

高频电磁波多次散射的数值求解*

李运周¹⁾ 史庆藩^{1)†} 王 琪²⁾

1) 北京理工大学物理系, 北京 100081)

2) 盐城师范学院计算机系, 盐城 224002)

(2005 年 6 月 23 日收到, 2005 年 8 月 11 日收到修改稿)

结合等效射线管模型和物理光学法实现了复杂目标高频电磁波多次散射高效且精确的数值求解. 在求解射线管的电磁场积分中, 选取物体表面为积分区域, 详细推导了在物体表面完成的远场积分公式, 数值计算结果比前人沿射线管波前积分更精确. 计算了几种由平板构成的导体和涂覆介质目标, 数值求解结果与已有的实验数据相当符合. 该结果可为复杂目标的雷达探测和识别提供理论参考.

关键词: 电磁散射, 电磁场积分方程, 物理光学法

PACC: 4110H, 4225

1. 引 言

在研究复杂目标的高频电磁散射特性时, 大多采用基于物理光学的方法, 如面元法、像素法, 但是这些方法只能计算物体表面的一次散射, 对腔体或具有多次散射特性的复杂目标不能给出准确的结果. Ling 等人提出的射线追踪法^[1] (shooting and bouncing ray), 能方便地计算电磁波在复杂物体表面的多次散射, 因此能较准确地预估复杂目标的高频散射. 射线追踪法将入射电磁波等效为一条条射线管, 分别计算出每一条射线管的散射场后再求和, 即为物体总的散射场. 但为了保证计算精度, 等效射线管必须足够小, 一般取每波长十条射线管. 因此用射线管模型计算电大尺寸目标的高频散射时, 计算量将会变得非常巨大, 数值求解速度很慢.

本文充分利用了物理光学法和等效射线管模型各自的优点, 采用物理光学法计算一次散射, 采用等效射线管模型计算目标表面的多次散射, 实现了高效的数值求解. 在用等效射线管求解远区散射场的积分中, 本文采用了在物体表面上直接积分, 获得了比前人更好的数值计算结果, 文中还详细推导了表面积分公式. 前人所发表过的文献中大多考虑理想导体散射目标^[2,3], 对介质目标的研究很少, 我们则计算了几种由平板构成的导体和介质目标. 结果表

明, 用物理光学法和等效射线管模型, 不仅能更精确地计算结构复杂的理想导体, 也能计算涂覆介质层的目标的高频电磁散射特性, 而且其数值求解效率比直接用射线追踪法有显著提高.

2. 理论公式

2.1. 物理光学法

远场近似假定散射体上面或其附近的一个源到远场观察点的距离 R 远大于任何散射体尺寸. 由此可知, 格林函数的梯度可很好地近似为 $\nabla\psi \approx jk_s\psi$, \hat{s} 是指向散射方向的单位矢量. 在远场条件下, 线积分可表示为面积分, 当它与其他项合并时就可得到简化. 而且表面场的贡献是横向的, 在散射方向上没有贡献, 因此可以建立以下的电磁场积分方程求解散射场^[4]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^s = & -jk\psi_0 \int_S \hat{s} \times \hat{n} \times \mathbf{E} + Z_0 \hat{s} \times (\hat{n} \times \mathbf{H})] \\ & \times \exp[jkr \cdot (\hat{i} - \hat{s})] dS, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^s = & -jk\psi_0 \int_S \hat{s} \times [\hat{n} \times \mathbf{H} - Y_0 \hat{s} \times (\hat{n} \times \mathbf{E})] \\ & \times \exp[jkr \cdot (\hat{i} - \hat{s})] dS, \end{aligned} \quad (2)$$

其中, \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 分别为散射体表面总的电场和磁场强度, \mathbf{E}^s 和 \mathbf{H}^s 分别为散射电场和磁场强度, \hat{n} 为散射

* 总装预研基金(批准号: BQ0130)和江苏省自然科学基金(批准号: 69493505)资助的课题.

† E-mail: qfshi@163.com

体表面法向单位矢量 \hat{s} 为电磁波入射方向单位矢量. \mathbf{r} 为散射体表面上任一点的位置矢量, k 为波数. $\psi_0 = \exp(jkR)/(4\pi R)$ 是远场格林函数.

由于

$$\mathbf{H}^s = Y_0 \hat{s} \times \mathbf{E}^s, \quad (3)$$

因此由(1)(2)两个方程中任一个都可以用来计算远区散射场. 其中 $Y_0 = 1/Z_0$ 为自由空间的导纳.

对于理想导体, 电磁波在导体表面的切向边界条件为

$$\hat{n} \times \mathbf{E} = 0,$$

$$\hat{n} \times \mathbf{H} = 2\hat{n} \times \mathbf{H}^i,$$

其中 \mathbf{H}^i 是在表面单元 dS 处的入射电磁波的磁场强度.

设入射波磁场强度为 H_0 . 于是上两式可简化为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^s &= -jkZ_0 H_0 \psi_0 \int_{S_1} \hat{s} \times \hat{s} \times (\hat{n} \times \mathbf{H}^i) \\ &\times \exp[jk\mathbf{r} \cdot (\hat{i} - \hat{s})] dS, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^s &= -jkH_0 \psi_0 \int_{S_1} \hat{s} \times (\hat{n} \times \mathbf{H}^i) \\ &\times \exp[jk\mathbf{r} \cdot (\hat{i} - \hat{s})] dS. \end{aligned} \quad (5)$$

由 Stocks 定理, 可以把 N 边形面元积分化为多项式求和^[5]

$$\begin{aligned} &jk \iint_{S_1} \mathbf{Q} e^{jk\mathbf{r}' \cdot (\hat{s} - \hat{i})} dS' \\ &= \frac{Q_{S_1}}{|\hat{n} \times \mathbf{w}|^2} \sum_{m=1}^N \hat{n} \times \mathbf{w} \cdot \mathbf{a}_m e^{jk\mathbf{r}'_m \cdot \mathbf{w}} sa\left(\frac{1}{2}ka_m \cdot \mathbf{w}\right), \end{aligned} \quad (6)$$

式中, Q_{S_1} 是在面元上计算的 Q , $\mathbf{w} = \hat{s} - \hat{i}$, 如图 1 所示, \mathbf{a}_m 表示面元第 m 条边的长度和取向, 其取向与面元法矢 \mathbf{n} 遵从右手螺旋法则, \mathbf{r}_m 是第 m 条边中点的位置矢量, $sa(x) = \sin x/x$. 当 $|\hat{n} \times \mathbf{w}| = 0$ 时, 上式简化为

$$jk \iint_{S_1} \mathbf{Q} e^{jk\mathbf{r}' \cdot (\hat{s} - \hat{i})} dS' = jkQ_{S_1} S_1, \quad (7)$$

其中 S_1 是 N 边形面元的面积, $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_N$ 为 N 边形顶点的位置矢量, \mathbf{r}_0 为面元上任意给定点的位置矢量, $\mathbf{a}_m = \mathbf{b}_{m+1} - \mathbf{b}_m$, \mathbf{r}' 为面元上任一点的位置矢量.

2.2. 射线追踪法

在高频情况下, 电磁波在物体表面发生反射时, 遵从几何光学的反射定律. 可以把电磁波等效看作一条条的射线管, 如图 2 所示, 按几何光学原理分别

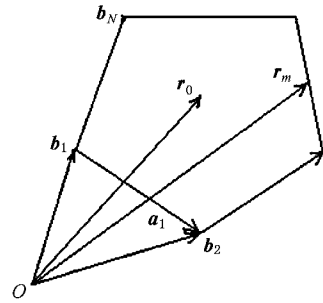


图 1 N 边形面元积分

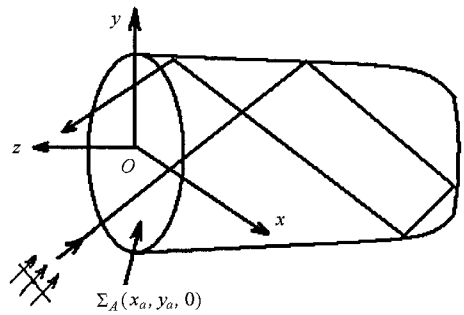


图 2 射线追踪法示意图

追踪每一条入射到口径面 $\Sigma_A(x_a, y_a, 0)$ 上的射线管, 直到这条射线管在散射体上经过多次反射后再再次射到口径面, 即射线管离开散射体为止. 在射线追踪过程中, 由于极化、腔壁损耗、发散因子、相位滞后等因素的影响, 还必须对每根射线进行场强跟踪, 最后将返回到口径面上的射线管通过积分求出它的远区散射场^[6]. 分别每一条射线管积分求出它的散射场, 再把所有射线管的散射场求和, 即为总的散射场.

以下详细推导弹线管远区散射场的积分方程. 对某一条射线管而言, 一旦它的轨迹确定了, 就可以由入射电场强度求出它离开口径面 $\Sigma_A(x_a, y_a, 0)$ 时的电场强度 \mathbf{E}_{ap} . 假设这条射线管在散射体上的一系列反射点为 $\{(x_i, y_i, z_i)\}, i = 1, 2, \dots, L, N$. \mathbf{E}_{ap} 即可由以下的方程求出:

$$\begin{aligned} &\mathbf{E}(x_{i+1}^-, y_{i+1}^-, z_{i+1}^-) \\ &= (DF)_i \cdot (\Gamma)_i \cdot \mathbf{E}(x_i^-, y_i^-, z_i^-) \cdot e^{-k \text{phase}}, \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $\text{phase} = k_0[(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2]^{1/2}$, $\mathbf{E}(x_i^-, y_i^-, z_i^-)$ 是电磁波在 (x_i, y_i, z_i) 点发生反射时的入射电场强度. $(DF)_i$ 是在 (x_i, y_i, z_i) 点发生反射时, 由于散射体表面的形状而使射线管形状发生变化而引入的电场扩散因子^[11]. 如果散射体表面是平面, 则 $(DF)_i = 1$. $(\Gamma)_i$ 是第 i 次反射时由

于电场强度矢量方向的变化而引入的平面反射矩阵^[1].

一个给定射线管的远区散射电场强度 $E(r, \theta, \phi)$ 近似为

$$E(r, \theta, \phi) \approx \frac{e^{-jkr}}{r} (\hat{\theta} A_\theta + \hat{\phi} A_\phi), kr \rightarrow \infty, \quad (9)$$

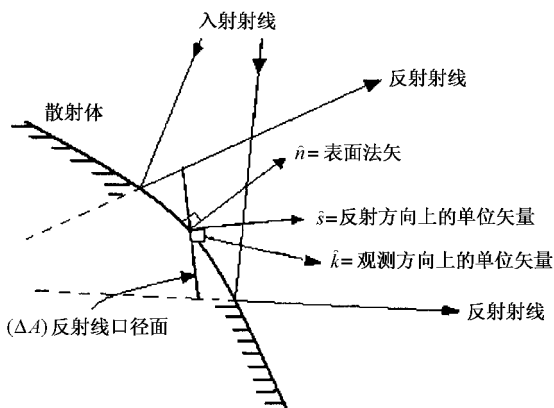


图3 物体表面的电磁散射示意图

因此远区散射场的电场强度 $E(r, \theta, \phi)$ 可以由射线管在口径面 $\Sigma_A(x_a, y_a, 0)$ 的电场和磁场强度 (E_{ap}, H_{ap}) 通过以下的积分方程求出:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix} &= \left(\frac{jk}{2\pi} \right) \iint_{\text{tube}} e^{jk \cdot r'} \left\{ \begin{bmatrix} -\hat{\phi} \\ \hat{\theta} \end{bmatrix} \times E_{ap}(r') f_e \right. \\ &\quad \left. + Z_0 \begin{bmatrix} \hat{\theta} \\ \hat{\phi} \end{bmatrix} \times H_{ap}(r') f_h \right\} \cdot \hat{n} dx' dy' \quad (10) \end{aligned}$$

其中 $r' = r_A + r_B$.

系数 f_e 和 f_h 在不同的方程中, 我们取不同的值, 如表 1.

表 1 f_e 和 f_h 在不同方程中的取值

	f_e	f_h
E 方程:	1	0
H 方程:	0	1
EH 方程:	0.5	0.5

在计算中分别采用三个方程算得的结果基本一致, 但采用 EH 方程计算的结果与实验结果更为符合. 在本文的计算中, 采用的都是 EH 方程里的系数, 即 $f_e = 0.5, f_h = 0.5$. 如果在物体表面积分求远区散射场 E_{ap}, H_{ap} , 即为电磁波在散射体上发生最后一次反射后的电场和磁场强度.

方程 (10) 可以化为

$$\begin{bmatrix} A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} B_\theta \\ B_\phi \end{bmatrix} \left(\frac{jk}{2\pi} \right) \left[\frac{(\Delta A)_{\text{exit}}}{\hat{n} \cdot \hat{s}} \right] e^{jk \cdot r_A} P(\theta, \phi), \quad (11)$$

其中 \hat{S}, E_{ap}, H_{ap} 可写为

$$\hat{S} = s_1 \hat{x} + s_2 \hat{y} + s_3 \hat{z}$$

为出射射线管方向,

$$E_{ap}(A) = E_1 \hat{x} + E_2 \hat{y} + E_3 \hat{z},$$

$$H_{ap}(A) = H_1 \hat{x} + H_2 \hat{y} + H_3 \hat{z}$$

$$\begin{aligned} &= (1/Z_0) \{ (s_2 E_3 - s_3 E_2) \hat{x} + (s_3 E_1 - s_1 E_3) \hat{y} \\ &\quad + (s_1 E_2 - s_2 E_1) \hat{z} \} \end{aligned}$$

$$k = k [(\hat{x} \cos \phi + \hat{y} \sin \phi) \sin \theta + \hat{z} \cos \theta].$$

由于球坐标系和直角坐标系存在以下的变化关系:

$$\hat{\theta} = \cos \theta \cos \phi \hat{x} + \cos \theta \sin \phi \hat{y} - \sin \theta \hat{z},$$

$$\hat{\phi} = -\sin \phi \hat{x} + \cos \phi \hat{y},$$

$$\hat{r} = \sin \theta \cos \phi \hat{x} + \sin \theta \sin \phi \hat{y} + \cos \theta \hat{z}.$$

故系数 B_θ 和 B_ϕ 可写为

$$\begin{aligned} B_\theta &= f_e [-n_1 \cos \phi E_3 - n_2 \sin \phi E_3 \\ &\quad + n_3 (\cos \phi E_1 + \sin \phi E_2)] \\ &\quad + Z_0 f_h [n_1 (\cos \theta \sin \phi H_3 + \sin \theta H_2) \\ &\quad + n_2 (-\sin \theta H_1 - \cos \theta \cos \phi H_3) \\ &\quad + n_3 (\cos \theta \cos \phi H_2 - \cos \theta \sin \phi H_1)], \quad (12a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_\phi &= f_e [n_1 (\cos \theta \sin \phi E_3 + \sin \theta E_2) \\ &\quad + n_2 (-\sin \theta E_1 - \cos \theta \cos \phi E_3) \\ &\quad + n_3 (\cos \theta \cos \phi E_2 - \cos \theta \sin \phi E_1)] \\ &\quad + Z_0 f_h [n_1 \cos \phi H_3 + n_2 \sin \phi H_3 \\ &\quad + n_3 (-\cos \phi H_1 - \sin \phi H_2)], \quad (12b) \end{aligned}$$

$$P(\theta, \phi) = \left(\frac{\hat{n} \cdot \hat{s}}{(\Delta A)_{\text{exit}}} \right) \iint_{S_1} e^{jk(\hat{k} \cdot \hat{s}) \cdot r_B} dx_B dy_B, \quad (13)$$

此式的积分即在物体表面 dS 的积分.

(12) 式与 Ling 等人提出的公式^[7]并不一样, 因为他们是沿射线管波前做的积分. 我们灵活地采用了在散射体表面对射线管积分^[6], 减小了射线管的形状对积分结果的影响, 因此可以大大提高数值求解的精度.

3. 数值计算结果

本文采用了物理光学法和射线追踪法相结合, 计算了几种角反射器和进气道的雷达散射截面 (RCS). 入射波都是平面波. 图 4 是由两块边长 15cm 的理想导体平板构成的 90° 二面角, 入射电磁波频率为 $f = 10\text{GHz}$, 入射波为水平极化. 分别用射线追踪法沿平板面求积分和射线管波前求积分, 以及用物理光学 (PO) 区域投影法得到的结果. 由图可以看

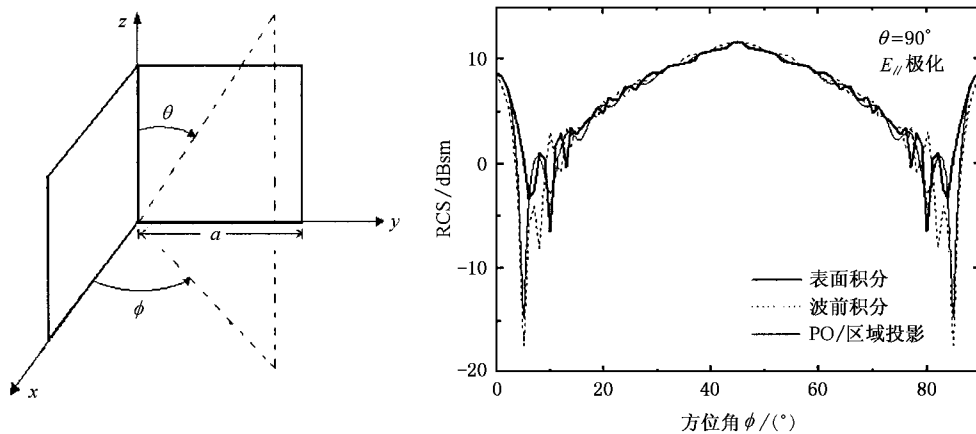


图 4 用射线追踪法在物体表面积分和沿射线管波前积分,以及用 PO/区域投影法算得的 90° 二面角的 RCS ($a = 15\text{cm}$, $f = 10\text{GHz}$, $E_{//}$ 极化)

出,用三种方法计算的结果很一致。

三面角反射器也是常见的会发生多次散射的散射体,尤其是三个面夹角均为 90° 的三面角,图 5 计

算的是大尺寸三面角反射器,由三块边长为 $a = 50\text{cm}$ 的正方形理想导体平板构成,入射频率为 $f = 15\text{GHz}$,入射波为水平极化。

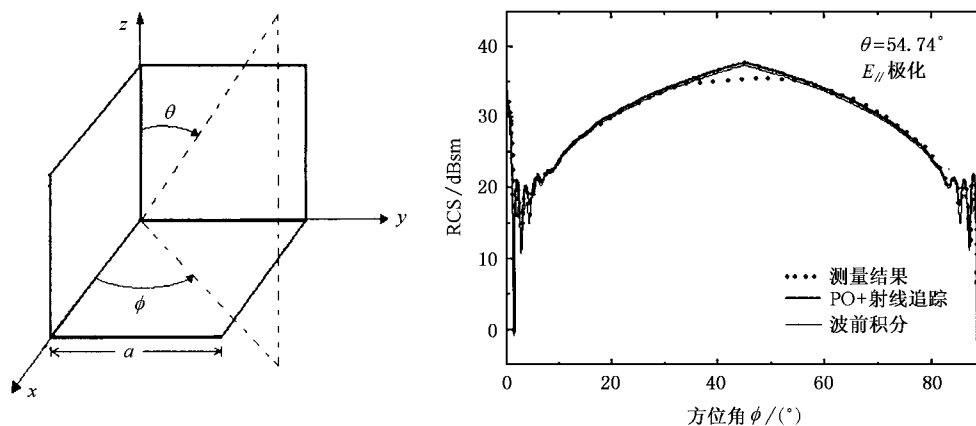


图 5 用 PO+射线追踪法计算的大尺寸直三面角的 RCS ($a = 50\text{cm}$, $f = 15\text{GHz}$, $E_{//}$ 极化)

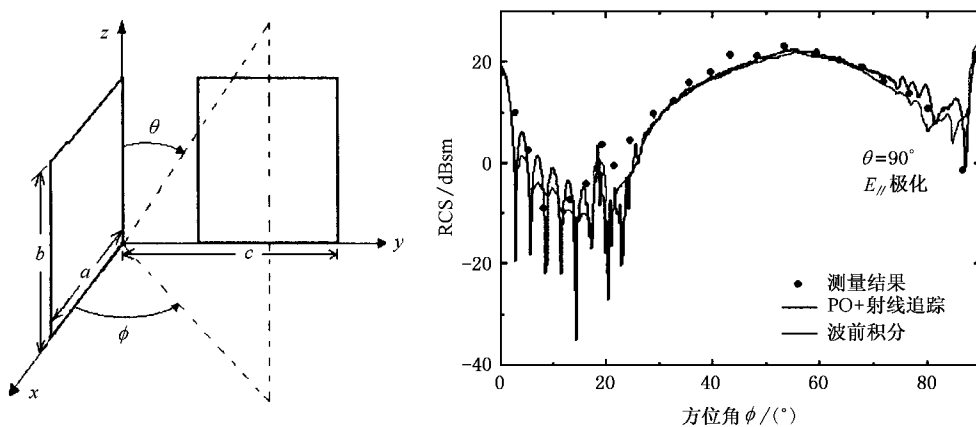
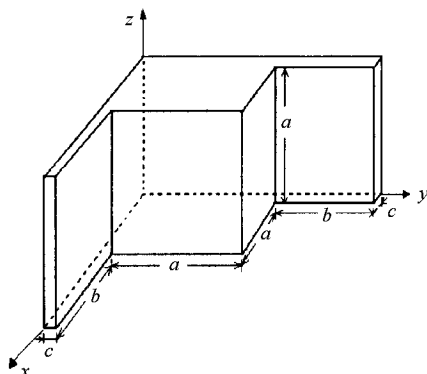


图 6 用 PO+射线追踪法计算的两块不相连正交平板的 RCS ($a = 30.48\text{cm}$, $b = 38.1\text{cm}$, $c = 43.18\text{cm}$, $f = 10\text{GHz}$, $E_{//}$ 极化)

图 6 计算的是两块不相连并且相互正交的正方形理想导体平板的雷达散射截面. 其中 $a = 30.48\text{cm}$, $b = 38.1\text{cm}$, $c = 43.18\text{cm}$, 入射电磁波频率为 $f = 10\text{GHz}$, 入射波为水平极化. 由图 6 可以看出,



计算结果与测量结果^[8]一致.

图 7 计算了一个由理想导体板构成的带翼立方体, 其几何尺寸为 $a = 10\lambda$, $b = 5\lambda$, $c = 2\lambda$, 入射电磁波频率为 $f = 15\text{GHz}$, 入射波为水平极化.

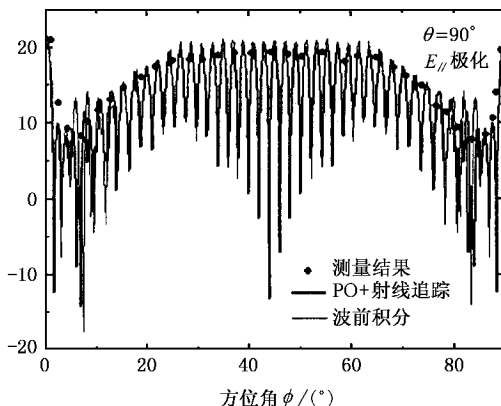


图 7 用 PO+射线追踪法计算的带翼立方体的 RCS ($a = 10\lambda$, $b = 5\lambda$, $c = 2\lambda$, $f = 15\text{GHz}$, $E_{//}$ 极化)

图 8 为涂覆介质层与无涂层的 90° 二面角 RCS 计算结果, 其几何尺寸为 $a = 20\text{cm}$, $b = 20\text{cm}$, $c = 30\text{cm}$, 入射电磁波频率为 $f = 9.375\text{GHz}$, 入射波为水平极化. 细线为无涂层二面角的 RCS, 粗线为涂层二

面角的 RCS. 涂层材料为 621 型吸波材料, $\mu_r = 1.24 - j0.66$, $\epsilon_r = 11.0 - j0.44$, 涂层厚度 $\tau = 1.9\text{mm}$. 涂覆吸波材料后, RCS 可降低 20dB 以上. 理论计算结果与实验结果符合较好.

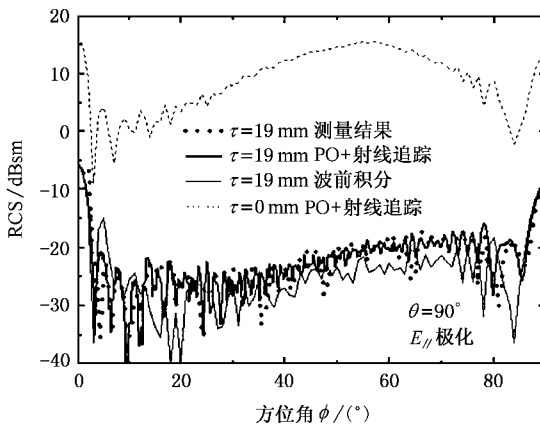
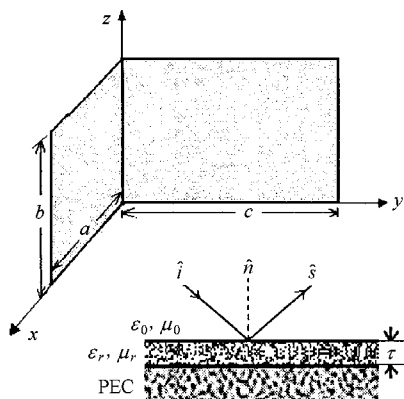


图 8 用 PO+射线追踪法计算的涂覆介质层 90° 二面角 ($a = 20\text{cm}$, $b = 20\text{cm}$, $c = 30\text{cm}$, $f = 9.375\text{GHz}$, $E_{//}$ 极化)

计算飞机进气道的高频电磁散射具有重要的现实意义. 电磁波经过腔体内壁的多次反射和空气压缩机叶片的反射后, 可在入射方向产生 10dBsm 以上的 RCS 贡献, 构成飞行器头部区域的一个强散射回波源^[9]. 图 9 计算的是一个由理想导体做成的矩形截面进气道, 其尾端是封闭的. 其具体尺寸如图所示, 入射频率为 $f = 10\text{GHz}$, 入射电磁波为垂直极化.

由图 5 至图 9 可以看出, 在目标的 RCS 曲线振荡较小的区域, 沿物体表面积分的数值计算结果与沿射线管波前积分的数值计算结果基本一致, 但在 RCS 曲线振荡较为强烈的区域, 表面积分的数值计算结果与实验结果更为符合. 这是由于在物体表面进行积分, 能更好地减小射线管的形状对目标 RCS 的影响.

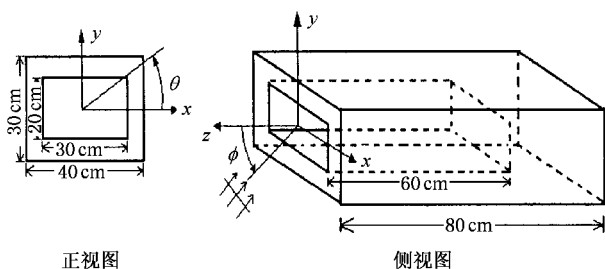
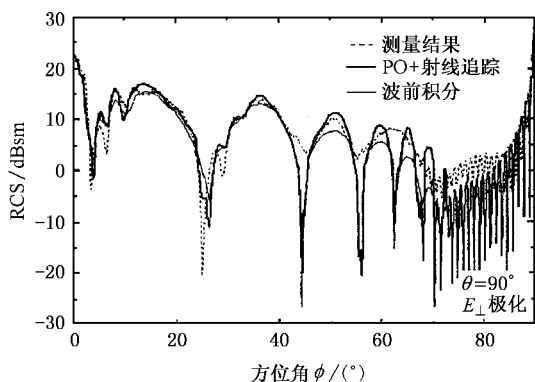


图 9 用 PO+射线追踪法计算的进气道的 RCS ($f=10\text{GHz}$, E_{\perp} 极化)



4. 结 论

相对于单一地利用射线追踪法或物理光学法, 本文则结合两种方法的优点实现了复杂目标高频电磁波多次散射高效且精确的数值求解. 在求解射线管的电磁场积分方程中, 我们选取物体表面为积分区域, 并详细推导了在物体表面完成的远场积分公

式, 数值计算结果比前人沿射线管波前积分更精确. 计算了几种重要的理想导体和涂覆介质层角反射器、进气道的雷达散射截面, 数值求解结果与已有的实验数据相比具有相当好的一致性. 本文工作可为复杂目标的雷达探测和识别提供理论参考.

多次反射中照射区域的快速确定是一个关键的难点问题, 为使本文的工作更具适用性, 作者将在下一步工作中进行重点研究.

- [1] Ling H, Chou R, Lee S W 1989 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **37** 194
- [2] Guo L X, Wu Z S 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1064 (in Chinese) [郭立新、吴振森 2000 物理学报 **49** 1064]
- [3] Nie Z P, Wang H G 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 3035 (in Chinese) [聂在平、王浩刚 2003 物理学报 **52** 3035]
- [4] Ruan Y Z 1998 *Radar Cross Section* (Beijing: National Productive Defence Publisher) p99 (in Chinese) [阮颖铮 1998 雷达散射截面(北京:国防出版社)第 99 页]

- [5] Gordon W B 1975 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **24** 590
- [6] Ling H, Chou R, Lee S W 1988 *Microwave Opt. Technol. Lett.* **1** 286
- [7] Ling H, Chou R, Lee S W 1991 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **39** 1345
- [8] Youssef N N 1989 *Proceedings of the IEEE* **77** 722
- [9] Ling H, Chou R, Lee S W 1989 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **37** 648

Numerical calculation of multiple scattering of high frequency electromagnetic wave^{*}

Li Yun-Zhou¹⁾ Shi Qing-Fan^{1)†} Wang Qi²⁾

¹⁾ *Department of Physics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China*

²⁾ *Department of Computers, Yancheng Normal College, Yancheng 224002, China*

(Received 23 June 2005 ; revised manuscript received 11 August 2005)

Abstract

Using physical optics to calculate single scattering, and using equivalent ray tubes to calculate multiple scattering, we can get the numerical results more efficiently and accurately. Several complex perfect electric conductors and medium targets are calculated, and numerical results are in good agreement with experiments.

Keywords : electromagnetic scattering, integral equations of electromagnetic field, physical optics

PACC : 4110H, 4225

^{*} Project supported by the Zongzhuang Research Foundation (Grant No. BQ0130) and Jiangsu Natural Science Foundation (Grant No. 69493505).

[†] E-mail : qfshi@163.com