

# 原子过程对极向 CXRS 测量影响的数值模拟

张 霆<sup>1)†</sup> 丁伯江<sup>2)</sup>

1) 合肥工业大学理学院, 合肥 230009)

2) 中国科学院等离子体物理研究所, 合肥 230031)

(2005 年 5 月 5 日收到, 2005 年 7 月 25 日收到修改稿)

考虑到原子过程的影响, 对极向 CXRS 测量过程进行了数值模拟. 计算结果表明由于受辐射率、回旋运动以及离子辐射寿命的影响, 测量的结果会在离子逆磁漂移方向高估了离子的旋转速度, 而低估了离子的温度. 这种偏差会随着离子温度的升高、磁场的增加而增大. 相对与原子过程的影响来说, 由于等离子体非均匀性所引起的速度和温度的偏离很小, 可以忽略不计.

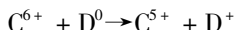
关键词: 原子过程, 数值模拟, 等离子体

PACC: 9530E, 5270, 5275

## 1. 引 言

在 tokamak 等离子体中, 径向电场是影响等离子体运输的重要物理量, 而杂质离子的极向旋转是形成径向电场的重要因素, 因此获得准确的杂质离子的极向旋转速度显得尤为重要.

电荷交换复合 (CXR) 反应<sup>[1]</sup> 如



是目前用于测量磁约束等离子体的有力诊断. 通过测量激发态离子 ( $C^{5+}$ ) 的线辐射, 根据多普勒频移和展宽, 可以得到群离子的运动速度和温度. 尽管生成的激发态离子包含着基态离子 ( $C^{6+}$ ) 速度分布函数的信息, 然而, 由于电荷交换碰撞截面依赖于中性束 ( $D^0$ ) 与杂质离子 ( $C^{6+}$ ) 之间的碰撞速度<sup>[2,3]</sup>, 这种通过电荷交换反应“歪曲”了基态离子的速度分布函数. 因此, 运用电荷交换复合谱仪 (CXRS) 测量的结果与实际值存在一定的差异. 本文将对该过程进行数值模拟, 并给出相关的计算结果和分析.

## 2. CXRS 基本过程与模型

单位体积等离子体的辐射率正比于电荷交换反应率, 即

$$E \propto \sigma v, \quad (1)$$

$$\sigma v = \int d\nu^3 \alpha(|\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\text{beam}}|) |\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\text{beam}}| F(\mathbf{v}), \quad (2)$$

因此, 测量的强度分布依赖于辐射率

$$Q(\nu_{\text{col}}) = \alpha(|\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\text{beam}}|) |\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\text{beam}}|, \quad (3)$$

其中  $\sigma$  碰撞截面,  $F$  是杂质离子的速度分布函数,  $\mathbf{v}$  和  $\mathbf{v}_{\text{beam}}$  分别为杂质离子和中性束的速度. 上式表明与中性束同向运动的杂质离子比反向运动的离子具有较低的碰撞能, 因此反向运动的离子更容易发生电荷交换反应, 导致速度分布函数蓝移 (测量速度比实际速度大), 而同向运动的离子导致速度分布函数红移 (测量速度比实际速度小). 其直观过程如图 1 所示, 由于辐射率  $Q(\nu_{\text{col}})$  的存在, 导致测量的速

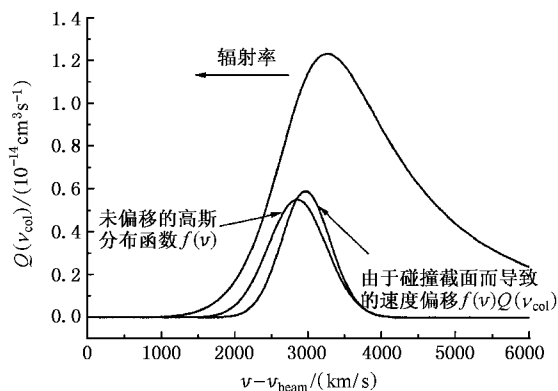


图 1 辐射率  $Q$  对测量速度分布函数的影响  $f(v)$  为真实的速度分布函数,  $f(v)Q(\nu_{\text{col}})$  为受辐射率  $Q$  影响后的速度分布函数

† E-mail: zhangting@ada.gov.cn

度分布函数向相对速度大的方向移动.

由于 tokamak 等离子体存在磁场,离子回旋运动而引起的不同碰撞速度以及辐射寿命会影响测量结果,其示意图如图 2 所示.杂质离子围绕磁力线的回旋运动使得杂质离子与中性束(neutral beam)的相对速度发生变化,再加上离子辐射寿命的因素,导致测量得到的辐射强度不能反映杂质离子的真实信息,即在极向(poloidal direction)形成一个非零的、与等离子体旋转无关的速度  $v_{net}^p(\tau)$ ,如图 2(b)所示,图中沿径向(radial direction)  $x$ .

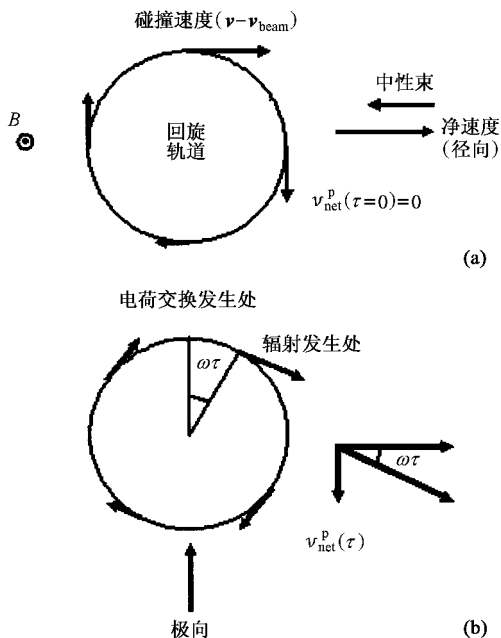


图 2 离子回旋运动以及辐射寿命对测量结果影响示意图

### 3. 数值模拟方法

为了模拟该 CXRS 过程,我们采用速度空间柱状坐标系  $(v, \psi, \nu_z)$ , 则速度分布函数满足关系式  $f = f(v, \psi, \nu_z)$ ,  $v$  是角平面  $(x-y)$  的回旋速度,  $\psi$  是 CXR 发生的位置,  $\nu_z$  沿磁场方向(垂直于  $x-y$  平面)的速度. 由于我们是在角平面内测量强度分布, CXRS 过程在该平面内的直角坐标示意图如图 3 所示,  $\rho$  是回旋半径,  $\nu_x$  是沿径向  $x$  的速度( $\nu_x = v \cos(\psi + \omega\tau)$ ),  $\nu_y$  是沿极向  $y$  的速度( $\nu_y = v \sin(\psi + \omega\tau)$ ),  $\omega\tau$  是由于回旋运动和杂质离子的辐射寿命而导致的回旋角,  $\psi_0$  为观察角, 定义为视线(sightline direction)与径向的夹角. 中性束沿与径向相反的方向入射, 于是, 在 CXR 发生处的碰撞速度

为  $\nu_{col} = \nu \cos \psi + \nu_{beam}$ . 由于我们讨论的是极向 CXRS 测量, 计算过程中, 假设视线垂直于中性束的方向, 即  $\psi_0 = 90^\circ$ .

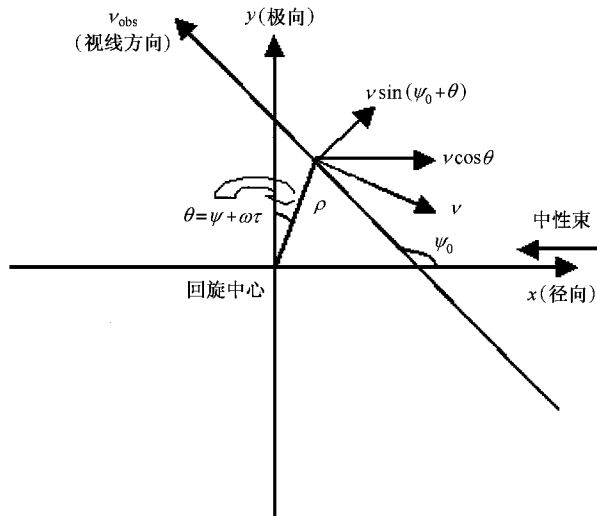


图 3 CXRS 过程在角平面内的示意图

为了得到特定方向的线强度分布, 要求在垂直于视线的方向上对速度分布函数进行积分. 于是, 对基态离子而言, 沿极向的速度分布函数应为

$$K(\nu_y) \propto \int f^{C^{6+}}(v, \psi, \nu_z) (\nu \cos \psi) d\nu_z, \quad (4)$$

其中  $f^{C^{6+}}(v, \psi, \nu_z)$  为基态离子 ( $C^{6+}$ ) 的速度分布函数.

考虑到回旋运动和依赖于能量的辐射率, 经过 CXR 过程后, 激发态离子的分布函数可表示为

$$\begin{aligned} f(v, \psi, \nu_z) &= \alpha (|\mathbf{v}_x - \mathbf{v}_{beam}|) |\mathbf{v}_x - \mathbf{v}_{beam}| \\ &\times f^{C^{6+}}(v, \psi, \nu_z) \\ &= \alpha (\nu_x + \nu_{beam}) f^{C^{6+}}(v, \psi, \nu_z) \\ &= \alpha (\nu \cos \psi + \nu_{beam}) f^{C^{6+}}(v, \psi, \nu_z). \end{aligned} \quad (5)$$

由此得到的极向线辐射强度分布为

$$K(\nu_y) \propto \int \alpha (\nu \cos \psi + \nu_{beam}) f^{C^{6+}}(v, \psi, \nu_z) \times \alpha (\nu \cos \psi) d\nu_z. \quad (6)$$

由于激发态离子存在辐射寿命  $(\tau)$ , 即激发态离子的辐射相对于 CXR 发生的时刻存在一个时间延迟  $\tau$ , 因此, 在  $\psi$  处接收的辐射并不是来自于在  $\psi$  处发生的 CXR, 而是来自于位置  $\psi - \omega\tau$ . 于是, 激发态离子分布函数变为

$$f(v, \psi + \omega\tau, \nu_z) = \alpha (\nu \cos \psi + \nu_{beam}) \times f^{C^{6+}}(v, \psi, \nu_z). \quad (7)$$

相应的在极向的辐射强度为

$$I(\nu_y) \propto \int Q(\nu \cos \psi + \nu_{\text{beam}}) f^{c^{6+}}(\nu, \psi, \nu_z) \times \alpha(\nu(\cos(\psi + \omega\tau))) d\nu_z. \quad (8)$$

根据以上方程, 就可以得到与基态离子不同的强度分布. 通过对这些强度分布进行高斯拟合, 可以估算出由于以上原子过程而造成的速度偏移和温度的差异.

在数值模拟过程中, 我们使用了网格法. 网格太少, 误差较大, 网格太密, 计算时间太长. 为了折中计

$$f^{c^{6+}}(\nu, \psi, \nu_z) = n \left( \frac{m}{2\pi T_i} \right)^{3/2} \exp\left[-\frac{m\nu^2}{2T_i}\right] \exp\left[-\frac{m(\nu_z - \nu_0)^2}{2T_i}\right], \quad (9)$$

$$f^{c^{6+}}(\nu, \psi, \nu_z) = n \left( \frac{m}{2\pi T_i} \right)^{3/2} \exp\left[-\frac{m(\nu \cos \psi)^2}{2T_i}\right] \exp\left[-\frac{m(\nu \sin \psi)^2}{2T_i}\right] \exp\left[-\frac{m(\nu_z - \nu_0)^2}{2T_i}\right], \quad (10)$$

式中  $n$  是离子密度,  $m$  离子质量,  $T_i$  离子温度,  $\nu_0$  是沿  $\nu_z$  方向的速度漂移.

数值模拟过程中, 辐射率通过以下关系式估算

$$Q(\nu_{\text{col}}) = Q_0 \frac{X^p}{1 + X^q} \quad X = \frac{\nu_{\text{col}}}{\nu_m}, \quad (11)$$

$Q_0, p, q$  和  $\nu_m$  均为拟合参数<sup>[3]</sup>.

为简单起见, 我们假设等离子体是均匀的(温度  $T_i = 10.0\text{keV}$ , 密度  $n = 2.0 \times 10^{19} \text{m}^{-3}$ , 磁场  $B = 4.0\text{T}$ ), 即忽略密度梯度和温度梯度对速度和温度的影响. 根据实验估算<sup>[4]</sup>, 取辐射寿命  $\tau \sim 1.1\text{ns}$ . 于是, 计算得到的归一化的速度分布函数如图 4 所示. 很明显, 由于辐射率、回旋运动和有限辐射寿命的因素, 导致了速度漂移  $\nu^{\text{peak}} = -15642\text{m/s}$  (“-”意味着离子逆磁漂移方向), 温度也减小至  $9.96\text{keV}$ . 而实际情况为  $\nu^{\text{peak}} = 0\text{m/s}, T_i = 10.0\text{keV}$ . 这一结果表明,

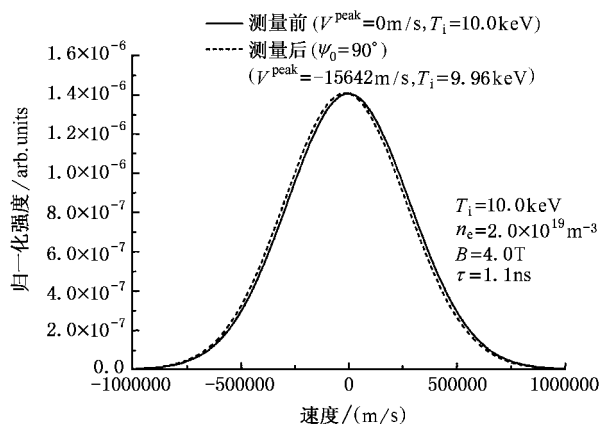


图 4 CXRS 过程以前和以后的归一化的速度分布函数 ( $\tau \sim 1.1\text{ns}$ )

算误差和计算时间, 速度空间  $\nu$  和回旋角空间 ( $0 \rightarrow 2\pi$ ) 分别分成 160 和 5400 个网格.

### 4. 数值模拟结果及分析

为了形象描述由于以上原子过程而导致的物理结果, 我们假设基态离子在  $\nu_x-\nu_y$  平面没有速度漂移, 即其速度分布函数  $f^{c^{6+}}(\nu, \psi, \nu_z)$  满足没有偏离的麦克斯韦分布

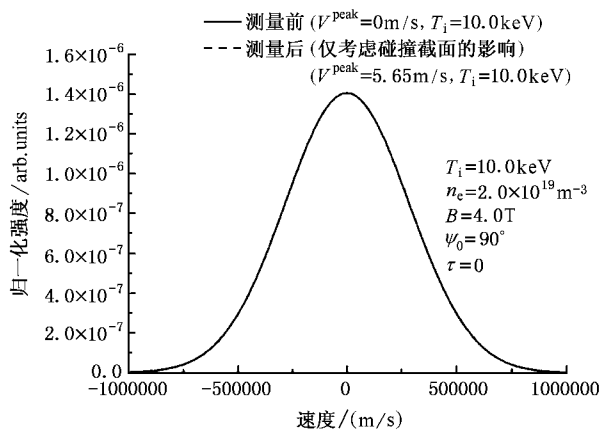


图 5 CXRS 过程以前和以后的归一化的速度分布函数 ( $\tau \sim 0\text{ns}$ )

极向 CXRS 测量结果在离子逆磁漂移方向高估了极向旋转速度, 而低估了离子温度.

值得注意的是我们的计算结果不同于文献 [3] 给出的结果. 文献 [3] 表明在观察方向与中性束垂直的情况下并没有速度漂移产生, 这是因为在文献 [3] 的模型里, 并没有考虑辐射寿命的效应, 即相当于方程 (6) 和图 2(a). 在忽略辐射寿命的情况下, 垂直于视线的速度成分没有变化, 此时激发态离子的速度分布的多谱勒频移和展宽与基态离子的分布保持一致, 因此, 没有额外的速度漂移和温度的差异, 其计算结果如图 5 所示. 需要说明的是计算得到的速度漂移  $-5.65\text{m/s}$  是由于网格数目有限而造成的误差. 两种模型结果的比较也证实了我们的计算结果是可靠的.

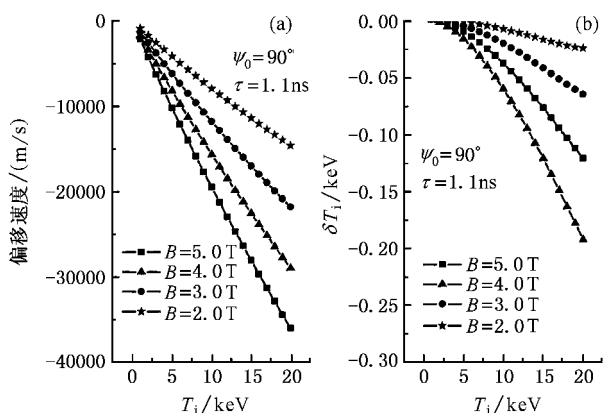


图 6 CXR 过程后的漂移速度 (a) 和温度差值 (b) 与实际离子温度和磁场之间的关系

图 6 (a) 和 (b) 给出了 CXR 过程后的漂移速度和温度差值 ( $\delta T_i = \text{CXR 过程后的温度与实际温度之间的差异}$ ) 与实际离子温度之间的关系. 结果表明, 随着温度的增加, 速度漂移增大, 表象温度愈偏离实际值. 这是由于离子温度高时, 离子的运动速度增加, 导致中性束与正向和反向运动离子之间的碰撞速度的差异增大, 从而引起它们对分布函数的改变不同.

图 6 (a) 和 (b) 还给出了 CXR 过程后的漂移速度和温度差值与磁场大小的关系. 结果表明, 与离子温度的影响相似, 随着磁场的增加, 速度漂移增大, 表象温度减小. 这是因为回旋运动频率随着磁场的增加而增加, 意味着对于一定的回旋半径来说, 回旋速度增大, 导致中性束与正向和反向运动离子之间的碰撞速度的差异增大, 从而引起与实际值的偏离增大.

### 5. 讨 论

以上结果是在均匀等离子体条件下得到的, 即忽略了在时间  $\tau$  内, 回旋运动范围内的密度和温度的空间变化. 实际上等离子体是非均匀的, 因此有必要考虑这种等离子体参数在径向的变化对结果的影响. 假设 CXR 发生处的密度和温度分别为  $n_1$  和

$T_{i1}$ , 经过时间  $\tau$  后, 由于径向位置的改变, 发生辐射处的密度和温度变成  $n_2$  和  $T_{i2}$ , 导致辐射强度发生变化. 为了分析等离子体非均匀性对测量结果的影响如何, 我们分别计算了  $L_n = L_{T_i} = -10\lambda$  (特征梯度长度  $L_n$  和  $L_{T_i}$  分别定义为  $L_n = dn/dr/n$ ,  $L_{T_i} = dT_i/dr/T_i$ ) 和  $L_n = L_{T_i} = 0$  两种情形时的归一化的强度分布. 结果如图 7 所示. 由计算结果可以看出它们之间的差别很小, 由于这种非均匀性所带来的速度和温度的偏差小于 5%, 何况在实际等离子体中,  $|L_n|$ ,  $|L_{T_i}| \ll 10$ , 此时等离子体非均匀性带来的偏差会更小, 表明等离子体非均匀性的影响可以忽略不计.

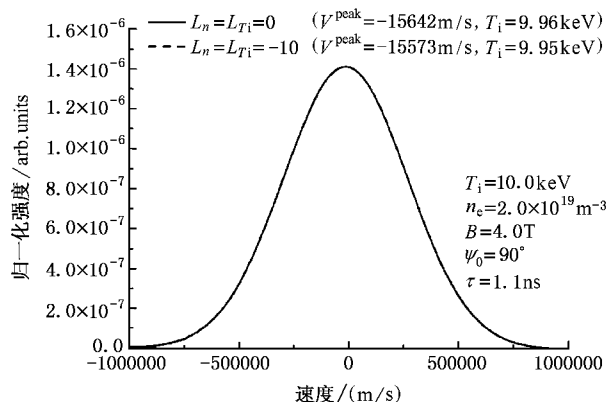


图 7 等离子体非均匀性对等离子体漂移速度和表象温度的影响

### 6. 结 论

考虑到原子过程的影响, 我们对极向 CXRS 测量进行了数值模拟, 模拟结果为实际测量结果的修正提供了理论依据. 计算结果表明由于受辐射率、回旋运动以及离子辐射寿命的影响, 测量的结果会在离子逆磁漂移方向高估离子的旋转速度, 而低估离子的温度. 这种偏差会随着离子温度的升高、磁场的增加而增大. 相对与原子过程的影响来说, 由于等离子体非均匀性所引起的速度和温度的偏离很小, 可以忽略不计.

[1] Isler R C 1977 *Phys. Rev. Lett.* **38** 1359  
 [2] Howell R B, Fonck R J, Knize R J et al 1988 *Rev. Sci. Instrum.* **59** 1521  
 [3] Von Hellermann M, Breger P, Wang J et al 1995 *Plasma Phys.*

*Control. Fusion* **37** 71  
 [4] Bell R E, Synakowski E J 2000 *Atomic Processes in Plasmas: Twelfth Topical Conf.* (American Institute of Physics) **547** 39

# Simulation of effect of atomic process on poloidal CXRS measurement

Zhang Ting<sup>1)†</sup> Ding Bo-Jiang<sup>2)</sup>

1) ( School of Science , Hefei University of Technology , Hefei 230009 , China )

2) ( Institute of Plasma Physics , Chinese Academy of Sciences , Hefei 230031 , China )

( Received 5 May 2005 ; revised manuscript received 25 July 2005 )

## Abstract

With consideration of the effects of atomic process , a simple code modeling the correction to poloidal charge-exchange recombination spectroscopy ( CXRS ) measurement is developed . The simulation results show that the measured poloidal velocity shift is overestimated in the ion diamagnetic drift direction and the apparent ion temperature is underestimated because of the effects of energy-dependent emission rate and finite lifetime of excited ions . This deviation will be more obvious with the increase of temperature or magnetic field . The contributions from gradients of density and temperature are negligible compared to that from the atomic process .

**Keywords** : atomic process , simulation , plasma

**PACC** : 9530E 5270 5275

---

† E-mail : zhangting@ada.gov.cn