corresponding author. E-mail : yphan@xidian.edu.cn