

一维光学格子孤子的传输特性及控制研究^{*}

吴锦花 傅喜泉 文双春[†]

(湖南大学计算机与通信学院,长沙 410082)

(2005 年 7 月 21 日收到,2005 年 11 月 29 日收到修改稿)

利用解析和数值方法研究了在具有横向折射率周期性调制的克尔型非线性介质中光学格子孤子的传输,得到了孤子参数的演化方程以及格子孤子的形成和稳定传输的条件.结果表明:当光束的入射角小于某临界角度时,光束可被类似波导形式的路径俘获而稳定传输,该临界角随折射率调制周期、调制深度的增加而增大,且光束越窄临界值越大.此外,线性空间啁啾虽然对光束传输的中心位置没有任何影响,但会导致光束发散从而破坏格子孤子的形成和稳定传输,对此提出了采用特定功率取值来补偿啁啾作用从而形成格子孤子的方案.

关键词:光孤子,光学格子,光传输,矩方法

PACC: 4265S, 4265J, 4265

1. 引 言

研究周期性光学结构中产生和控制光信息流的方法和技术,具有重要科学意义和应用价值.当光束在周期性格子结构中传输时将经历一个空间上的折射率周期调制,这一行为类似于电子在半导体中的传输^[1],并表现出在离散系统中传输时所具有的一些典型特征,其中衍射的可控性为光束的空间控制提供了新的手段,这是采用其他方法所无法实现的.同时,可以采用最小的光束功率达到所需要的非线性效应,与可控的衍射效应平衡,以实现无衍射传输,即格子孤子传输^[1-4].格子孤子具有许多独特的性质,最典型的就角度和功率受控的传输特性,利用这些性质可有效地制作高速全光开关和光逻辑器件,实现全光路由.随着无缺陷波导格子的制造工艺日趋成熟,实验观察条件具备,自从 Fleischer 等^[2]第一次在实验中观测到光致非线性光学格子孤子以来,在光折变介质中光致波导阵列形成格子孤子的研究备受关注^[5-7].目前,非线性光波导阵列和连续非线性介质中的孤子传输特性已有了大量的研究^[1,8-16],但对具有离散可调性结构的非线性介质中的格子孤子的形成和传输研究甚少.本文研究的传输系统由折射率在横向上周期性调制的连续非线

性介质构成,其折射率的连续可调导致该结构具有灵活可调的离散性^[17],随着影响系统属性的参数——调制强度的变化,系统的描述模型将在连续方程模型和离散方程之间转变^[18,19].对于光束在离散性可调的一维光学格子中的非线性传输,文献^[18,19]研究了光束的可控特性,但没有对格子孤子的形成条件做出详尽分析.此外,存在线性空间啁啾时光束形成格子孤子和维持稳定传输的条件作者尚未见文献报道.本文主要从入射角度和初始功率等方面分析一维光学格子中格子孤子的传输特性,并探讨线性空间啁啾对其传输稳定性的影响.

2. 理论模型与解析结果

在横向 x 方向上折射率具有线性周期调制的自聚焦克尔型非线性介质中,光束沿纵向 z 方向的传输满足下列非线性薛定谔方程^[18]:

$$i \frac{\partial q}{\partial \xi} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial \eta^2} - q|q|^2 - pR(\eta)q, \quad (1)$$

式中,

$$q(\eta, \xi) = (L_{\text{diff}}/L_m)^{1/2} A(\eta, \xi) L_0^{1/2},$$

$$\xi = z/L_{\text{diff}},$$

$$p = L_{\text{diff}}/L_{\text{ref}},$$

$$R(\eta) = \cos(2\pi\eta/T).$$

^{*} 高等学校博士学科点专项科研基金(批准号 20040532005)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: scwen@hnu.cn

这里 $A(\eta, \xi)$ 为光束慢变包络振幅, I_0 为入射强度, $\eta = x/r_0$, r_0 为入射光束的初始宽度, p 为波导参数, $L_{\text{dif}} = n_0 \omega r_0^2 / c$ 为衍射长度, $L_{\text{nl}} = 2c / n_2 \omega I_0$ 为非线性长度, ω 为光束频率, $L_{\text{ref}} = c(\delta n \omega) / \delta n$ 为线性折射率的调制深度, $R(\eta)$ 描述了折射率的分布, T 为调制周期. 文中线性折射率的调制深度近似于折射率的非线性作用大小.

方程(1)描述了横向折射率周期性调制非线性介质中波的传输. 对类似于方程(1)的非线性薛定谔方程的精确解析求解是比较困难的, 即使在某些特定的边值条件下能得到严格的特殊解, 这些解析结果的适用范围也很有限. 近似方法相对简单和灵活, 利用这些方法可以获得光束非线性传输的一些总体规律^[9, 18, 20]. 我们利用矩方法来研究格子孤子的演化. 相对于其他近似方法, 矩方法不需要事先对光束结构作假设, 它可以对光束或光脉冲的非线性传输特性提供较好的描述^[9, 18, 20]. 矩方法的基本思想是将光束看作一个粒子, 其能量 U 、波的中心位置 η 、光束宽度的均方根值 $(\eta - \eta)^2$ 、波与入射波导的夹角 α 、空间啁啾 δ 定义如下:

$$U = \int_{-\infty}^{\infty} |q|^2 d\eta, \quad (2)$$

$$\eta = \frac{1}{U} \int_{-\infty}^{\infty} |q|^2 \eta d\eta, \quad (3)$$

$$(\eta - \eta)^2 = \frac{1}{U} \int_{-\infty}^{\infty} |q|^2 (\eta - \eta)^2 d\eta, \quad (4)$$

$$\alpha = \frac{i}{2U} \int_{-\infty}^{\infty} \left(q \frac{\partial q^*}{\partial \eta} - q^* \frac{\partial q}{\partial \eta} \right) d\eta, \quad (5)$$

$$\delta = \frac{i}{2U} \int_{-\infty}^{\infty} (\eta - \eta) \left(q \frac{\partial q^*}{\partial \eta} - q^* \frac{\partial q}{\partial \eta} \right) d\eta. \quad (6)$$

结合方程(1)将方程(2)–(6)对传输距离求导, 可得光束传输中各个参量随传输距离的演化方程,

$$\frac{\partial \eta}{\partial \xi} = \alpha, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \xi} = \frac{P}{U} \int_{-\infty}^{\infty} |q|^2 \frac{\partial R(\eta)}{\partial \eta} d\eta, \quad (8)$$

$$\frac{\partial (\eta - \eta)^2}{\partial \xi} = \frac{\delta}{\sqrt{(\eta - \eta)^2}}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial \xi} = \frac{P}{U} \int_{-\infty}^{\infty} |q|^2 \left[\frac{R(\eta)}{2} + (\eta - \eta) \frac{\partial R(\eta)}{\partial \eta} \right] d\eta. \quad (10)$$

上述演化方程适用于各种形式的光束在遵循方程(1)条件下的演变. 传输过程中光束能量不变 ($\partial U / \partial \xi = 0$) 这些参量演变方程的求解取决于方程(1)中入射光束的具体形式, 对于不同入射光束, 各

参量演变方程给出的维持孤子传输所需满足的条件不尽相同. 设入射光束为带线性空间啁啾的高斯光束, 其表达形式如下:

$$q(\eta, \xi) = q_0 \exp \left[-(1 + i\delta) \frac{\chi^2 (\eta - \eta)^2}{2} + i\alpha (\eta - \eta) + i\phi \right], \quad (11)$$

式中 q_0 为光束的幅值, δ 为线性空间频率啁啾, χ 为光束宽度的倒数又称波形系数, ϕ 为相位. (11)式中的空间频率啁啾表现为光束各空间频率在空间上的衍射. 根据(时域)脉冲和(空域)光束以及脉冲时间变量和光束横向空间变量的可类比性, 可以相应地定义“空间啁啾”——光束的相位对横向空间坐标的导数, 其性质可类比于我们更为熟知的的时间频率啁啾, 正的时间频率啁啾将导致脉冲在时域上的色散. 这一性质对应于空间频率啁啾的衍射效应. 将(11)式代入方程(7)–(10), 可得

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} = -\frac{2\pi p}{T} \exp \left(-\frac{\pi^2}{T^2 \chi^2} \right) \times \sin \left(\frac{2\pi \eta}{T} \right), \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 (\eta - \eta)^2}{\partial \xi^2} = (1 + \delta^2) \chi^2 - \frac{q_0^2}{\sqrt{2}} - \frac{4p\pi^2 / T^2 \chi^2}{\exp(\pi^2 / T^2 \chi^2)} \cos \left(\frac{2\pi \eta}{T} \right), \quad (13)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial \xi} = \frac{p(1/2 - 2\pi^2 / T^2 \chi^2)}{\exp(\pi^2 / T^2 \chi^2)} \cos \left(\frac{2\pi \eta}{T} \right). \quad (14)$$

观察方程(12)–(13)可以发现, 格子孤子可以看作是有效粒子在谐波势阱中的运动, 其中光束的中心位置等价于粒子的位置. 入射角度 α 的增大对应于等价粒子动能的增加. 当动能较小时, 粒子位于中心势阱内(即光束以某一平行于 z 轴的固定路径为中心谐波振荡). 当初始动能大于势垒高度时, 粒子跨过中心势阱沿着介质向前传输. 由于入射角 $\alpha_{\text{in}} = \alpha|_{\xi=0}$, 则由方程(12)可得

$$\alpha_{\text{in}} = 2\sqrt{p \times \exp(-\pi^2 / T^2 \chi^2) \cos(2\pi \eta / T)}.$$

运用矩方法得出的参量演化方程(12)–(14)遵循方程(1)的孤子解形式, 其入射角度的范围对应于光束在此折射率周期性调制的非线性介质中传输时, 形成格子孤子并最终沿平行于 z 轴的固定路径稳定传输的变化范围. 入射角度不同则孤子稳定传输的路径不同. 观察入射角表达式发现 α_{in} 存在最大值, 此值即为格子孤子传输过程中能否最终被某一类波导

的路径俘获,并以此路径为横向振荡中心向前传输的临界值 α_{cr} .在满足 $\alpha_{in} < \alpha_{cr}$ 条件下,可通过改变光束的入射角度来调整孤子光束的输出位置.临界角越大光束的可控范围就越宽.这一特征可应用于光开关的研究.由入射角表达式可得临界角的表达式

$$\alpha_{cr} = 2\sqrt{p \exp\left(-\frac{\pi^2}{T^2 \chi^2}\right)}. \quad (15)$$

由(15)式可以看出临界角的大小受调制周期、调制深度以及光束宽度的影响.图 1(a)是不同光束宽度情况下临界角随调制周期 T 的变化曲线.从图 1 可以看出,随着 T 值的增加 α_{cr} 迅速增大并逐渐趋于饱和;光束入射宽度越窄 α_{cr} 就越大.当 T 值较小时,光束变窄 α_{cr} 迅速增大,此时很小的光束宽度变化可导致 α_{cr} 值的大幅度增加;但随着 T 值的逐渐增加,光束宽度的变化对 α_{cr} 取值的影响变小,当 T 值增加到一定程度时,不同宽度光束的 α_{cr} 趋于同一渐近值.调制深度 p 对临界角取值的作用如图 1(b)所示.调制深度 p 增加临界角也增大.同一 p 值条件下,光束越窄临界角就越大.不同 p 值条件下光束宽度变化对 α_{cr} 值的影响趋势与不同调制周期 T 值下的变化趋势相反,当 p 值较小时,光束宽度变窄 α_{cr} 值的增幅较小,随着 p 值的增加, α_{cr} 的取值受光束宽度的变化更加敏感,光束宽度值较小的窄化即可引起 α_{cr} 值大幅度的增加,且这一趋势随着 p 值的增加变得愈加明显.

光束传输过程中,若满足条件光束宽度的均方根值恒定不变,则光束在空间上不会呈现发散或汇聚现象,可形成稳定的格子孤子.由方程(13)可知,满足此条件则需 $T\chi \gg 1$ 或 $T\chi \ll 1$,同时光束入射振幅取值为 $q_0 = \sqrt{2}\chi$.以上是基于光束无空间啁啾前提下的分析,但如果光束在进入介质前先经过了一段空间距离的传输,将会引入空间频率啁啾.可通过方程(12)和(13)来分析空间频率啁啾对格子孤子形成和传输特性的影响.由方程(12)可知,空间频率啁啾的存在对光束中心位置没有任何影响,但从方程(13)可以看出,它会引起传输过程中均方根宽度的变化,直观表现为光束随传输距离的增加而发散,破坏了格子孤子的稳定传输形式.要维持光束的孤子形式传输,可通过调整入射光束的功率,使之满足条件 $(1 + \delta^2)\chi^2 - q_0^2/\sqrt{2} = 0$ 来补偿啁啾的作用,下面的数值模拟也验证了这一结论.此外,方程(14)反映了在光束传输过程中空间啁啾本身的变化趋势:当

$T\chi \ll 1$ 时,啁啾恒定,不随传输距离发生改变;当 $T\chi \gg 1$ 时,啁啾以初始值为最大振幅,在小范围内周期性谐波变化.

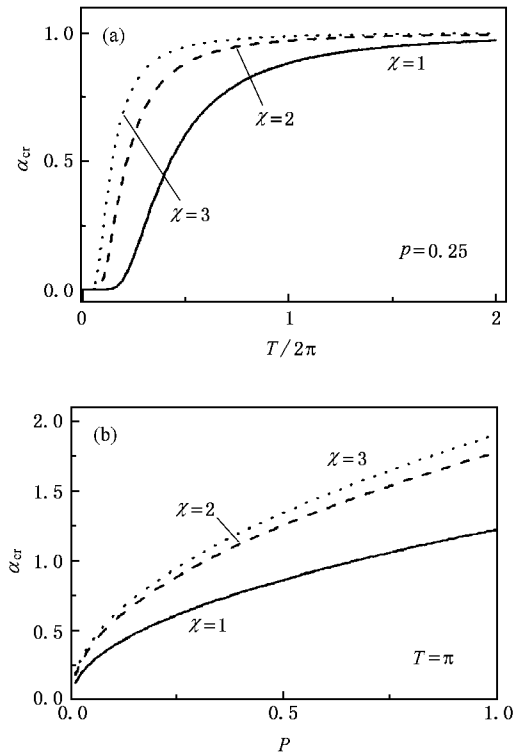


图 1 临界入射角随折射率调制周期(a)和调制深度(b)的变化

3. 数值模拟

为了证明以上理论解析结果的正确性,同时直观地反映格子孤子的传输特性,利用分步傅里叶算法数值求解方程(1).取初始入射光束形式为

$$q(\eta, \varepsilon = 0) = q_0 \exp[-(1 + i\delta)\chi^2 \eta^2 / 2 + i\alpha\eta].$$

图 2 所示是无线性空间啁啾情况下,格子孤子的两种传输状态.当 $\alpha_{in} > \alpha_{cr}$ 时,如图 2(a)所示,光束沿着入射方向顺着周期格子向前直线传输而不会在某一调制周期内被俘获,由于此时调制周期与入射光束宽度在同一数量级上,取值相近,所以 $T\chi$ 取值在 1 附近,由(15)式可得此时临界角非常小,光束输出位置难以精确控制.当光束满足方程(13)以格子孤子形式传输并同时满足方程(12)时,则最终可在横向上的某一调制周期内被俘获,如图 2(b)所示,此时 $\alpha_{in} < \alpha_{cr}$,光束以某一个类似波导的路径为中心横向谐波振荡传输.同样条件下,改变调制深度的取值,会发现随着调制深度的增加振荡的幅度和周期

逐渐减小.这是因为调制深度增加使得各波导间的离散程度加强,耦合程度相对减弱,势阱的增大导致非线性介质对光场的束缚能力增强,从而导致光束的振荡幅度和周期变小.此外,由于横向折射率的周期调制形成了周期势阱,孤子光束在横向方向上跨越势阱传输时,将会受到周期势的影响而出现微弱的周期展宽和恢复.其展宽恢复的周期与折射率的调制周期一致,如图 3(a)所示.

如图 3(a)中以格子孤子的形式稳定传输,其能量不再集中为光束汇聚的形式,而是随着传输距离的增加在空间上迅速发散,其能量分布形式类似于光束在波导阵列里的离散衍射的分布.此外,在对应于图 3(a)中的半振荡周期整数倍处,光束周期性地出现一定程度的汇聚,但其强度远远小于入射光束的初始强度.这是由于空间啁啾打破了原来线性折射率周期性调制的介质结构中类似于离散衍射的特性与非线性效应之间的精确平衡,对于不同的传输距离,衍射效应和非线性效应作用的强弱程度不同,两者此消彼长,振荡地作用于光束,导致其周期性的离散和汇聚.但是,由于衍射使得光束的能量离散到了中心调制周期范围以外的多个相邻调制周期内,而且在跨越相邻调制周期之间的势阱时能量发生了一定的消耗,从而在半振荡周期整数倍处光束汇聚时,不能完全恢复光束的初始形式和入射峰值功率.

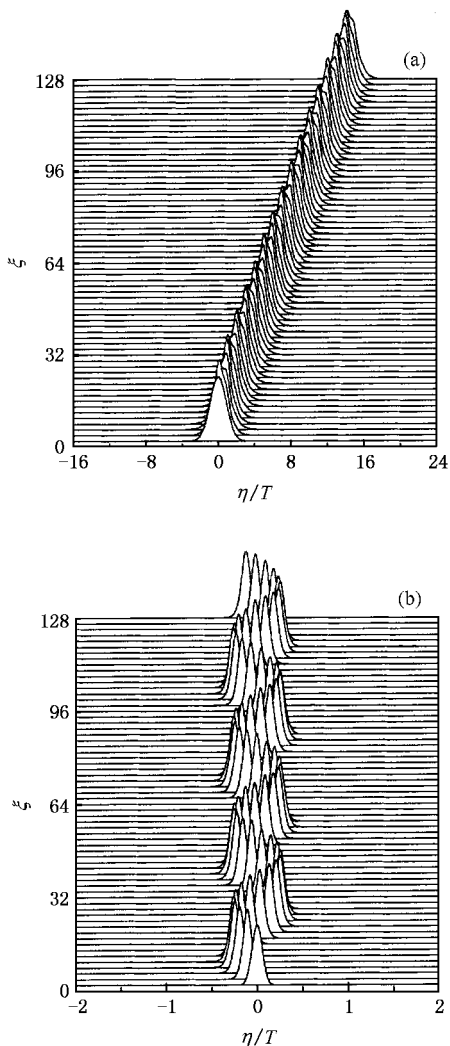


图 2 无啁啾格子孤子在折射率谐波调制的介质中的不同传输状态 (a) $T = \pi/4, \rho = 1, \alpha_m = 0.1 > \alpha_{cr}$ (b) $T = 4\pi, \rho = 0.25, \alpha_m = 0.7 < \alpha_{cr}$

图 3 为在初始啁啾为零和初始啁啾 $\delta = 4$ 两种情形下,高斯光束在一个振荡周期内的波形演变,5 条特征曲线分别表示在初始位置、 $1/4T$ 、 $1/2T$ 、 $3/4T$ 以及终端位置处的光束波形.对比图 3(a)和(b)可以发现,当光束中引入一定的初始线性空间啁啾时,其传输形式和稳定特性发生很大的改变,光束不再

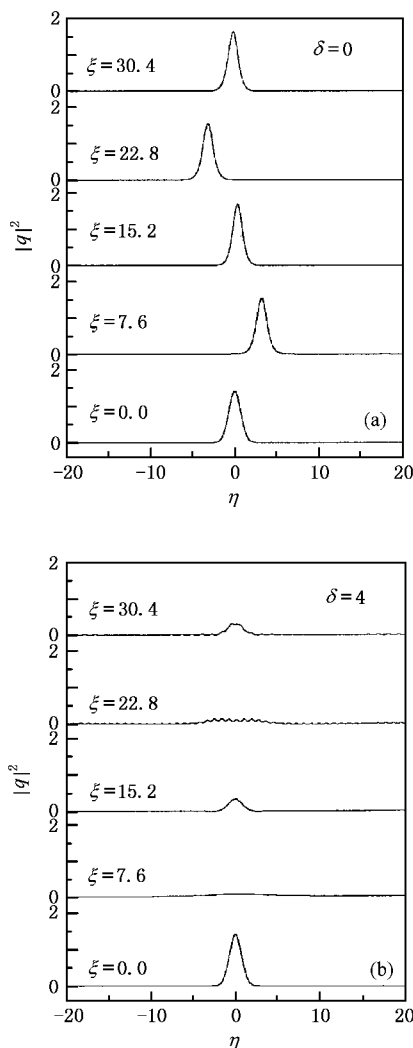


图 3 无啁啾(a)和有啁啾(b)条件下高斯光束在一个振荡周期内的演化 $T = 4\pi, \rho = 0.25, \alpha_m = 0.7$

线性空间啁啾的单符号特性,使得它不像时间啁啾一样可以通过正负啁啾来进行相互补偿.同时也因为空间啁啾的这一特性,它不能够像时间啁啾一样被广泛地应用.根据上述理论分析,我们可以采用功率来补偿初始线性空间啁啾的作用.图4给出了存在初始线性空间啁啾时,功率补偿前后高斯光束的演变.如图4(a)所示,引入啁啾后光束不再如图2(b)中那样能够以格子孤子的形式稳定传输,其单个周期内的演变在图3中已给出了详细的分析.功率补偿方案可根据方程(13)调节入射光束的初始振幅 q_0 ,如图4(b)所示,使之重新满足传输过程中均方根恒定的条件,以此来补偿啁啾引起的发散作

用.从图4(b)可以看出,光束不再像图4(a)一样迅速发散,而是恢复了格子孤子的形式传输.但在孤子形成过程中,由于啁啾衍射效应,一部分光束能量摆脱了中心势阱约束而衍射到了周围的介质中,光束周围出现杂乱的星星点点的光能量分布.相对于图2(b)而言,虽然图4中光束的初始入射功率比图2中更高,由于功率补偿后光束部分能量的缺失,使得形成的孤子光束比图2(b)中的要暗一些.此外,通过数值模拟可得出,这种调整功率值来补偿啁啾以形成孤子的方案,只适用于在一定范围内的啁啾取值.当啁啾大于一定的数值时,衍射将会导致光束迅速发散,功率补偿将得不到稳定的孤子光束.

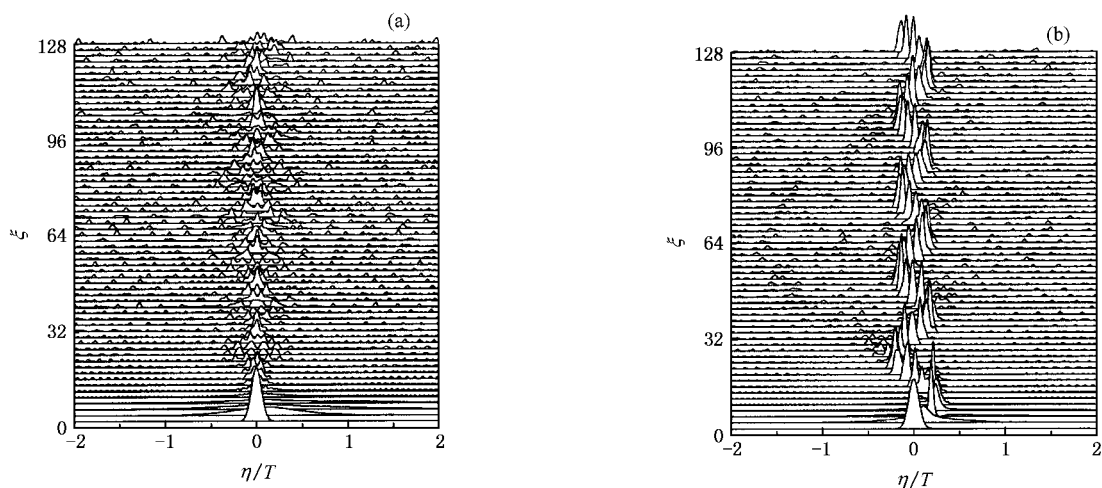


图4 功率补偿前后啁啾高斯光束的演变 (a)补偿前 $\delta = 4$, $q_0 = 1.1829$ (b)补偿后 $\delta = 4$, $q_0 = 2.4147$.其他参数取值与图2(b)同

4. 结 论

理论分析和数值模拟都证明,在具有横向折射率周期性调制的克尔型非线性介质中,高斯光束可以维持孤子形式传输,光束的入射角度和初始功率是格子孤子形成和稳定传输的重要因素.利用矩方法,根据带有横向周期调制函数的非线性薛定谔方程,推导了格子孤子的参数演化方程,分析得出格子孤子形成和稳定传输的条件.当光束的功率与宽度满足一定条件时,可以维持传输过程中衍射和非线性效应的精确平衡,从而始终保持光束形状不变,形成稳定的三阶非线性格子孤子.格子孤子的稳定传输具有两种不同的方式:当光束入射角小于某临界角度时,光束可被类似波导形式的固定路径俘获,沿该路径向前传输,同时横向上以该类波导为中心谐波振荡.当光束入射角大于该临界角时,孤子则不会

被俘获,而是沿着光束的入射方向直线传输.通过对影响孤子可控稳定传输的临界角度的分析,发现临界值随折射率调制周期、调制深度的增加而增大,且光束越窄临界值越大.此外,还讨论了线性空间啁啾对孤子稳定传输的影响,给出了具有初始啁啾的光束形成孤子的条件以及传输过程中啁啾的演化方程.空间啁啾打破了线性折射率周期调制结构中类似离散衍射的特性与非线性效应之间的精确平衡,导致光束发散.为解决啁啾对光束的可控传输特性的负面影响,我们提出并证明采用特定功率取值来补偿啁啾作用以形成格子孤子的方案.这些格子孤子形成和稳定传输以及可控特性的分析结果,对全光开关和路由等光控制技术的研究和应用具有重要意义.

感谢张华就本文工作的有益讨论.

- [1] Christodoulides D N , Lederer F , Silberberg Y 2003 *Nature* **424** 817
- [2] Fleischer J W , Segev M , Efremidis N K *et al* 2003 *Nature* **422** 147
- [3] Lederer F , Silberberg Y 2002 *Opt. Photon. News* **13**(2) 48
- [4] Stegeman G I , Segev M 1999 *Science* **19** 1518
- [5] Fleischer J W , Bartal G , Cohen O *et al* 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 123904
- [6] Neshev D N , Alexander T J , Ostrovskaya E A *et al* 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 123903
- [7] Neshev D , Ostrovskaya E , Kivshar Y *et al* 2003 *Opt. Lett.* **28** 710
- [8] Hasegawa A 2000 *Chaos* **10** 475
- [9] Kivshar Y S , Agrawal G P 2003 *Optical Solitons : From Fibers to Photonic Crystals* (San Diego : Academic Press) Chap 2
- [10] Wen S C , Xu W C , Guo Q *et al* 1997 *Sci. China A* **40** 1300
- [11] She W L , Lee W K 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 886 (in Chinese) 余卫龙、李荣基 2001 物理学报 **50** 886]
- [12] Liu J S 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3016 (in Chinese) 刘劲松 2004 物理学报 **53** 3016]
- [13] Wen S C , Qian L J , Fan D Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1640 (in Chinese) 文双春、钱列加、范滇元 2003 物理学报 **52** 1640]
- [14] Wen S C , Fan D Y 2001 *Chin. Phys.* **10** 1032
- [15] Xu C B , Guo Q 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3025 (in Chinese) 许超彬、郭旗 2004 物理学报 **53** 3025]
- [16] Liu J S 2001 *Chin. Phys.* **10** 1037
- [17] Cohen O , Schwartz T , Fleischer J W *et al* 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 113901
- [18] Kartashov Y V , Zelenina A S , Torner L *et al* 2004 *Opt. Lett.* **29** 766
- [19] Kartashov Y V , Torner L , Vysloukh V A 2004 *Opt. Lett.* **29** 1102
- [20] Santhanam J , Agrawal G P 2003 *Opt. Commun.* **222** 413

Study of propagation characteristics and control of one-dimensional optical lattice soliton *

Wu Jin-Hua Fu Xi-Quan Wen Shuang-Chun[†]

(School of Computer and Communication , Hunan University , Changsha 410082 , China)

(Received 21 July 2005 ; revised manuscript received 29 November 2005)

Abstract

Propagation of optical lattice soliton in nonlinear Kerr medium with harmonic modulation of refractive index is investigated analytically and numerically. The equations governing evolution of the soliton parameters and the conditions for soliton formation and stable propagation are obtained. It is shown that the beam is finally trapped in a guide-like channel and propagates stably when the launching angle is smaller than a critical value. The critical angle increases as the depth and period of modulation of refractive index increase , and increases as the beam width decreases. Furthermore , linear spatial chirp upsets the balance between diffraction and nonlinearity , thus affects the formation and stable propagation of the soliton , although it doesn't affect the central position of the beam. In order to maintain the soliton propagation one can offset the effect of the chirp by using proper beam power.

Keywords : optical soliton , optical lattice , light propagation , moment method

PACC : 4265S , 4265J , 4265

* Project supported by the Doctoral Program Foundation of Institution of Higher Education of China (Grant No. 20040532005).

[†] Corresponding author. E-mail : scwen@hnu.cn