

# 双光子过程中任意初态原子的信息熵压缩<sup>\*</sup>

刘小娟<sup>1)2)3)</sup> 周并举<sup>1)</sup> 方卯发<sup>2)3)</sup> 周清平<sup>2)3)</sup>

1) 湖南科技大学物理学院,湘潭 411201)

2) 湖南师范大学物理与信息学院,长沙 410081)

3) 中国科学院安徽光学精密机械研究所,合肥 230031)

(2005 年 5 月 10 日收到,2005 年 7 月 11 日收到修改稿)

运用量子信息熵理论研究了双光子过程中任意初态二能级原子与相干场相互作用的信息熵压缩,讨论了系统初态对原子信息熵压缩的影响.并且比较了分别从基于信息熵不确定关系和海森伯不确定关系出发得出的结果.结果表明通过选择适当初始的原子分布角,原子的混合度和相干场的位相角,可以分别控制原子信息熵压缩的偶极矩分量数、压缩频率、压缩幅度和压缩方向.当原子反转为零时,基于海森堡不确定关系的方差压缩定义不再有效,而信息熵压缩实现了对原子压缩效应的高灵敏度度.

关键词:二能级原子,双光子过程,信息熵压缩,方差压缩

PACC:4250

## 1. 引 言

压缩原子的理论发现及其实验实现是近代量子光学与原子光学中最大的进展之一.压缩原子的高精度原子喷泉钟<sup>[1]</sup>、高精密度自旋偏振测量<sup>[2]</sup>、玻色-爱因斯坦凝聚<sup>[3]</sup>、量子控制少光子态的产生<sup>[4]</sup>、量子噪声的控制以及近来在应用到量子通信领域(如量子远程传态<sup>[5,6]</sup>、密码术<sup>[7,8]</sup>和密集拷贝<sup>[9]</sup>)的压缩光中具有重要的应用.值得注意的是大量关于原子压缩的研究<sup>[10-11]</sup>都是基于海森伯不确定关系,并认为均方差是作为量子涨落的标准极限.然而,在文献<sup>[12]</sup>中表示的某些情况下,海森伯不确定关系不能给出原子压缩的充分信息.均方差仅仅涉及二阶统计矩,因此是不精确的.一些作者<sup>[13]</sup>应用量子熵理论研究了量子涨落并获得了位置-动量的熵不确定关系.本文作者之一在文献<sup>[12]</sup>中导出了二能级原子的熵压缩,克服了海森伯不确定关系的局限性.近来,一些作者研究了单光子 J-C 模型的原子信息熵压缩<sup>[14,15]</sup>.

另一方面,由于双光子微波激光器成功运转<sup>[16]</sup>和双光子过程中原子具有周期性量子力学通道的特

性<sup>[16,17]</sup>,使双光子 J-C 模型<sup>[18]</sup>成为量子光学的重要模型和量子通信中正确传递量子信息的重要工具.因此,双光子过程<sup>[18]</sup>成为人们深入研究的热点之一<sup>[19-21]</sup>. Phoenix 和 Knight<sup>[22]</sup>研究了双光过程中场的约化熵时间演化,证明了约化熵能为原子和场的纠缠提供方便而灵敏的量度.本文作者之一研究了具有运动原子的双光子过程场熵和薛定谔猫态<sup>[23]</sup>.但这些研究仅仅涉及纯态原子的情形.而一般来说原子都处于一种统计混合态,研究混合态原子的动力学行为不仅具有更普遍的意义,而且对存在噪声条件下的量子通讯亦是十分重要的<sup>[24]</sup>.文献<sup>[25-27]</sup>分别研究了混合态原子双光子过程中原子粒子数反转,光子的聚束与反聚束效应和原子方差压缩.表明了混合态原子的混合度对其量子性质的影响不能忽略.但是,这一过程中任意态(任意纯态和混合态)原子的信息熵压缩的研究,至今未见涉及.本文运用量子信息熵理论研究了双光子过程中任意初态原子与相干场相互作用的信息熵压缩.讨论了系统初态对原子熵压缩的影响.并且比较了分别从基于信息熵不确定关系和海森伯不确定关系出发得出的结果.结果表明通过选择适当的原子的分布角,原子的混合度,相干场的位相角可以分别控制信息熵压缩的压缩分量数、压缩频率、压缩幅度和压

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号:10374025)、湖南省自然科学基金(批准号:05JJ30004)和湖南省教育厅项目(批准号:03c543)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail: lxjdx@163.com

缩方向. 当原子反转为零时, 基于海森伯不确定关系的方差压缩定义不再有效. 这一研究克服了基于海森伯不确定关系定义的方差压缩的局限, 实现了原子压缩效应高灵敏程度. 近期的研究表明<sup>[28]</sup>: 压缩原子在低噪声量子信息处理中具有重要应用. 因此, 我们的研究对于实验实现双光子过程中低噪声量子信息处理有一定的应用价值.

## 2. 模型及和原子的约化密度矩阵

考虑一个二能级原子与一量子光场通过双光子过程发生相互作用. 在旋波近似下, 系统的有效哈密顿可以写成<sup>[29]</sup>

$$H = \omega_0 S_z + \omega a^\dagger a + g(S_+ a^2 + a^{+2} S_-) \quad (\hbar = 1), \quad (1)$$

式中  $a^\dagger, a$  是频率为  $\omega$  的场模的产生和湮没算符,  $S_z$  和  $S_\pm$  分别为原子的反转和跃迁算符,  $\omega_0$  为原子的跃迁频率,  $g$  为原子与场模的耦合常数. 为简单起见, 我们考虑共振情况(即  $2\omega = \omega_0$ ), (1)式确定的哈密顿量可以重新写为

$$\begin{aligned} H &= H_0 + H_I, \\ H_0 &= \omega(2S_z + a^\dagger a), \\ H_I &= g[S_+ a^2 + a^{+2} S_-]. \end{aligned} \quad (2)$$

在相互作用绘景中, 可以证明

$$[H_0(t), H_I(t)] = 0. \quad (3)$$

时间演化 Dyson 算符  $U_I(t)$  可以写为

$$U_I(t) = \exp[-iH_I(t)]. \quad (4)$$

在二维原子基矢时间演化 Dyson 算符  $U_I(t)$  的矩阵表示可以写为

$$U_I(t) = \begin{bmatrix} \hat{u}_{11} & -i\hat{u}_{12} \\ -i\hat{u}_{21} & \hat{u}_{22} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{u}_{11} &= \cos(\hat{A}gt), \quad \hat{u}_{21} = a^{+2} \frac{\sin(\hat{A}gt)}{\hat{A}}, \\ \hat{u}_{22} &= \cos(\hat{B}gt), \quad \hat{u}_{12} = a^{+2} \frac{\sin(\hat{B}gt)}{\hat{B}}, \\ \hat{A} &= \sqrt{a^2 a^{+2}}, \quad \hat{B} = \sqrt{a^{+2} a^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

考虑原子的初态为激发态  $|e\rangle$  和基态  $|g\rangle$  叠加的任意纯态为

$$|\psi_A\rangle = \cos(\theta/2)|e\rangle + \exp(i\varphi)\sin(\theta/2)|g\rangle, \quad (7)$$

而设初始场为相干态, 则有

$$\begin{aligned} |\alpha\rangle &= \sum_{n=0}^{\infty} F_n |n\rangle, \\ F_n &= \exp(-\bar{n}) \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}, \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $0 \leq \theta \leq \pi$  为原子的分布角,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$  是原子偶极位相,  $g$  代表原子与光场相互作用强度,  $gt$  为一种通用的标度时间,  $\alpha = \sqrt{\bar{n}} \exp(i\beta)$ ,  $\bar{n}$  是初始平均光子数,  $\beta$  是初始相干场的位相角. 原子与场全系统的初态可写为

$$\rho(0) = \rho_A(0) \otimes \rho_F(0), \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} \rho_A(0) &= |\psi_A\rangle\langle\psi_A|, \\ \rho_F(0) &= |\alpha\rangle\langle\alpha| \end{aligned} \quad (10)$$

分别为初始时间原子和场模的密度算符. 在任意时刻, 原子的约化密度算符可以写为

$$\begin{aligned} \rho_A(t) &= \text{Tr}_F\{U_I(t)\rho(0)U_I^\dagger(t)\} \\ &= \begin{bmatrix} \rho_{22} & \rho_{21} \\ \rho_{12} & \rho_{11} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} \rho_{22} &= \sum_{n=0}^{\infty} |F_n|^2 \{ \cos(\theta/2) \cos(\sqrt{(n+1)(n+2)})gt \}^2 \\ &\quad + \bar{n}^2 \mathcal{A}(n+1) \mathcal{A}(n+2) \sin(\theta/2) \sin(\sqrt{(n+1)(n+2)})gt \}^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{\bar{n}}{\sqrt{(n+1)(n+2)}} \sin(\theta) \sin(\varphi - 2\beta) \sin(2\sqrt{(n+1)(n+2)})gt \}. \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \rho_{21} &= \rho_{12}^* \\ &= \frac{1}{2} \sin(\theta) \sum_{n=0}^{\infty} |F_n|^2 \{ \exp(i(\varphi + 4\beta)) \cos(\sqrt{(n+1)(n+2)})gt \} \cos(\sqrt{(n)(n-1)})gt \} \\ &\quad + \exp(-i\varphi) \sin(\sqrt{(n+1)(n+2)})gt \sin(\sqrt{(n)(n-1)})gt \} \\ &\quad + i \exp(i2\beta) \mathcal{A}(F_n F_{n-2}^*) \cos(\theta/2) \cos(\sqrt{(n+1)(n+2)})gt \sin(\sqrt{(n-1)(n)})gt \} \end{aligned}$$

$$+ F_{n+2} F_n^* \sin(\theta/2)^2 \sin(\sqrt{(n+1)(n+2)}gt) \cos(\sqrt{(n+1)(n+2)}gt) \}, \quad (13)$$

$$\rho_{11} = 1 - \rho_{22}. \quad (14)$$

若考虑在  $t=0$  时原子处于任意混合态,

$$\rho_A(0) = \eta_1 E_1 + \eta_2 E_2, \quad (15)$$

式中  $E_1 = |e\rangle\langle e|$ ,  $E_2 = |g\rangle\langle g|$ ,  $\eta_i$  为原子处于态  $E_i$  ( $i=1, 2$ ) 的概率, 且  $\eta_1 + \eta_2 = 1$ . 而设初始场仍为 (8) 式确定的相干态, 在任意时刻  $t > 0$ , 原子的约化密度算符可以写为

$$\begin{aligned} \rho_A(t) &= \text{Tr}_F \{ U_A(t) \rho_A(0) \otimes \rho_F(0) U_A^\dagger(t) \} \\ &= \begin{bmatrix} \rho_{22} & \rho_{21} \\ \rho_{12} & \rho_{11} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned} \rho_{22} &= \eta_1 \sum_{n=0}^{\infty} |F_n|^2 \cos(\sqrt{(n+1)(n+2)}gt)^2 \\ &\quad + \eta_2 |F_{n+2}|^2 \sin(\sqrt{(n+1)(n+2)}gt)^2. \end{aligned} \quad (17)$$

$$\rho_{11} = 1 - \rho_{22}, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \rho_{21} &= \rho_{13}^* \\ &= i \left( \eta_1 \sum_{n=0}^{\infty} (F_n F_{n-2}^* \cos(\sqrt{(n+1)(n+2)}gt) \right. \\ &\quad \times \sin(\sqrt{(n-1)n}gt) \\ &\quad \left. - \eta_2 F_{n+2} F_n^* \sin(\sqrt{(n+1)(n+2)}gt) \right. \\ &\quad \left. \times \cos(\sqrt{(n)(n+1)}gt) \right). \end{aligned} \quad (19)$$

然后利用 (12)–(19) 式, 研究原子的信息熵压缩.

### 3. 原子的信息熵压缩性质

由文献 [12] 可知, 二能级原子偶极矩分量  $S_\alpha$  ( $\alpha = x, y, z$ ) 的信息熵为

$$H(S_\alpha) = - \sum_{i=1}^2 P_i(S_\alpha) \ln P_i(S_\alpha), \quad \alpha = x, y, z \quad (20)$$

其中  $P_i(S_\alpha) = \langle \psi_{ai} | \rho | \psi_{ai} \rangle$ ,  $i=1, 2$ , 是变量  $S_\alpha$  在用  $\rho$  描述的量子态中的概率分布. 原子变量  $S_x, S_y, S_z$  的信息熵满足信息熵不确定关系

$$\delta H(S_x) \delta H(S_y) \geq \frac{4}{\delta H(S_z)}, \quad (21)$$

式中  $\delta H(S_\alpha) = \exp[H(S_\alpha)]$ . 如果原子偶极矩分量  $S_\alpha$  ( $\alpha = x$  或  $y$ ) 的涨落满足以下不等式

$$\begin{aligned} E(S_\alpha) &= \delta H(S_\alpha) - \frac{2}{\sqrt{|\delta H(S_z)|}} < 0 \\ (\alpha = x \text{ 或 } y), \end{aligned} \quad (22)$$

就称  $S_\alpha$  分量的信息熵被压缩<sup>[12]</sup>. 利用由 (12)–(19) 式给定的原子约化密度矩阵元, 原子算符的信息为

$$\begin{aligned} H(S_x) &= - \left[ \frac{1}{2} + \text{Re}(\rho_{21}(t)) \right] \ln \left[ \frac{1}{2} + \text{Re}(\rho_{21}(t)) \right] \\ &\quad - \left[ \frac{1}{2} - \text{Re}(\rho_{21}(t)) \right] \ln \left[ \frac{1}{2} - \text{Re}(\rho_{21}(t)) \right], \\ H(S_y) &= - \left[ \frac{1}{2} + \text{Im}(\rho_{21}(t)) \right] \ln \left[ \frac{1}{2} + \text{Im}(\rho_{21}(t)) \right] \\ &\quad - \left[ \frac{1}{2} - \text{Im}(\rho_{21}(t)) \right] \ln \left[ \frac{1}{2} - \text{Im}(\rho_{21}(t)) \right], \\ H(S_z) &= - \rho_{22}(t) \ln \rho_{22}(t) - \rho_{11} \ln \rho_{11}(t). \end{aligned} \quad (23)$$

当考虑原子初态为任意纯态时, 式中的  $\rho_{ij}(t)$  由 (12)–(14) 式给定. 当考虑原子初态为任意混合态时, 式中的  $\rho_{ij}(t)$  由 (17)–(19) 式给定.

然而, 基于海森伯不确定关系的方差压缩定义为: 如果原子偶极矩分量  $S_\alpha$  满足下式

$$\begin{aligned} V(S_\alpha) &= \Delta S_\alpha - \sqrt{|S_z|/2} < 0 \\ (\alpha = x \text{ 或 } y), \end{aligned} \quad (24)$$

其中  $\Delta S_\alpha = [S_\alpha^2 - S_\alpha]^{\frac{1}{2}}$ , 就说  $S_\alpha$  分量出现了压缩. 很显然, (22) 式直接反映系统量子涨落的信息, 包含了系统密度矩阵高阶统计矩的信息. 而 (24) 式仅包含了系统密度矩阵二阶统计矩的信息. 在 (24) 式中, 当  $S_z = 0$  的情况下, 例如, 当原子处在算符  $S_y$  的本征态, 海森伯不确定关系是平庸的 (因为  $\Delta S_\alpha \geq 0$ ), 不能给出关于压缩的信息. 而 (22) 式确是非平庸的, 可以提供原子的压缩信息. 下面我们讨论原子的信息熵压缩.

### 4. 数值计算和讨论

讨论在原子和场不同的初始条件下原子信息熵压缩的性质及原子相干性对信息熵压缩的影响.

#### 4.1. 原子初始处于任意纯态时原子分布的影响

原子分布角表征原子处于基态和激发态的分布. 当  $\theta = 0$  或  $\pi$ , 原子处于非相干叠加纯态即激发

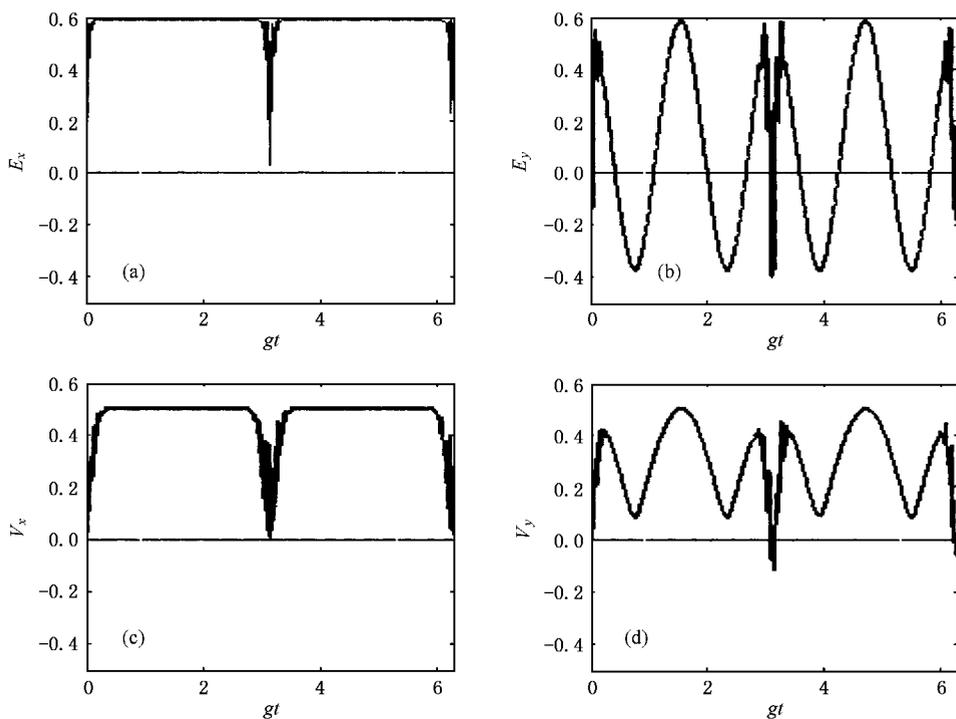


图 1 压缩因子的时间演化 初始原子处于非相干叠加纯态 ( $\theta = 0$ ) 场的平均光子数  $\bar{n} = 36$ , 位相  $\beta = 0$ . 信息熵压缩因子 (a)  $E(S_x)$  和 (b)  $E(S_y)$ , 方差压缩因子 (c)  $V(S_x)$  和 (d)  $V(S_y)$

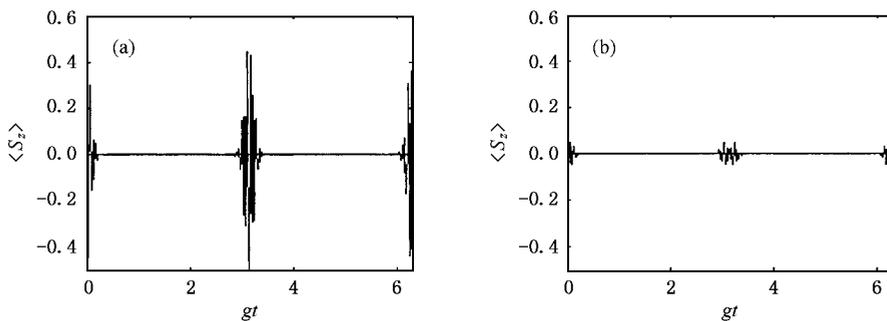


图 2 原子反转演化 初始场为相干态, 场的平均光子数  $\bar{n} = 36$ , 位相  $\beta = 0$ . (a) 原子处于激发态,  $\theta = 0$ , (b) 原子处于相干叠加纯态, 分布角  $\theta = \pi/2$ , 位相  $\varphi = \pi/2$

态或基态. 当  $\theta \neq 0$  且  $\theta \neq \pi$  原子处于相干叠加纯态.

#### 4.1.1. 原子处于非相干叠加纯态

在原子处于激发态 ( $\theta = 0$ ), 场处相干态, 平均光子数  $\bar{n} = 36$ , 位相  $\beta = 0$  的情况下, 图 1 展示了信息熵压缩因子  $E(S_x)$ ,  $E(S_y)$  和方差压缩因子  $V(S_x)$  和  $V(S_y)$  的时间演化, 图 2(a) 给出了原子反转  $S_z$  的时间演化.

由图 1(a) 和 1(c) 可见, 当原子激发态时, 压缩因子  $E(S_x)$  和  $V(S_x)$  两者都显示变量  $S_x$  不存在压缩. 而图 1(b) 和 1(d) 显示  $E(S_y)$  和  $V(S_y)$  有很大的

差别: 当  $t \in (2k + 1)\pi/4g, k = 0, 1, 2, \dots$  时, 前者展示出压缩而后者没有呈现压缩. 存在这种差别的物理根源是: 在这些时间段内, 原子反转  $S_z = \alpha$  (图 2(a)), 基于海森伯不确定关系定义 的方差压缩是平庸的, 从在 (24) 式不可以获得压缩信息, 而信息熵压缩是非平庸的 (22) 式可以提供足够的压缩信息. 更多的研究表明, 在  $\beta, \bar{n}$  一定的情况下, 原子处于基态和激发态的以上四个压缩因子的时间演化是完全相同的.

#### 4.1.2. 原子处于相干叠加纯态

图 3 给出原子初始处于相干叠加纯态  $\theta = \pi/2$ ,

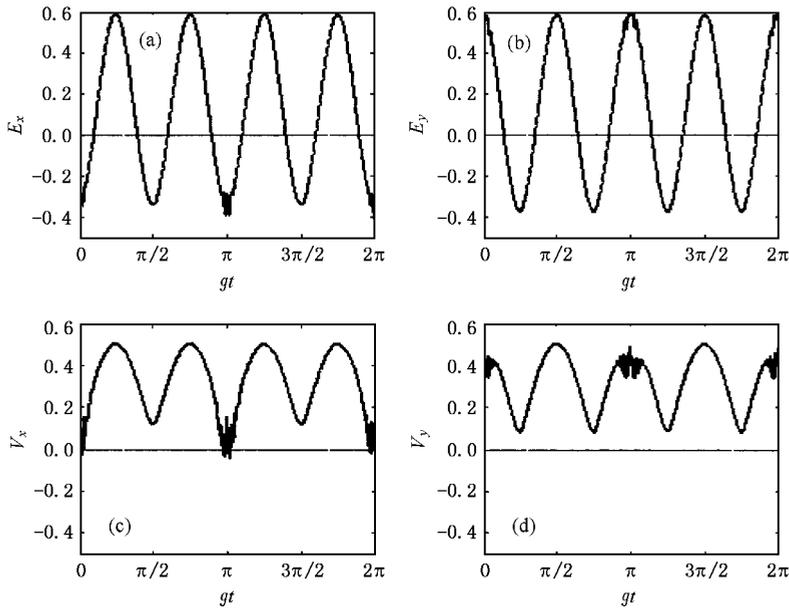


图3 压缩因子的时间演化 初始原子处于相干叠加态, 分布角  $\theta = \pi/2$ , 位相  $\varphi = \pi/2$ , 场的平均光子数  $\bar{n} = 36$ , 位相  $\beta = 0$ . 信息熵压缩因子(a)  $E(S_x)$ 和(b)  $E(S_y)$ , 偏差压缩因子(c)  $V(S_x)$ 和(d)  $V(S_y)$

位相  $\varphi = \pi/2$ 、初始场的平均光子数  $\bar{n} = 36$ 、位相  $\beta = 0$ 的情况下压缩因子的时间演化. 从图 3(a) 和 3(b) 中可以很清楚地看出, 原子偶极矩分量  $S_x$  和  $S_y$  出现交替的信息熵压缩, 而从图 3(c) 和 3(d) 中可以看出, 此时不存在方差压缩. 特别地, 在  $t = (2k + 1)\pi/4g$  时刻附近, 即在原子反转回复时间  $t_R$  的四分之一时刻附近,  $E(S_y)$  出现接近最佳压缩. 利用文献 [23] 的结果可以作定量解释. 在这些时刻附近, 原子约化熵降低到接近 0 值, 原子与场几乎完全退纠缠, 原子演化到它的纯态

$$|\psi_A(t_R/4)\rangle \approx (|e\rangle + i|g\rangle)/\sqrt{2}, \quad (25)$$

这正是算符  $S_y$  的本征态. 由 (20) 式, 获得原子算符  $S_x, S_y$  和  $S_z$  的值在这些时间的信息熵分别为  $H(S_y) = 0.0, H(S_z) = \ln 2$ . 对应  $\delta H(S_x) = 1, \delta H(S_z) = 2$ .

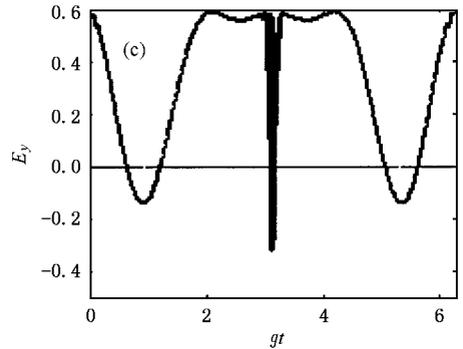
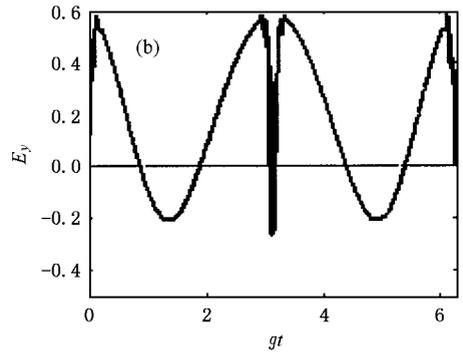
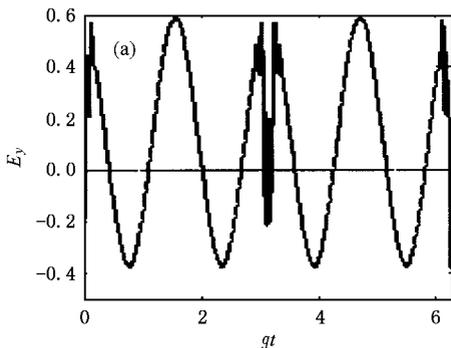


图4 压缩因子  $E(S_y)$  的时间演化 场位相  $\beta = \pi/4$ , 场的平均光子数  $\bar{n} = 36$  (a) 原子初态处于零混合度  $D = 0 (\eta_1 = 0, \eta_2 = 1)$ , (b) 原子初态处于一般混合度  $0 < D < 1 (\eta_1 = 0.1, \eta_2 = 0.9)$ , (c) 原子初态处于最大混合度  $D = 1 (\eta_1 = 0.5, \eta_2 = 0.5)$

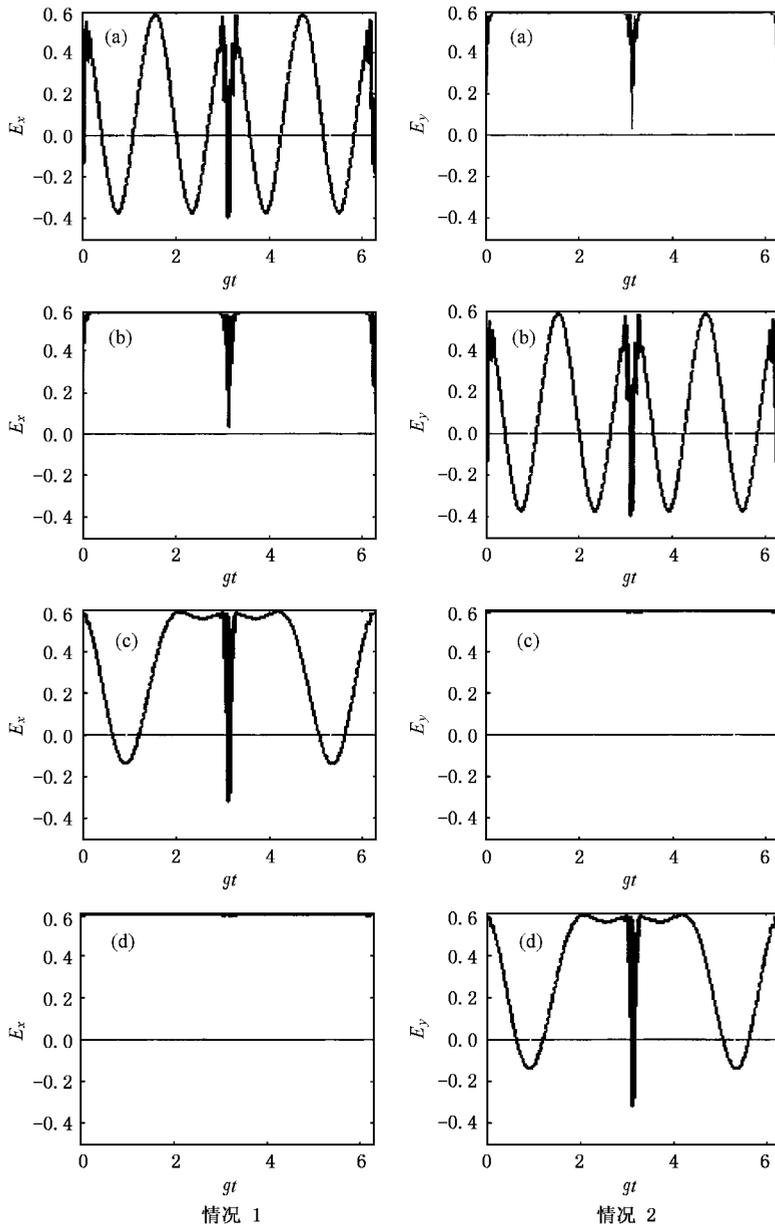


图5 压缩因子的时间演化 场的平均光子数  $\bar{n} = 36$ . 情况1 原子初始处于纯态, 分布角  $\theta = 0$  (a)  $E(S_x)$  场位相  $\beta = \pi/4$  (b)  $E(S_y)$  场位相  $\beta = 0$ . 情况2 原子初态处于最大混合度  $D = 1$  (c)  $E(S_x)$  场位相  $\beta = \pi/4$  (d)  $E(S_y)$  场位相  $\beta = 0$

利用这些数值可算得信息熵压缩因子  $E(S_y) \sim -0.414 < 0$  和  $E(S_x) = 0.586 > 0$ , 基于海森伯不确定关系定义的方差压缩判别式(24)中  $V(S_y) > 0$ , 不能提供  $S_y$  的压缩信息.  $S_y$  不出现压缩, 数据分析的结果与我们的数值计算的结果相符(图3(b), 3(d)). 信息熵压缩和方差压缩结果的差异可解释为: 由于原子相干性的影响, 原子反转的幅度  $S_z$  变得很小, 趋于0(图3(b)). 基于海森伯不确定关系定义的方差压缩不再有效, 整个过程都没有出现方差压缩. 我们的结果表明: 原子的相干性, 即  $\theta$  参数决

定偶极矩分量信息熵压缩的个数. 当  $\theta = 0$  或  $\theta = \pi$  时, 仅有一个偶极矩分量被压缩; 当原处一相干叠加态 ( $\theta = \pi/2$ ) 时, 有两个偶极矩分量在不同时间出现交替压缩.

#### 4.2. 原子初始处于任意混合态时原子混合度的影响

进一步讨论原子初始处于任意混合态时原子混合度的影响. 定义原子的混合程度, 简称原子混合度  $D$ , 反比于原子差的概率差  $\epsilon = |\eta_1 - \eta_2|$ . 即当  $\epsilon = 1$  时, 原子处于纯态, 原子混合度  $D$  为零; 当  $\epsilon = 0$

时,原子处于最大混合度  $D = 1$  的混合态;当  $0 < \epsilon < 1$  时,原子处于一般混合度  $0 < D < 1$  和混合态. 图 4 (a)–(c) 分别展示了原子初始处于纯态  $D = 0$ , 一般混合态  $0 < D < 1$  和最大混合态  $D = 1$  时压缩因子的时间演化. 显然,信息压缩因子  $E(S_y)$  表明的压缩频率和压缩的幅度随着原子的混合度的增加而减小,即原子的混合度越大,原子越远熵压缩状态. 这些现象表明,原子初始所处的混合度,对原子的熵压缩性质影响很大. 要增大原子信息熵压缩频率和压缩幅度,就必须减小原子初态的混合度. 当原子初态的混合度  $D$  为零时,可以得到最大的信息熵压缩频率和最大的信息熵压缩幅度(见图 4(a)).

#### 4.3. 场的位相影响

最后,我们讨论场的位相对原子信息熵压缩的影响(图 5(a)–(d)),可发现一个很重要的现象,原子信息熵压缩的方向依赖于场的位相,考虑原子初始处于纯态(图 5(a)与(b))和原子初态处于最大混合度(图 5(c)和(d))时场位相  $\beta$  对原子信息熵压缩的影响. 结果发现:当在相同的时间内  $\beta$  趋于  $\pi/4$

时,  $S_x$  方向有压缩  $S_y$  分量没有压缩;而  $\beta$  趋于 0 时,  $S_x$  方向没有压缩  $S_y$  分量有压缩,这表明场的位相  $\beta$  决定了原子信息熵压缩的方向.

## 5. 结 论

根据量子信息熵理论研究了双光子过程中任意初态二能级原子与相干场相互作用的信息熵压缩. 讨论了系统初态对原子信息熵压缩的影响. 并且比较了分别从基于信息熵不确定关系和海森伯不确定关系出发得出的结果. 结论表明: 1) 原子的初始分别布角决定原子信息熵压缩的偶极矩分量数. 2) 原子初态的混合度决定原子信息熵压缩频率及压缩幅度. 3) 场的初始位相决定原子信息熵压缩的方向. 4) 量子信息熵压缩是原子压缩效应的精密量度. 它克服了基于海森伯不确定关系定义的方差压缩的平庸性. 由于压缩原子的低噪声量子信息处理中具有重要应用,因此,我们的结论对于实验实现双光子过程低噪声量子信息处理是十分重要的.

- [1] Wimmeland D J, Bollinger J J 1994 *Phys. Rev. A* **50** 67  
Sørensen A, Mølmer K 1999 *e-print quantph* 199003044
- [2] Sørensen J L, Hand J, Polzik E S 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 3497
- [3] Kuang L M 1998 *Commun Theor Phys* **30** 161
- [4] Saito H, Ueda M 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 3869  
Saito H, Ueda. 1999 *Phys. Rev. Lett.* **59** 3059
- [5] Kuang L M, Zeng A H, Kuang Z H 2003 *Phys. Lett. A* **319** 24  
Wu Y, Yang X X 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 3086  
Zhou L, Kuang L M 2002 *Phys. Lett. A* **302** 273
- [6] Furusawa A, Sørensen J, Braunstein S L, Fuchs C A, Kimble H J, Polzik E S, 1998 *Science* **282** 706
- [7] Ralph T C 2000 *Phys. Rev. A* **61** 010303R  
Ohya M, Pets D 1993 *Quantum Entropy and Its Use* (Springer-Verlag, Berlin)
- [8] Hillery M 2000 *Phys. Rev. A* **61** 022309
- [9] Ban M 2000 *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **1** 19  
Ban M 2000 *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **27** 86
- [10] Tiang Y H, Peng J S 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 2060 (in Chinese)  
[田永红、彭金生 1999 物理学报 **48** 2060]
- [11] Dong C H 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1058 (in Chinese) [董传华 2001 物理学报 **50** 1058]
- [12] Fang M F, Zhou P, Swain S 2000 *Chin. Phys. Lett.* **17** 885  
Fang M F, Zhou P, Swain S 2000 *J. Optics* **47** 1043
- [13] Hirschman I I 1957 *Am. J. Math.* **79** 152  
Bialynicki B I, Mycielski J 1975 *Commun. Math. Phys.* **44** 129  
Beckner W 1975 *Ann. Math.* **102** 159  
Deutsch D 1983 *Phys. Rev. Lett.* **50** 631
- [14] Mahmoud A A, Aballa M S, Obada A-S F 2002 *J. Opt. B* **4** 13
- [15] Li C X, Fang M F 2003 *Chin. Phys.* **12** 294
- [16] Fang M F, Liu X 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 435 (in Chinese) [方卯发、刘翔 2000 物理学报 **49** 435]
- [17] Liu X J, Fang M F, Zhou Q P 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 703 (in Chinese) [刘小娟、方卯发、周清平 2005 物理学报 **54** 703]
- [18] Sukumar C V, Buck B 1981 *Phys. Lett. A* **83** 211
- [19] Brune M, Raimond J M, Haroche S 1987 *Phys. Rev. A* **35** 154
- [20] Gao Y F, Feng J, Song T Q 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1650 (in Chinese) [高云峰、冯健、宋同强 1999 物理学报 **48** 1650]
- [21] Tiang Y H, Peng J S, Xu D H, Tao S H 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1439 (in Chinese) [田永红、彭金生、徐大海、陶少华 1999 物理学报 **48** 1439]  
Wei W, Guo G C 1997 *Chin. Phys.* **6** 737  
Feng X L 1997 *Acta Phys. Sin.* **46** 1926 (in Chinese) [冯勋立 1997 物理学报 **46** 1926]
- [22] Poenix S J D, Knight P L 1988 *Ann. Phys. (N. Y.)* **186** 381  
Poenix S J D, Knight P L 1991 *Phys. Rev. A* **44** 6023  
Poenix S J D, Knight P L 1990 *J. Opt. Soc. Am. B* **7** 116
- [23] Liu X J, Wang Q H 1999 *Acta Sinica Quantum Optica* **5** 1 (in Chinese) [刘小娟、王琴惠 1999 量子光学学报 **5** 1]

- [ 24 ] Wang C Z , Fang M F 2002 *Acta Phys . Sin .* **51** 1989 ( in Chinese )  
[ 王成志、方卯发 2002 物理学报 **51** 1989 ]
- [ 25 ] Nie Y Y , Lei M S 1999 *Acta Opt . Sin .* **28** 591 ( in Chinese ) 聂义友、雷敏生 1999 光学学报 **28** 591 ]
- [ 26 ] Nie Y Y , Lei M S 2000 *Acta Quantum Electr . Sin .* **17** 134 ( in Chinese ) 聂义友、雷敏生 2000 量子电子学报 **17** 134 ]
- [ 27 ] Nie Y , Zheng F , Liu S , Tao X Y 2002 *Acta Quantum Electr . Sin .* **19** 38 ( in Chinese ) 聂义友、郑富年、刘三秋、陶向阳 2002 量子电子学报 **19** 38 ]
- [ 28 ] Mahmoud Abdel Aty , Abdalla M S , Obada A-SF 2002 *Quantum Semiclass . Opt .* **4** 134
- [ 29 ] Peng J S , Li G X 1986 *Modern Quantum Optics Introduction* ( Beijing Science Press ) p370 ( in Chinese ) 彭金生、李高翔 1986 近代量子光学导论(北京 科学出版社)第 370 页 ]

## Information entropy squeezing of the atom of an arbitrary initial state via the two-photon process <sup>\*</sup>

Liu Xiao-Juan<sup>1 2 3</sup> † Zhou Bing-Ju<sup>1</sup>) Fang Mao-Fa<sup>2 3</sup>) Zhou Qing-Ping<sup>2 3</sup>)

1 † *Department of Physics , Hunan University of Science and Technology , Xiantan 411201 , China* )

2 † *Department of Physics , Hunan Normal University , Changsha 410081 , China* )

3 † *Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics , Chinese Academy of Sciences , Hefei 230031 , China* )

( Received 10 May 2005 ; revised manuscript received 11 July 2005 )

### Abstract

From the quantum information point of view we investigate the entropy squeezing properties of a two-level atom with arbitrary initial state interacting with the coherent field via the two-photon process. The influence of the initial state of the system on the atomic information entropy squeezing is discussed. The numerical results obtained from the uncertainly relation of quantum information entropy are compared with those obtained from the uncertainly relation of Heisenberg. It is shown that the number of squeezed component of the atomic dipole , squeezed frequency , squeezed amplitude and squeezed direction of the atomic information entropy squeezing can be controlled by choosing the initial atomic distribution angle , the atomic mixing degree and the relative phase of the field mode , respectively. Quantum information entropy is a remarkable precise measure for the atomic squeezing.

**Keywords :** two-level atom , two-photon process , information entropy squeezing , variance squeezing

**PACC :** 4250

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 10374025 ) , the National Science Foundation of Hunan Province , China ( Grant No. 05JJ30004 ) , and the Scientific Research Fund form the Education Bureau of Hunan Province , China ( Grant No. 03c543 ) .

† Corresponding author. E-mail : lxjdx@163.com