第 55 卷 第 4 期 2006 年 4 月
1000-3290/2006/55(04)/1622-06
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol.55,No.4,April,2006

弱磁场中弱相互作用费米气体的热力学性质

门福殿
(中国石油大学(华东)物理科学与技术学院,东营 257061)
(2005 年 6 月 5 日收到,2005 年 11 月 8 日收到修改稿)

根据赝势法和系综理论导出弱磁场中弱相互作用费米气体的内能、化学势和热容量的小参数 r 的解析式.在此基础上给出高温和低温两种情况下弱磁场中弱相互作用费米气体的热力学性质,探讨磁场及粒子间相互作用对热力学性质的影响,分析磁场与三维谐振势两种约束对系统性质影响的不同及其原因.

关键词:赝势法,费米气体,相互作用,热力学性质
PACC:0520,1230

1.引　　言

实际量子气体的性质受多种因素的影响,其中包括系统的总粒子数、空间维数、能谱色散关系以及外势的形式.除此之外,由于粒子之间存在相互作用,这种相互作用也是影响系统性质的一个重要方面,如系统的化学势、内能、热容量都因粒子之间存在相互作用而与理想体系有明显差异.但是量子力学对具有相互作用的系统大多不能精确求解,在进行量子统计力学的计算时无法写出配分函数的解析式,从而计算系统的宏观量就变得十分困难.为此人们寻找了不少近似方法,如赝势法、集团展开法、Thomas-Fermi(T-F)原子模型、变分原理、格林函数理论等.这些近似方法有力地促进了相互作用体系热力学性质的研究[1—12].

近年来,研究外势中的费米体系逐渐增多.由于囚禁技术通常利用磁势阱或光势阱,所以大多数研究是对处在谐振势约束中的费米体系进行的.如文献[13]根据赝势法导出了无外势时弱相互作用费米气体的化学势、内能、热容量的解析式,并采用局域密度近似法研究了谐振势中弱相互作用费米气体的热力学性质,探讨了粒子之间的相互作用对系统性质的影响;文献[14]采用 T-F 原子模型近似,较全面地研究了能谱为 $\varepsilon = ap^s + br^t$(其中 a,b,s,t 为常数,p 和 r 分别为动量和坐标)的理想费米气体在外势 $U = br^t$ 中的热力学性质,并对三维空间中的自由费米气体和囚禁在谐振势中的理想费米气体进行了比较;文献[15,16]也对相互作用费米气体进行了研究.

然而,外磁场也是一种常见的重要约束,讨论分析在磁场约束下弱相互作用费米体系的热力学性质很有必要.本文运用赝势法和正则系综理论研究弱磁场中弱相互作用费米气体的热力学性质.根据赝势法和正则系综理论,导出弱磁场中弱相互作用条件下系统的内能、化学势和热容量的小参数形式.在此基础上,进一步给出低温和高温两种情况下内能、化学势和热容量的解析式,探讨磁场及粒子间相互作用对系统热力学性质的影响,分析磁场与三维谐振势两种约束对系统性质影响的不同及其原因.

2.内能、化学势和热容量的小参数解析式

考虑一体积为 V,有 N 个弱相互作用且自旋为 1/2 的费米子组成的系统,处在均匀弱磁场 $B = B_z$ 中,且考虑一级修正,由赝势法得系统的能谱为[17]

$$E = \sum_p (n_p^+ + n_p^-)\frac{p^2}{2m} + \frac{\alpha}{V}N^+ N^- - (N^+ - N^-)\mu B, \tag{1}$$

式中,μ 为费米子的磁矩 μ_B,$\alpha = 4\pi a\hbar^2/m$ 为相互作用参量,a 为 s 波散射长度,n_p^+ 和 n_p^- 分别表示具有动量 p 的量子态且自旋取向平行和反平行于磁场的粒子数,N^+ 和 N^- 分别表示取向平行和反平行于磁场的总粒子数,N 为系统的总粒子数.(1)式利用了下列关系:

$$N = N^+ + N^- = \sum_p n_p^+ + \sum_p n_p^- . \tag{2}$$

本文所讨论的系统的配分函数为

$$Q = \sum_{\{n_p^+, n_p^-\}} \exp(-\beta E)$$

$$= \sum_{N^+=0}^{N} \exp\left[\beta\mu B(2N^+ - N) - \frac{\alpha}{V}\beta N^+ (N - N^+)\right]$$

$$\times \sum_{N^+} \exp\left(-\beta \sum_p n_p^+ \frac{p^2}{2m}\right)$$

$$\times \sum_{N^-} \exp\left(-\beta \sum_p n_p^- \frac{p^2}{2m}\right), \tag{3}$$

式中

$$N^+ = \sum_p n_p^+, \qquad N^- = \sum_p n_p^-.$$

仿照黄克逊等[1,2]处理非理想玻色气体的方法，引进 $A_0(\xi)$ 表示体积 V 中 ξ 个无自旋无相互作用费米子的虚构系统的自由能，

$$A_0(\xi) = -\frac{1}{\beta}\ln\sum_{\{\xi_p\}} \exp\left(-\beta \sum_p \xi_p \frac{p^2}{2m}\right), \tag{4}$$

则系统的自由能

$$F = -\frac{1}{\beta}\ln Q$$

$$= N\mu B - \frac{1}{\beta}\ln\sum_{N^+} \exp\left\{-\beta\left[A_0(N^+) + A_0(N - N^+)\right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{\alpha}{V}N^+ (N - N^+) - 2\mu B N^+\right]\right\}. \tag{5}$$

(5)式中求和的对数可用最大项的对数代替，

$$F = F(\bar{N}^+)$$

$$= \mu B(N - 2\bar{N}^+) + A_0(\bar{N}^+)$$

$$+ A_0(N - \bar{N}^+) + \frac{\alpha}{V}\bar{N}^+ (N - \bar{N}^+), \tag{6}$$

式中 $F(\bar{N}^+)$ 表示 $F(N^+)$ 的最大值，$\bar{N}^+$ 可由

$$\left.\frac{\partial F(N^+)}{\partial N^+}\right|_{N^+ = \bar{N}^+} = 0$$

决定.

$$-2\mu B + \left[\frac{\partial A_0(N^+)}{\partial N^+} - \frac{\partial A_0(N - N^+)}{\partial N^+}\right]_{N^+ = \bar{N}^+}$$

$$+ \left.\frac{\alpha}{V}(N - 2N^+)\right|_{N^+ = \bar{N}^+} = 0, \tag{7}$$

式中

$$F(N^+) = \mu B(N - 2N^+) + A_0(N^+)$$

$$+ A_0(N - N^+) + \frac{\alpha}{V}N^+ (N - N^+).$$

(7)式用本文所描述的虚构系统的化学势 u_0 表示为

$$u_0(\bar{N}^+) - u_0(N - \bar{N}^+)$$

$$= 2\mu B - \frac{\alpha}{V}(N - 2\bar{N}^+). \tag{8}$$

磁化强度 M 可表示为

$$M = \mu(\bar{N}^+ - \bar{N}^-) = \mu(2\bar{N}^+ - N) = \mu N r, \tag{9}$$

式中 $r = (2\bar{N}^+/N) - 1$，因此有

$$\bar{N}^+ = \frac{1 + r}{2}N,$$

$$N - \bar{N}^+ = \frac{1 - r}{2}N.$$

(8)式可写为

$$u_0\left(\frac{1 + r}{2}N\right) - u_0\left(\frac{1 - r}{2}N\right)$$

$$= 2\mu B + \alpha n r, \tag{10}$$

式中 n 为粒子数密度.

$B = 0$ 时，应有 $r = 0$. 当 B 很小时，r 应很小，故(10)式等号左端用泰勒级数展开后，只取 r 的一次项，可得

$$r\left.\frac{\partial u_0(xN)}{\partial x}\right|_{x = 1/2} \approx 2\mu B + \alpha n r,$$

$$r = \frac{2\mu B}{\left.\frac{\partial u_0(xN)}{\partial x}\right|_{x = 1/2} - \alpha n}. \tag{11}$$

忽略 r^2 项，系统的自由能用小参数 r 表示为

$$F\left(\frac{1 + r}{2}N\right) \approx -N\mu B r + A_0\left(\frac{1 + r}{2}N\right)$$

$$+ A_0\left(\frac{1 - r}{2}N\right) + \frac{\alpha}{4}nN.$$

将 A_0 在 $N/2$ 附近作泰勒级数展开后，忽略 r^2 及高次项，可得

$$F\left(\frac{1 + r}{2}N\right) \approx -N\mu B r + 2A_0\left(\frac{N}{2}\right) + \frac{\alpha}{4}nN. \tag{12}$$

由正则系综理论，得化学势 u、内能 U 和热容量 C 分别为

$$u = \left(\frac{\partial F}{\partial N}\right)_{V,N}$$

$$= -\mu B r - N\mu B\frac{\partial r}{\partial N} + 2\frac{\partial A_0\left(\frac{N}{2}\right)}{\partial N} + \frac{\alpha}{2}n, \tag{13}$$

$$U = \frac{\partial}{\partial\beta}\left[-\ln Q\right]_{N,V}$$

$$= \frac{\partial}{\partial\beta}\left[\beta F\left(\frac{1 + r}{2}N\right)\right]$$

$$= -N\mu B\left(r + \beta\frac{\partial r}{\partial\beta}\right) + 2A_0\left(\frac{N}{2}\right)$$

$$+ 2\beta\frac{\partial A_0\left(\frac{N}{2}\right)}{\partial\beta} + \frac{\alpha}{4}nN, \tag{14}$$

$$C=\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_{V,N}$$

$$=N\mu B\left[-\frac{\partial r}{\partial T}+\frac{1}{KT^2}\frac{\partial r}{\partial\beta}-\beta\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial r}{\partial\beta}\right)\right]$$

$$+2\frac{\partial A_0\left(\frac{N}{2}\right)}{\partial T}-\frac{2}{KT^2}\frac{\partial A_0\left(\frac{N}{2}\right)}{\partial\beta}+2\beta\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial A_0\left(\frac{N}{2}\right)}{\partial\beta}\right)$$

$$=N\mu BT\frac{\partial^2 r}{\partial T^2}-2T\frac{\partial^2 A_0\left(\frac{N}{2}\right)}{\partial T^2}. \tag{15}$$

3. 低温和高温情况下的热力学性质

当温度 $T\to 0$ 时,有

$$u_0\left(\frac{N}{2}\right)=\left(\frac{3N}{8\pi V}\right)^{2/3}\frac{h^2}{2m}=\varepsilon_F=KT_F,$$

$$u_0(N)=\left(\frac{3N}{4\pi V}\right)^{2/3}\frac{h^2}{2m}$$

$$=2^{2/3}\varepsilon_F=\varepsilon_{F0}=KT_{F0},$$

$$\left.\frac{\partial u_0(xN)}{\partial x}\right|_{x=1/2}=\frac{4}{3}\varepsilon_F,$$

$$r=\frac{3\mu B}{2\varepsilon_F}\left[1+\frac{3\alpha n}{4\varepsilon_F}\right],$$

$$A_0(x)=\frac{h^2}{2m}\int\left(\frac{3}{4\pi V}\right)^{2/3}x^{2/3}\mathrm{d}x=\frac{3}{5}xu_0(x),$$

$$A_0\left(\frac{N}{2}\right)=\frac{3}{10}Nu_0\left(\frac{N}{2}\right)=\frac{3}{10}N\varepsilon_F.$$

经计算后得到

$$u=\varepsilon_F-\frac{\mu^2B^2}{2\varepsilon_F}+\frac{\alpha n}{2}\left[1-\frac{3}{2}\left(\frac{\mu B}{\varepsilon_F}\right)^2\right], \tag{16}$$

$$U=\frac{3}{5}N\varepsilon_F\left[1-\frac{5}{2}\left(\frac{\mu B}{\varepsilon_F}\right)^2\right]+\frac{\alpha n}{4}N\left[1-\frac{9}{2}\left(\frac{\mu B}{\varepsilon_F}\right)^2\right], \tag{17}$$

$$C=0. \tag{18}$$

这里,ε_F 为费米能,T_F 为费米温度.

当温度 T 较低($T<T_F$)时,有

$$u_0\left(\frac{N}{2}\right)=\varepsilon_F\left[1-\frac{\pi^2}{12}\left(\frac{T}{T_F}\right)^2\right],$$

$$r=\frac{2\mu B}{\frac{4}{3}\varepsilon_F\left[1+\frac{\pi^2}{12}\left(\frac{T}{T_F}\right)^2\right]-\alpha n}$$

$$\approx\frac{3\mu B}{2\varepsilon_F}\left\{1-\frac{\pi^2}{12}\left(\frac{T}{T_F}\right)^2+\frac{3\alpha n}{4\varepsilon_F}\left[1-\frac{\pi^2}{6}\left(\frac{T}{T_F}\right)^2\right]\right\},$$

$$A_0(x)=\int\left[\varepsilon_F(x)-\frac{\pi^2}{12}\frac{(KT)^2}{\varepsilon_F(x)}\right]\mathrm{d}x$$

$$=\frac{3}{5}x\varepsilon_F(x)-\frac{\pi^2}{4}x\frac{(KT)^2}{\varepsilon_F(x)},$$

$$A_0\left(\frac{N}{2}\right)=\frac{3}{10}N\varepsilon_F-\frac{\pi^2}{8}N\frac{(KT)^2}{\varepsilon_F}.$$

经计算后得到

$$u=\varepsilon_F-\frac{\pi^2}{12}\frac{(KT)^2}{\varepsilon_F}-\frac{\mu^2B^2}{2\varepsilon_F}\left[1+\frac{\pi^2}{4}\left(\frac{T}{T_F}\right)^2\right]$$

$$+\frac{\alpha n}{2}\left\{1-\frac{3}{2}\left(\frac{\mu B}{\varepsilon_F}\right)^2\left[1+\frac{\pi^2}{6}\left(\frac{T}{T_F}\right)^2\right]\right\}, \tag{19}$$

$$U=\frac{3}{5}N\varepsilon_F\left[1+\frac{5\pi^2}{12}\left(\frac{T}{T_F}\right)^2\right]-\frac{3}{2}N\frac{\mu^2B^2}{\varepsilon_F}\left[1+\frac{\pi^2}{12}\left(\frac{T}{T_F}\right)^2\right]$$

$$+\frac{\alpha}{4}nN\left\{1-\frac{9}{2}\left(\frac{\mu B}{\varepsilon_F}\right)^2\left[1+\frac{\pi^2}{6}\left(\frac{T}{T_F}\right)^2\right]\right\}, \tag{20}$$

$$C=\frac{\pi^2}{2}\frac{NKT}{T_F}\left\{1-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu B}{\varepsilon_F}\right)^2\left[1+\frac{3}{2}\frac{\alpha n}{\varepsilon_F}\right]\right\}. \tag{21}$$

当温度 T 很高($T\gg T_F$)时,有

$$u_0\left(\frac{N}{2}\right)=KT\ln\frac{n\lambda^3}{2},$$

$$\left.\frac{\partial u_0(xN)}{\partial x}\right|_{x=1/2}=2KT,$$

$$A_0\left(\frac{N}{2}\right)=\int u_0\left(\frac{N}{2}\right)\mathrm{d}\left(\frac{N}{2}\right)$$

$$=\frac{N}{2}KT\left(\ln\frac{n\lambda^3}{2}-1\right),$$

$$r=\frac{2\mu B}{2KT-\alpha n}=\frac{\mu B}{KT}\left[1+\frac{\alpha n}{2KT}\right].$$

经计算后得到

$$u=KT\ln\frac{n\lambda^3}{2}-\frac{\mu^2B^2}{KT}+\frac{\alpha n}{2}\left[1-2\left(\frac{\mu B}{KT}\right)^2\right], \tag{22}$$

$$U=\frac{3}{2}NKT-\frac{2N\mu^2B^2}{KT}+\frac{\alpha nN}{4}\left[1-6\left(\frac{\mu B}{KT}\right)^2\right], \tag{23}$$

$$C=\frac{3}{2}NK\left\{1+\frac{4}{3}\left(\frac{\mu B}{KT}\right)^2\left[1+\frac{3\alpha n}{2KT}\right]\right\}. \tag{24}$$

当温度 T 较高($T>T_F$)时,有

$$u_0\left(\frac{N}{2}\right)=KT\ln\frac{n\lambda^3}{2}+\frac{KT}{2^{3/2}}\frac{n\lambda^3}{2},$$

$$r=\frac{\mu B}{KT}\left[1-\frac{n\lambda^3}{2^{5/2}}\right]\left[1+\frac{\alpha n}{2KT}\right]$$

$$\approx\frac{\mu B}{KT}\left[1+\frac{\alpha n}{2KT}-\frac{n\lambda^3}{2^{5/2}}\right],$$

$$A_0\left(\frac{N}{2}\right)=\frac{NKT}{2}\left[\ln\frac{n\lambda^3}{2}-1+\frac{n\lambda^3}{2^{7/2}}\right].$$

经计算后得到

$$u=-\frac{\mu^2B^2}{KT}\left[1-\frac{n\lambda^3}{2^{3/2}}\right]+KT\left[\ln\frac{n\lambda^3}{2}+\frac{n\lambda^3}{2^{5/2}}\right]$$

$$+\frac{\alpha n}{2}\left[1-2\left(\frac{\mu B}{KT}\right)^2\right], \tag{25}$$

$$U=\frac{3NKT}{2}\left[1+\frac{n\lambda^3}{2^{7/2}}\right]-\frac{2N\mu^2B^2}{KT}\left[1-\frac{7n\lambda^3}{2^{9/2}}\right]$$

$$+\frac{1}{4}\alpha nN\left[1-6\left(\frac{\mu B}{KT}\right)^2\right], \tag{26}$$

$$C=\frac{3NK}{2}\left\{1+\frac{4}{3}\left(\frac{\mu B}{KT}\right)^2\left[1+\frac{3\alpha n}{2KT}\right]-\frac{n\lambda^3}{2^{9/2}}\left[1+\frac{70}{3}\left(\frac{\mu B}{KT}\right)^2\right]\right\}. \tag{27}$$

4. 磁场及相互作用对热力学性质的影响分析

若磁场不存在，即 $B=0$ 时，上述的化学势 u、内能 U、热容量 C 的解析式就是只考虑 s 波散射时弱相互作用费米体系的热力学结果，该结果与文献[13]在无外场时的结果完全相同.

令 $\alpha=0$，上述的化学势 u、内能 U、热容量 C 的解析式就是理想费米体系存在外磁场时的热力学结果.同样是在外磁场的约束下，弱相互作用费米体系与理想费米体系的热力学性质相比较，若弱磁场满足条件 $(\mu B/\varepsilon_F)^2\ll1$、且在高温时满足条件 $(\mu B/KT)^2\ll1$，无论是在高温（$T>T_F$）还是低温（$T<T_F$）情况下，相互排斥(吸引)作用使得系统的化学势、内能均增大(减小).其中相互作用对化学势、内能的贡献均受磁场的影响，即磁场约束对相互作用的影响有一定的调节作用;无论是在低温区还是在高温区，磁场均弱化相互作用对内能和化学势的影响.然而相互作用对热容量的影响比较复杂.在低温区（$T<T_F$），相互排斥(吸引)作用使热容量减小(增大);在高温区（$T>T_F$），相互排斥(吸引)作用使热容量增大(减小).

磁场除参与调节相互作用的影响外，对体系的热力学性质也有明显的影响.与磁场不存在时相比较，在低温区磁场均降低化学势、内能和热容量;在高温区磁场降低化学势和内能，升高热容量.因此，磁场与相互作用对体系的影响既不同又有关联.

需要指出的是，本文的磁场约束与文献[13]中的谐振势约束有根本的区别.对沿 z 方向的均匀弱磁场 B，可视为朗道规范势 $A_x=-By$，$A_y=A_z=0$，这是一种线性的非谐振势.而文献[13]中的谐振势是三维的 $V(r)=\frac{1}{2}m(\omega_x^2x^2+\omega_y^2y^2+\omega_z^2z^2)$.正是这种区别导致了两种约束对弱相互作用费米体系热力学性质的不同影响.如在整个低温区的热容量上就表现出明显的不同.低温条件下粒子的热运动很微弱，尽管磁场在 y 方向形成约束(对电子，在 y 方向的运动如同一谐振子)，但在 x 和 z 方向仍是自由的，粒子在空间的分布还是分散的，粒子间的相互作用很微弱.此时由于相互排斥(吸引)使体系的费米能增加(减少)，按粒子能级分布规则，处于该费米面附近的粒子数相对无相互作用体系减少(增加)，减少(增加)的粒子数的激发当然吸收的热量也要减少(增加)，从而在整个低温区相互排斥(吸引)使体系的热容量减少(增加).而在谐振势约束下的相互作用体系与理想体系相比较，在整个低温区，相互排斥(吸引)作用下使热容量随温度的上升先增加(降低)后降低(增加).在谐振势约束下，温度很低时粒子集中分布于外势中心 $r=0$ 附近，此时的相互作用较强，相互排斥(吸引)作用使体系的费米面较理想体系显著增大(减少)，从而参与激发的粒子数增大(减少)，使热容量增加(减少).尔后随温度的逐渐上升，粒子的热运动随之加强，粒子的空间分布趋于分散，相互作用减弱，相互排斥(吸引)作用使体系的费米面较理想体系微弱增大(减少)，此时处于费米面附近的参与激发的粒子数相对减少(增加)，从而随温度的上升相互排斥(吸引)作用使体系的热容量相对减少(增加).

从上述解析式还可看出，当 $\alpha=0$，$B=0$ 时，就有无磁场理想费米气体的结果.

$T\to0$ 时，

$$u=\varepsilon_F,$$

$$U=\frac{3}{5}N\varepsilon_F,$$

$$C=0.$$

$T<T_F$ 时，

$$u=\varepsilon_F\left[1-\frac{\pi^2}{12}\left(\frac{T}{T_F}\right)^2\right],$$

$$U=\frac{3}{5}N\varepsilon_F\left[1+\frac{\pi^2}{12}\left(\frac{T}{T_F}\right)^2\right],$$

$$C=\frac{\pi^2}{2}\frac{NKT}{T_F}.$$

$T\gg T_F$ 时，

$$u=KT\ln\frac{n\lambda^3}{2},$$

$$U=\frac{3}{2}NKT,$$

$$C=\frac{3}{2}NK.$$

$T>T_F$ 时，

$$u=KT\left[\ln\frac{n\lambda^3}{2}+\frac{n\lambda^3}{2^{5/2}}\right],$$

$$U = \frac{3}{2} NKT\left[1 + \frac{n\lambda^3}{2^{7/2}} \right],$$

$$C = \frac{3}{2} NK\left[1 - \frac{n\lambda^3}{2^{9/2}} \right].$$

式中 λ 为热波长，

$$\lambda = \sqrt{2\pi\hbar^2/(mKT)}.$$

上述 u，U，C 正是大家熟知的结果.

5. 结 论

本文研究了弱磁场中有弱相互作用的费米气体的热力学性质，得到了低温和高温情况下系统的化学势、内能和热容量的解析式. 研究结果显示，在满足本文条件的弱磁场中，无论是在高温区还是低温区，相互排斥(吸引)作用使得系统的化学势、内能均增大(减小). 在低温区($T < T_F$)相互排斥(吸引)作用使热容量减小(增大)，在高温区($T > T_F$)相互排斥(吸引)作用使热容量增大(减小). 磁场除参与调节相互作用的影响外，对体系的热力学性质也有明显的影响. 在低温区，磁场均降低化学势、内能和热容量. 在高温区，磁场降低化学势和内能，升高热容量. 本文的解析结果在一定的条件下也适用于无磁场无相互作用的费米系统，这表明本文给出的热力学解析式更具有普遍意义.

[1] Huang K，Yang C N 1956 *Phys*. *Rev*. **105** 767

[2] Huang K，Yang C N，Luttinger J M 1956 *Phys*. *Rev*. **105** 776

[3] Lee T D，Huang K，Yang C N 1957 *Phys*. *Rev*. **106** 1135

[4] Lee T D，Yang C N 1958 *Phys*. *Rev*. **112** 1419

[5] Tan W H，Yan K Z 1999 *Acta Phys*. *Sin*. **48** 1985(in Chinese)[谭维翰、闫珂柱 1999 物理学报 **48** 1985]

[6] Shi H L，Zheng W M 1998 *Physica* A **258** 303

[7] Wang C，Yan K Z 2004 *Acta Phys*. *Sin*. **53** 1284 (in Chinese)[王 忡、闫珂柱 2004 物理学报 **53** 1284]

[8] Su G Z，Chen L X 2003 *Coll*. *Phys*. **22** 8 (in Chinese)[苏国珍、陈丽璇 2003 大学物理 **22** 8]

[9] Cui H T，Wang C L，Yi X X 2004 *Acta Phys*. *Sin*. **53** 991 (in Chinese)[崔海涛、王成林、衣学喜 2004 物理学报 **53** 991]

[10] Su G Z，Xiong H，Chen L X 2003 *J*. *Xiamen Univ*.(Natural Science) **42** 449 (in Chinese)[苏国珍、熊 辉、陈丽璇 2003 厦门大学学报(自然科学版) **42** 449]

[11] Yan K Z，Tan W H 2000 *Acta Phys*. *Sin*. **49** 1909(in Chinese)[闫珂柱、谭维翰 2000 物理学报 **49** 1909]

[12] Xiong H，Su G Z，Chen L X 2002 *J*. *Xiamen Univ*.(Natural Science) **41** 177 (in Chinese)[熊 辉、苏国珍、陈丽璇 2002 厦门大学学报(自然科学版) **41** 177]

[13] Su G Z，Chen L X 2004 *Acta Phys*. *Sin*. **53** 984 (in Chinese)[苏国珍、陈丽璇 2004 物理学报 **53** 984]

[14] Li M Z，Yan Z J，Chen J C *et al* 1998 *Phys*. *Rev*. A **58** 1445

[15] Bruun G M，Burnrtt K 1998 *Phys*. *Rev*. A **58** 2427

[16] Su G Z，Chen J C，Chen L X 2003 *Phys*. *Lett*. A **315** 109

[17] Huang K 1987 *Statistical Mechanics* (New York：Wiley) pp272—276

Thermodynamic properties of a weakly interacting Fermi gas in weak magnetic field

Men Fu-Dian

(*College of Physics Science and Technology*, *China University of Petroleum* (*East China*), *Dongying* 257061, *China*)

(Received 5 June 2005; revised manuscript received 8 November 2005)

Abstract

The analytical expressions of internal energy, chemical potential and heat capacity of the little parameter r for a weakly interacting Fermi gas in weak magnetic field are derived by using "pseudopotential" method and ensemble theory. Based on the derived expressions, the thermodynamic properties of a weakly interacting Fermi gas in weak magnetic field at both high and low temperatures are given. The effects of magnetic field and interparticle interactions on the thermodynamic properties are discussed. The difference in the effects of magnetic trap and three-dimensional harmonic trap on the properties of the system and their reasons are analyzed.

Keywords: pseudopotential, Fermi gas, interaction, thermodynamic property

PACC: 0520, 1230