

极化激元系统时间演化的量子涨落特性和非经典统计行为*

余晓敏¹⁾ 梁国栋¹⁾ 钟艳花²⁾

1) 暨南大学物理系, 广州 510632)

2) 江门职业技术学院计算机系, 江门 529020)

(2004 年 3 月 19 日收到, 2005 年 10 月 17 日收到修改稿)

将极化激元系统约化成模型单模光子-TO 声子有效相互作用系统, 在此基础上以解析形式讨论了系统的力学量、压缩态、量子涨落特性以及亚泊松分布等非经典效应的动力学演化行为. 结果表明, 光子场与极化波量子场彼此交换能量过程随时间演化呈振荡性质, 光子场和声子场都可以演化成压缩态, 其二阶压缩度随时间演化成复杂周期振荡特性. 这种非经典特性是非线性相互作用的结果并且以 k_1 项和 k_2 项同时存在并相互关联为前提. 而此时光子和声子统计分布随时间演化呈现介于超 Poisson 分布和亚 Poisson 分布之间复杂周期振荡的新结果, 非线性作用 k_1 项和 k_2 项对这种非经典统计行为都有贡献.

关键词: 极化激元系统动力学演化, 单模光场-TO 声子有效模型哈密顿量, 量子涨落与压缩态, 亚泊松分布

PACC: 0370, 7890, 4255R, 4250

1. 引言

随着量子光学的现代发展, 光的非经典性质已成为当前的重要课题. 诸如对压缩态、光子数态、以及电磁场泊松态等一系列非经典态从理论上和实验上开展了广泛研究^[1-8], 这些研究大大加深了对光的量子性质的理解. 量子光学中的某些有益想法也鼓舞其他物理分支的活动, 例如压缩相干态的思想已经在凝聚态物理中用来描述高温超导性的极化子和双极化子态^[9, 10]. 在与固体物理相关的问题中, Gorkov 和 Shumovsky 最先讨论了模型极化子系统中声子的非经典行为. 随后, Ghoshul 和 Chatterjee 在此基础上提出了一个可能的模型极化激元系统(G-C 模型), 在此模型中包含有单模量子化光场与单光学声子相互作用. 他们用正则变换作出求解, 计算了声子分布的 Q 因子随温度变化的非经典特性, 指出该极化激元系统的光子和声子系统总是超泊松属性^[11-13]. 后来, Wang 等人在此模型基础上讨论了极化激元系统的基态性质, 得出了负能量基态, 并发现基态显示破缺对称性^[14-16]. 最近, 他们又在此模型

的基础上计算了光子和声子分布随温度变化的特性^[17], 指出该极化激元系统的光子分布在某一温度以下可以呈现亚泊松分布, 而声子在任何温度下总是呈现经典分布特性.

尽管应用 G-C 模型研究极化激元系统非经典性质取得一些成果, 但仍存在一些困扰性问题没有解决. 进一步研究有效模型哈密顿量对更复杂系统的研究应是重要一步. 更重要的是, 一直以来, 人们的思维只基于静态和“thermal Q counterpart”方面研究 GSP 函数, 试图从中探求声子的非经典性质. 根据我们最近研究结果, 极化激元系统的基态是一个新的非经典真空态, 即双模转动压缩真空态, 因此声子子系统的非经典行为应从非经典真空态的动力学演化过程中发展而来.

本文将 G-C 模型中光子与声子耦合项作出分析修改, 即辐射光场与极化波量子场相互作用系统模型化成单模光子-单 TO 声子相互作用系统, 其有效相互作用哈密顿量项修改为

$$H_1 = k_1(a^+ b + ab^+) + k_2(a^+ b^+ + ab).$$

我们在此基础研究极化激元系统的力学量、量子涨落、压缩态以及亚泊松分布等有关非经典性质

* 暨南大学自然科学基金资助的课题.

的时间演化行为. 以正确的解析表示回答了非线性作用 k_1 与 k_2 项对极化激元系统的量子涨落与非经典统计的确切物理内涵.

2. 极化激元系统的时间演化

2.1. 单模光子-TO 声子相互作用系统有效哈密顿量

当光入射离子晶体材料中, 横向电磁场与横向极化波相互作用产生 TO 声子元激发, 光子与极化波量子的复合体称作极化激元量子. 量子化光场与 TO 声子相互作用哈密顿量 H' 由光子电场 E 与极化场 P 的乘积决定. 由于 $E \cdot P = -\dot{A} \cdot P$, 因此

$$\hat{H}' = -C_0 \hat{A} \cdot \hat{P}, \quad (1)$$

其中电磁场矢势 \hat{A} 与极化场矢量 \hat{P} 分别为

$$\hat{A} = \sum_{k, \alpha} \mathbf{A}_0 (a_{k\alpha} + a_{-k\alpha}^+) e^{ik \cdot r}, \quad (2)$$

$$\hat{P} = \sum_{k, \alpha} \mathbf{P}_0 (b_{k\alpha} + b_{-k\alpha}^+) e^{ik \cdot r}.$$

应用(2)式并作简化考虑 $k = \kappa^{[18]}$, 则光子-极化波量子相互作用系统的哈密顿量可表示为

$$\hat{H} = \sum_k \left[E_{1k} \left(a_k^+ a_k + \frac{1}{2} \right) + E_{2k} \left(b_k^+ b_k + \frac{1}{2} \right) + E_{3k} (a_k^+ b_k - a_k b_k^+ - a_k b_{-k} + a_{-k}^+ b_k^+) \right] \quad (3)$$

(3)式第三项代表裸光子-TO 声子相互作用, 其中 $E_{3k} (a_{-k}^+ b_k^+ - a_k b_{-k})$ 代表能带 E_{3k} 裸光子-声子对的产生与湮没过程, 而 $E_{3k} (a_k^+ b_k - a_k b_k^+)$ 代表裸声子吸收-光子发射或光子吸收-声子发射过程, 上述这两种过程激发机理与激发概率不同, 对所有可能 k 态求和权重不同, 因而 $\sum_k E_{3k} (a_k^+ b_k - a_k b_k^+) \neq \sum_k E_{3k} (a_{-k}^+ b_k^+ - a_k b_{-k})$, 将它们约化成单模光子-单

TO 声子有效相互作用后, 这两项非线性耦合强度不再对称, $k_1 \neq k_2$. 另一方面, 从约化有效相互作用考虑, 若 $\{|\psi_n\rangle\}$ 代表由 $|\psi_n\rangle$ 张开的光子-声子物理空间(其中 $|\psi_n\rangle$ 表示子系统 a, b 的基矢 $|n_a\rangle$ 与 $|n_b\rangle$ 的直积 $|\psi_n\rangle = |n_a\rangle \otimes |n_b\rangle$), Π 代表选择投影到 $a_k^+ b_k, a_k b_k^+, a_k b_{-k}, a_{-k}^+ b_k^+$ 物理子空间的投影算符, 此时经 Π 投影约化的光子和声子算符分别为 $a = \text{Tr}\{\Pi_{|\psi_n\rangle} a_k\}$ 和 $b = \text{Tr}\{\Pi_{|\psi_n\rangle} b_k\}$, 因此当

$$\sum_k E_{3k} (a_k^+ b_k - a_k b_k^+) \xrightarrow{\Pi} k_1 (a^+ b + ab^+),$$

$$\sum_k E_{3k} (a_{-k}^+ b_k^+ - a_k b_{-k}) \xrightarrow{\Pi} k_2 (a^+ b^+ + ab),$$

由于这两项非线性作用的投影物理子空间大小不对称, 并且存在算符共轭和时间反演不对称, 因此与裸光子-TO 声子非线性相互作用情形不同, 这两项约化后的单模光子-单 TO 声子相互作用相应的耦合强度大小不同, $k_1 \neq k_2$. 为了区分这一不平权的非线性效应, 我们用 k_1 和 k_2 表征这两项, 具体研究它们对极化激元系统的动力学演化、光子和声子的动力学压缩和非经典行为产生影响的物理内涵. 由上述分析, 更可能合理的单模光子与单 TO 声子相互作用系统的有效模型哈密顿量可表示成

$$\hat{H}_{\text{eff}} = \omega_a a^+ a + \omega_b b^+ b + k_1 (a^+ b + ab^+) + k_2 (a^+ b^+ + ab), \quad (4)$$

为方便起见, 以后 \hat{H}_{eff} 写成 \hat{H} .

2.2. Heisenberg 表象下力学量运动方程的解

为了讨论单模光子-单 TO 声子相互作用系统的时间演化, 首先在 Heisenberg 表象求解算符 $a(t)$ 与 $b(t)$ 的时间演化, 应用 Heisenberg 运动方程, 可求得

$$\begin{aligned} \dot{a}(t) &= \frac{1}{i} [a, \hat{H}] \\ &= -[\omega_a a(t) + k_1 b(t) + k_2 b^+(t)] \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{b}(t) &= \frac{1}{i} [b, \hat{H}] \\ &= -[\omega_b b(t) + k_1 a(t) + k_2 a^+(t)] \quad (6) \end{aligned}$$

其中 $\dot{a}(t) = \frac{d}{dt} a(t)$, 且取 $\hbar = 1$ 单位. 为求解(5),

(6)式, 作解

$$a(t) = f_1(t)a + f_2(t)a^+ + g_1(t)b + g_2(t)b^+, \quad (7)$$

$$b(t) = g_3(t)a + g_4(t)a^+ + f_3(t)b + f_4(t)b^+. \quad (8)$$

将(7)(8)式代入方程(5)(6)得出下列耦合方程组:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -[\omega_a y_1 + (k_1 - k_2)y_2], \\ \dot{y}_1 &= -[\omega_a x_1 + (k_1 + k_2)x_2], \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= -[\omega_b y_2 + (k_1 - k_2)y_1], \\ \dot{y}_2 &= -[\omega_b x_2 + (k_1 + k_2)x_1], \end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= -[\omega_b y_3 + (k_1 - k_2)y_4], \\ \dot{y}_3 &= -[\omega_b x_3 + (k_1 + k_2)x_4], \\ \dot{x}_4 &= -[\omega_a y_4 + (k_1 - k_2)y_3], \end{aligned}$$

$$\dot{y}_4 = - [\omega_a x_4 + (k_1 + k_2)x_3], \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} x_1 &= f_1 + f_2^*, y_1 = f_1 - f_2^*, \\ x_2 &= g_3 + g_4^*, y_2 = g_3 - g_4^*, \\ x_3 &= f_3 + f_4^*, y_3 = f_3 - f_4^*, \\ x_4 &= g_1 + g_2^*, y_4 = g_1 - g_2^*. \end{aligned} \quad (11)$$

设方程组(9)的基础解为

$$\begin{pmatrix} \lambda & 0 & i\omega_a & \mathfrak{I}(k_1 - k_2) \\ 0 & \lambda & \mathfrak{I}(k_1 - k_2) & i\omega_b \\ i\omega_a & \mathfrak{I}(k_1 + k_2) & \lambda & 0 \\ \mathfrak{I}(k_1 + k_2) & i\omega_b & 0 & \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} = 0. \quad (14)$$

对(14)式进行初等变换,可以求得特征根方程

$$\begin{aligned} &\lambda^4 + [\omega_a^2 + \omega_b^2 + \mathfrak{I}(k_1^2 - k_2^2)]\lambda^2 \\ &+ [\omega_a^2\omega_b^2 + (k_1^2 - k_2^2)^2 - \mathfrak{I}(k_1^2 + k_2^2)\omega_a\omega_b] \\ &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 e^{\lambda t}, x_2 = A_2 e^{\lambda t}, \\ y_1 &= B_1 e^{\lambda t}, y_2 = B_2 e^{\lambda t}, \end{aligned} \quad (12)$$

且根据初始条件有

$$\begin{aligned} x_1(0) &= 1, x_2(0) = 0, \\ y_1(0) &= 1, y_2(0) = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

将(12)式代入方程组(9),得本征矢方程

最后得到方程(15)的本征值 λ 的四个根为

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= ix_+, \lambda_2 = ix_-, \\ \lambda_3 &= -ix_+, \lambda_4 = -ix_-, \end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned} x_{\pm} &= \sqrt{\xi_1 \pm \xi_2}, \xi_1 = \frac{1}{2}[(\omega_a^2 + \omega_b^2) + \mathfrak{I}(k_1^2 - k_2^2)], \\ \xi_2 &= \frac{1}{2}\sqrt{[(\omega_a + \omega_b)^2 - 4k_2^2][(\omega_a - \omega_b)^2 + 4k_1^2] + 16k_1^2 k_2^2}. \end{aligned} \quad (17)$$

下面讨论 $A_1^{(i)}, A_2^{(i)}$ 和 $B_1^{(i)}, B_2^{(i)}$ 的解.对方程组(14)进行初等变换,可以解得

$$\begin{aligned} A_1^{(i)} &= \frac{(k_1 - k_2)\omega_{ai}^2 - \omega_a k_{ba}^2}{k_{ba}^2 x^{(i)}} B_1^{(i)}, \\ A_2^{(i)} &= -\frac{(k_1 - k_2)k_{ba}^2 + \omega_b \omega_{ai}^2}{k_{ba}^2 x^{(i)}} B_1^{(i)}, \end{aligned} \quad (18)$$

$$B_2^{(i)} = -\frac{\omega_{ai}^2}{k_{ba}^2} B_1^{(i)},$$

其中

$$\begin{aligned} \omega_{ai}^2 &= \lambda_i^2 + \omega_a^2 + (k_1^2 - k_2^2), \\ \omega_{bi}^2 &= \lambda_i^2 + \omega_b^2 + (k_1^2 - k_2^2), \\ k_{ab}^2 &= (k_1 + k_2)\omega_a + (k_1 - k_2)\omega_b, \\ k_{ba}^2 &= (k_1 + k_2)\omega_b + (k_1 - k_2)\omega_a, \\ x^{(1)} &= x_+, x^{(2)} = x_-, \\ x^{(3)} &= -x_+, x^{(4)} = -x_-, \\ (i &= 1, 2, 3, 4). \end{aligned}$$

现在我们需要解出 $B_1^{(i)}$.应用初始条件(13)式和(18)式,得到方程组

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \omega_{a1}^2 & \omega_{a2}^2 & \omega_{a1}^2 & \omega_{a2}^2 \\ a_{1\lambda 1} & a_{1\lambda 2} & -a_{1\lambda 2} & -a_{1\lambda 2} \\ a_{2\lambda 1} & a_{2\lambda 2} & -a_{2\lambda 2} & -a_{2\lambda 2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_1^{(1)} \\ B_1^{(2)} \\ B_1^{(3)} \\ B_1^{(4)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ k_{ba}^2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (19)$$

其中

$$\begin{aligned} a_{1\lambda i} &= \frac{(k_1 - k_2)\omega_{ai}^2 - \omega_a k_{ba}^2}{x^{(i)}}, \\ a_{2\lambda i} &= -\frac{(k_1 - k_2)k_{ba}^2 + \omega_b \omega_{ai}^2}{x^{(i)}}. \end{aligned} \quad (20)$$

对方程组(19)作初等变换,最后可求得系数 $B_1^{(i)}$ 为

$$\begin{aligned} B_1^{(1)} &= c_{a\lambda}^{(1)} - \frac{\alpha'_{2\lambda} c_{a\lambda}^{(3)} - \alpha_{2\lambda} c_{a\lambda}^{(4)}}{\alpha_{1\lambda} \alpha'_{2\lambda} - \alpha_{2\lambda} \alpha'_{1\lambda}}, \\ B_1^{(2)} &= c_{a\lambda}^{(2)} + \frac{\alpha'_{1\lambda} c_{a\lambda}^{(3)} - \alpha_{1\lambda} c_{a\lambda}^{(4)}}{\alpha_{1\lambda} \alpha'_{2\lambda} - \alpha_{2\lambda} \alpha'_{1\lambda}}, \\ B_1^{(3)} &= \frac{\alpha'_{2\lambda} c_{a\lambda}^{(3)} - \alpha_{2\lambda} c_{a\lambda}^{(4)}}{\alpha_{1\lambda} \alpha'_{2\lambda} - \alpha_{2\lambda} \alpha'_{1\lambda}}, \\ B_1^{(4)} &= -\frac{\alpha'_{1\lambda} c_{a\lambda}^{(3)} - \alpha_{1\lambda} c_{a\lambda}^{(4)}}{\alpha_{1\lambda} \alpha'_{2\lambda} - \alpha_{2\lambda} \alpha'_{1\lambda}}, \end{aligned} \quad (21)$$

其中

$$\begin{aligned}\alpha_{1\lambda} &= \frac{2a_{1\lambda 1}}{a_{1\lambda 1} - a_{1\lambda 2}}, \alpha_{2\lambda} = \frac{2a_{1\lambda 2}}{a_{1\lambda 1} - a_{1\lambda 2}}, \\ \alpha'_{1\lambda} &= \frac{2a_{2\lambda 1}}{a_{2\lambda 1} - a_{2\lambda 2}}, \alpha'_{2\lambda} = \frac{2a_{2\lambda 2}}{a_{2\lambda 1} - a_{2\lambda 2}}, \\ c_{ab}^{(1)} &= \frac{\omega_{ab2}^2}{x_+^2 - x_-^2}, c_{ab}^{(2)} = -\frac{\omega_{ab1}^2}{x_+^2 - x_-^2}, \\ c_{ab}^{(3)} &= \frac{a_{1\lambda 1} - k_{ba}^2}{a_{1\lambda 1} - a_{1\lambda 2}} + \frac{\omega_{ab1}^2}{x_+^2 - x_-^2}, \\ c_{ab}^{(4)} &= \frac{a_{2\lambda 1}}{a_{2\lambda 1} - a_{2\lambda 2}} + \frac{\omega_{ab1}^2}{x_+^2 - x_-^2}.\end{aligned}$$

将 $B_1^{(i)}$ 代入(18)式,即可求系数 $A_1^{(i)}, A_2^{(i)}$ 和 $B_2^{(i)}$.

下面再讨论 $C_1^{(i)}, C_2^{(i)}$ 和 $D_1^{(i)}, D_2^{(i)}$ 的解. 设方程组(10)的基础解为

$$\begin{aligned}x_3 &= C_1 e^{\lambda t}, x_4 = C_2 e^{\lambda t}, \\ y_3 &= D_1 e^{\lambda t}, y_4 = D_2 e^{\lambda t},\end{aligned}\quad (22)$$

且根据初始条件有

$$\begin{aligned}x_3(0) &= 1, x_4(0) = 0, \\ y_3(0) &= 1, y_4(0) = 0.\end{aligned}\quad (23)$$

代入方程组(10),得本征矢方程

$$\begin{pmatrix} \lambda & 0 & i\omega_b & \chi(k_1 - k_2) \\ 0 & \lambda & \chi(k_1 - k_2) & i\omega_a \\ i\omega_b & \chi(k_1 + k_2) & \lambda & 0 \\ \chi(k_1 + k_2) & i\omega_a & 0 & \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ D_1 \\ D_2 \end{pmatrix} = 0, \quad (24)$$

可以求得该方程组的四个本征根,同(16)式相同.类似前面方法对(24)式进行初等变换,可以求得

$$\begin{aligned}C_1^{(i)} &= \frac{(k_1 - k_2)\omega_{ba}^2 - \omega_b k_{ab}^2}{k_{ab}^2 x^{(i)}} D_1^{(i)}, \\ C_2^{(i)} &= \frac{-(k_1 - k_2)k_{ab}^2 + \omega_a \omega_{ba}^2}{k_{ab}^2 x^{(i)}} D_1^{(i)}, \quad (25) \\ D_2^{(i)} &= -\frac{\omega_{ba}^2}{k_{ab}^2} D_1^{(i)}.\end{aligned}$$

对于 $D_1^{(i)}$,应用初始条件(23)式和(25)式,最后可求得

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \omega_{ba}^2 & \omega_{ba}^2 & \omega_{ba}^2 & \omega_{ba}^2 \\ b_{1\lambda 1} & b_{1\lambda 2} & -b_{1\lambda 1} & -b_{1\lambda 2} \\ b_{2\lambda 1} & b_{2\lambda 2} & -b_{2\lambda 2} & -b_{2\lambda 2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_1^{(1)} \\ D_1^{(2)} \\ D_1^{(3)} \\ D_1^{(4)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ k_{ab}^2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (26)$$

其中

$$\begin{aligned}b_{1\lambda i} &= \frac{(k_1 - k_2)\omega_{ba}^2 - \omega_b k_{ab}^2}{x^{(i)}}, \\ b_{2\lambda i} &= \frac{-(k_1 - k_2)k_{ab}^2 + \omega_a \omega_{ba}^2}{x^{(i)}}.\end{aligned}$$

对方程组(26)作初等变换,最后求得系数 $D_1^{(i)}$ 为

$$\begin{aligned}D_1^{(1)} &= c_{ba}^{(1)} - \frac{\beta'_{2\lambda} c_{ba}^{(3)} - \beta_{2\lambda} c_{ba}^{(4)}}{\beta_{1\lambda} \beta'_{2\lambda} - \beta_{2\lambda} \beta'_{1\lambda}}, \\ D_1^{(2)} &= c_{ba}^{(2)} + \frac{\beta'_{1\lambda} c_{ba}^{(3)} - \beta_{1\lambda} c_{ba}^{(4)}}{\beta_{1\lambda} \beta'_{2\lambda} - \beta_{2\lambda} \beta'_{1\lambda}},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}D_1^{(3)} &= \frac{\beta'_{2\lambda} c_{ba}^{(3)} - \beta_{2\lambda} c_{ba}^{(4)}}{\beta_{1\lambda} \beta'_{2\lambda} - \beta_{2\lambda} \beta'_{1\lambda}}, \\ D_1^{(4)} &= -\frac{\beta'_{1\lambda} c_{ba}^{(3)} - \beta_{1\lambda} c_{ba}^{(4)}}{\beta_{1\lambda} \beta'_{2\lambda} - \beta_{2\lambda} \beta'_{1\lambda}},\end{aligned}\quad (27)$$

其中

$$\begin{aligned}\beta_{1\lambda} &= \frac{2b_{1\lambda 1}}{b_{1\lambda 1} - b_{1\lambda 2}}, \beta_{2\lambda} = \frac{2b_{1\lambda 2}}{b_{1\lambda 1} - b_{1\lambda 2}}, \\ \beta'_{1\lambda} &= \frac{2b_{2\lambda 1}}{b_{2\lambda 1} - b_{2\lambda 2}}, \beta'_{2\lambda} = \frac{2b_{2\lambda 2}}{b_{2\lambda 1} - b_{2\lambda 2}}, \\ c_{ba}^{(1)} &= \frac{\omega_{ba2}^2}{x_+^2 - x_-^2}, c_{ba}^{(2)} = -\frac{\omega_{ba1}^2}{x_+^2 - x_-^2}, \\ c_{ba}^{(3)} &= \frac{b_{1\lambda 1} - k_{ab}^2}{b_{1\lambda 1} - b_{1\lambda 2}} + \frac{\omega_{ba1}^2}{x_+^2 - x_-^2}, \\ c_{ba}^{(4)} &= \frac{b_{2\lambda 1}}{b_{2\lambda 1} - b_{2\lambda 2}} + \frac{\omega_{ba1}^2}{x_+^2 - x_-^2}.\end{aligned}$$

将 $D_1^{(i)}$ 代入(25)式即可求得系数 $C_1^{(i)}, C_2^{(i)}$ 和 $D_2^{(i)}$.

从上述所得的解可知,虽然有效哈密顿量(4)中算符 a, b 对称,但是系数 $A_1^{(i)}, A_2^{(i)}, B_1^{(i)}, B_2^{(i)}$ 和 $C_1^{(i)}, C_2^{(i)}, D_1^{(i)}, D_2^{(i)}$ 并不存在相应相等的对称性,其原因是由于非线性作用项 $k_1(a^+ b + ab^+)$ 与 $k_2(a^+ b^+ + ab)$ 的存在,由非线性作用项决定的基态存在破缺对称性,因而导致相互作用系统时间演化过程的非对称性.将所求得的系数代入(12)和(22)式,并利用(11)式可求得耦合方程组中的耦合系数

$$\begin{aligned}
 f_1 &= \frac{1}{2}(x_1 + y_1), f_2 = \frac{1}{2}(x_1^* - y_1^*), \\
 f_3 &= \frac{1}{2}(x_3 + y_3), f_4 = \frac{1}{2}(x_3^* - y_3^*), \\
 g_1 &= \frac{1}{2}(x_4 + y_4), g_2 = \frac{1}{2}(x_4^* - y_4^*), \\
 g_3 &= \frac{1}{2}(x_2 + y_2), g_4 = \frac{1}{2}(x_2^* - y_2^*).
 \end{aligned} \quad (28)$$

2.3. 系统光子数 $N_a(t)$ 与声子数 $N_b(t)$ 的时间演化

我们假定量子化光场初始处于纯相干态 $|\alpha\rangle$, 极化波量子系统初始处于真空态 $|0\rangle_b$, 此时辐射光场与极化波量子场相互作用系统的波函数可表示为

$$\begin{aligned}
 |\psi(t)\rangle &= e^{-iHt} D(\alpha) |0\rangle_a \otimes |0\rangle_b \\
 &= e^{-iHt} D(\alpha) |0\rangle_a, \quad (29)
 \end{aligned}$$

其中 $|0\rangle_a$ 代表辐射光场的真空态, $D(\alpha)$ 为辐射场平移算符. 利用平移算符 $D(\alpha)$ 对 Bose 子算符 a 和 b 的变换性质

$$\begin{aligned}
 D^+(\alpha) a D(\alpha) &= a + \alpha, \\
 D^+(\alpha) b D(\alpha) &= b, \quad (30)
 \end{aligned}$$

应用 Bose 子时间演化算符 $a(t)$ 和 $b(t)$, 不难得到平移算符 $D(\alpha)$ 作用后的变换形式

$$\begin{aligned}
 D^+(\alpha) a(t) D(\alpha) &= a(t) + z_1, \\
 D^+(\alpha) b(t) D(\alpha) &= b(t) + z_2, \quad (31)
 \end{aligned}$$

其中

$$z_1 = f_1 \alpha + f_2 \alpha^*, \quad (32)$$

$$z_2 = g_3 \alpha + g_4 \alpha^*$$

为复参数, 而参数 f_1, f_2, g_3, g_4 由 (28) 式给出.

应用 (7) (8) (29) 式, 得到任意时刻系统的平均光子数 $\bar{N}_a(t)$ 与平均声子数 $\bar{N}_b(t)$, 即

$$\begin{aligned}
 \bar{N}_a(t) &= \langle \psi(t) | a^\dagger a | \psi(t) \rangle \\
 &= |f_2|^2 + |g_2|^2 + |z_1|^2, \quad (33)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{N}_b(t) &= \langle \psi(t) | b^\dagger b | \psi(t) \rangle \\
 &= |f_4|^2 + |g_4|^2 + |z_2|^2. \quad (34)
 \end{aligned}$$

将 (28) 式代入上面两式, 只考虑主要贡献项, 得

$$\begin{aligned}
 \bar{N}_a(t) &\approx [|f_1|^2 + |f_2|^2 + 2\text{Re}(f_1 f_2^*)] \bar{n}_0 \\
 &= [(A_1^{(1)} + A_1^{(3)})^2 \cos^2(x_+ t) \\
 &\quad + (A_1^{(2)} + A_1^{(4)})^2 \cos^2(x_- t) \\
 &\quad + (B_1^{(1)} - B_1^{(3)})^2 \sin^2(x_+ t) \\
 &\quad + (B_1^{(2)} - B_1^{(4)})^2 \sin^2(x_- t) \\
 &\quad + \chi (A_1^{(1)} + A_1^{(3)}) (A_1^{(2)} + A_1^{(4)})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\times \cos(x_+ t) \cos(x_- t) \\
 &\quad + \chi (B_1^{(1)} - B_1^{(3)}) (B_1^{(2)} - B_1^{(4)}) \\
 &\quad \times \sin(x_+ t) \sin(x_- t)] \bar{n}_0, \quad (35)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{N}_b(t) &\approx [|g_3|^2 + |g_4|^2 + 2\text{Re}(g_3 g_4^*)] \bar{n}_0 \\
 &= [(A_2^{(1)} + A_2^{(3)})^2 \cos^2(x_+ t) \\
 &\quad + (A_2^{(2)} + A_2^{(4)})^2 \cos^2(x_- t) \\
 &\quad + (B_2^{(1)} - B_2^{(3)})^2 \sin^2(x_+ t) \\
 &\quad + (B_2^{(2)} - B_2^{(4)})^2 \sin^2(x_- t) \\
 &\quad + \chi (A_2^{(1)} + A_2^{(3)}) (A_2^{(2)} + A_2^{(4)}) \\
 &\quad \times \cos(x_+ t) \cos(x_- t) \\
 &\quad + \chi (B_2^{(1)} - B_2^{(3)}) (B_2^{(2)} - B_2^{(4)}) \\
 &\quad \times \sin(x_+ t) \sin(x_- t)] \bar{n}_0, \quad (36)
 \end{aligned}$$

其中 \bar{n}_0 为 $t=0$ 时刻辐射光场的平均光子数, 即

$$\bar{n}_0 = \langle \psi(0) | a^\dagger a | \psi(0) \rangle = |\alpha|^2. \quad (37)$$

数值计算表明, $\bar{N}_a(t), \bar{N}_b(t)$ 呈现随时间周期振荡行为, 这是由于辐射光场与极化波量子场耦合作用的结果. 它们两者之和

$$\begin{aligned}
 \bar{N}_a(t) + \bar{N}_b(t) &= \left[1 + \chi (A_2^{(1)2} - A_1^{(1)} A_1^{(2)}) \right. \\
 &\quad \times \sin^2\left(\frac{1}{2} x_{ab} t\right) + \chi B_2^{(1)2} \\
 &\quad \left. - B_1^{(1)} B_1^{(2)} \right] \sin^2\left(\frac{1}{2} y_{ab} t\right) \bar{n}_0 \quad (38)
 \end{aligned}$$

也呈时间周期振荡行为, 这是由于两者之和不是运动积分. 这说明初始处于独立的辐射光子场子系统与极化波量子场子系统, 由于它们之间相互耦合作用, 在时间演化过程中彼此交换能量, 而交换能量的过程随时间演化是振荡性质的, 而且它们随时间演化振荡的特性与非线性作用 k_1 与 k_2 项的存在相联系.

3. 量子化光场与极化波量子相互作用系统的非经典特性

量子光学研究已经从理论上和实验上表明, 可以通过各种非线性光物理过程产生不同类型的压缩态. 由于极化激元系统模型哈密顿量 (4) 式中包含光子与极化波量子场非线性相互作用的特点, 它可能是产生压缩态的一种方案. 下面我们分析辐射场与极化波量子场两个子系统的时间演化行为, 讨论极化激元系统可能存在的非经典效应.

3.1. 辐射光场-极化波量子系统的量子涨落

为了研究极化激元系统非经典效应中的压缩态,首先讨论系统的量子涨落.为此,引入辐射光场算符 X_1, Y_1 与极化波量子场算符 X_2, Y_2 ,

$$X_1 = \frac{1}{2}(a + a^*), Y_1 = \frac{1}{2i}(a - a^*), \quad (39)$$

$$X_2 = \frac{1}{2}(b + b^*), Y_2 = \frac{1}{2i}(b - b^*),$$

它们分别代表两个场的正交共轭振幅分量算符.为了反映系统的压缩程度,引入二阶压缩度 S_X 来表征相互作用系统的非经典特点.按照定义

$$S_X = \frac{\langle \Delta X^2 \rangle | \psi(t) \rangle}{0.5 \langle \Delta X^2 \rangle | 0, 0 \rangle}, \quad (40)$$

若 $S_{X_i} < 1$ 或 $S_{Y_i} < 1$ 则此时系统处于波函数 $|\psi(t)\rangle$ 描述的态在相应力学量 X_i 或 Y_i 的量子涨落小于该力学量在最小不确定态 $|0, 0\rangle$ 的量子涨落,因此压缩发生在 X_i 或 Y_i 分量上.由于 $\langle 0, 0 | \Delta X_i^2 | 0, 0 \rangle = \langle 0, 0 | \Delta Y_i^2 | 0, 0 \rangle = 1/4$,应用(30)(31)和(7)式,可以得到

$$\begin{aligned} S_{X1} &= \langle 0, 0 | [a^2(t) + a^2(t)] | 0, 0 \rangle \\ &\quad + \langle \chi z_1 + z_1^* | 0, 0 | a^+(t) a(t) \\ &\quad + a(t) a^+(t) | 0, 0 \rangle \\ &= |f_1 + f_2^*|^2 + |g_1 + g_2^*|^2 \\ &= |x_1|^2 + |x_4|^2. \end{aligned} \quad (41)$$

同理可求得

$$\begin{aligned} S_{Y1} &= |f_1 - f_2^*|^2 + |g_1 - g_2^*|^2 \\ &= |y_1|^2 + |y_4|^2, \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} S_{X2} &= |f_3 + f_4^*|^2 + |g_3 + g_4^*|^2 \\ &= |x_2|^2 + |x_3|^2, \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} S_{Y2} &= |f_3 - f_4^*|^2 + |g_3 - g_4^*|^2 \\ &= |y_2|^2 + |y_3|^2. \end{aligned} \quad (44)$$

为了进一步分析系统随时间演化的非经典行为,应用(28)式,求得下列准确的解析解结果:

$$\begin{aligned} S_{X1} &= 1 - \mathcal{A}(A_1^{(1)}A_1^{(3)} + C_2^{(1)}C_2^{(3)})\sin^2(x_+t) \\ &\quad - \mathcal{A}(A_1^{(2)}A_1^{(4)} + C_2^{(2)}C_2^{(4)})\sin^2(x_-t) \\ &\quad - \mathcal{A}(A_1^{(1)}A_1^{(4)} + A_1^{(2)}A_1^{(3)}) + (C_2^{(1)}C_2^{(4)} \\ &\quad + C_2^{(2)}C_2^{(3)})\sin^2\left[\frac{1}{2}(x_+ + x_-)t\right] \\ &\quad - \mathcal{A}(A_1^{(1)}A_1^{(2)} + A_1^{(3)}A_1^{(4)}) + (C_2^{(1)}C_2^{(2)} \\ &\quad + C_2^{(3)}C_2^{(4)})\sin^2\left[\frac{1}{2}(x_+ - x_-)t\right], \end{aligned} \quad (45)$$

$$S_{Y1} = 1 - \mathcal{A}(B_1^{(1)}B_1^{(3)} + D_2^{(1)}D_2^{(3)})\sin^2(x_+t)$$

$$\begin{aligned} &- \mathcal{A}(B_1^{(2)}B_1^{(4)} + D_2^{(2)}D_2^{(4)})\sin^2(x_-t) \\ &- \mathcal{A}(B_1^{(1)}B_1^{(4)} + B_1^{(2)}B_1^{(3)}) + (D_2^{(1)}D_2^{(4)} \\ &\quad + D_2^{(2)}D_2^{(3)})\sin^2\left[\frac{1}{2}(x_+ + x_-)t\right] \\ &- \mathcal{A}(B_1^{(1)}B_1^{(2)} + B_1^{(3)}B_1^{(4)}) + (D_2^{(1)}D_2^{(2)} \\ &\quad + D_2^{(3)}D_2^{(4)})\sin^2\left[\frac{1}{2}(x_+ - x_-)t\right], \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} S_{X2} &= 1 - \mathcal{A}(C_1^{(1)}C_1^{(3)} + A_2^{(1)}A_2^{(3)})\sin^2(x_+t) \\ &\quad - \mathcal{A}(C_1^{(2)}C_1^{(4)} + A_2^{(2)}A_2^{(4)})\sin^2(x_-t) \\ &\quad - \mathcal{A}(C_1^{(1)}C_1^{(4)} + C_1^{(2)}C_1^{(3)}) + (A_2^{(1)}A_2^{(4)} \\ &\quad + A_2^{(2)}A_2^{(3)})\sin^2\left[\frac{1}{2}(x_+ + x_-)t\right] \\ &\quad - \mathcal{A}(C_1^{(1)}C_1^{(2)} + C_1^{(3)}C_1^{(4)}) + (A_2^{(1)}A_2^{(2)} \\ &\quad + A_2^{(3)}A_2^{(4)})\sin^2\left[\frac{1}{2}(x_+ - x_-)t\right], \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} S_{Y2} &= 1 - \mathcal{A}(D_1^{(1)}D_1^{(3)} + B_2^{(1)}B_2^{(3)})\sin^2(x_+t) \\ &\quad - \mathcal{A}(D_1^{(2)}D_1^{(4)} + B_2^{(2)}B_2^{(4)})\sin^2(x_-t) \\ &\quad - \mathcal{A}(D_1^{(1)}D_1^{(4)} + D_1^{(3)}D_1^{(2)}) + (B_2^{(1)}B_2^{(2)} \\ &\quad + B_2^{(3)}B_2^{(4)})\sin^2\left[\frac{1}{2}(x_+ - x_-)t\right] \\ &\quad - \mathcal{A}(D_1^{(1)}D_1^{(2)} + D_1^{(3)}D_1^{(4)}) + (B_2^{(1)}B_2^{(4)} \\ &\quad + B_2^{(2)}B_2^{(3)})\sin^2\left[\frac{1}{2}(x_+ + x_-)t\right]. \end{aligned} \quad (48)$$

分析上述所得结果(45)–(48),对典型参数进行具体数值分析,其中 $\omega_a = 0-1, \omega_b = 0-1, k_1 = 0.02-0.1, k_2 = 0.02-0.1$,单位为 10^{15} s^{-1} ,得出结论如下:

1) 在外初始驱动场处于相干态光场,而声子场处于真空态时,只要 $k_1 \neq 0, k_2 \neq 0$,无论 k_1, k_2 和 ω_a, ω_b 如何取值,由于辐射场与声子场的非线性相互作用,随着时间演化光子场和声子场都会在 X_i 方向或 Y_i 方向上呈现压缩特征,二阶压缩度 S_{X_i} 和 S_{Y_i} 随时间演化呈复杂周期振荡,并且在一个振荡周期中总是存在二阶压缩度小于 1 的时间段,也就是说光子场和声子场都可以随时间演化出现压缩态,见图 1、图 2 和图 3、图 4.

2) k_1, k_2 不同取值呈现不同复杂振荡行为,当 $k_1 = 0$ 或 $k_2 = 0$ 时,系统光子场和声子场随时间演化都不会呈现压缩态.这说明极化激元系统呈现压缩态非经典效应是由非线性相互作用项 $k_1(a^+ b + ab^+)$ 和 $k_2(a^+ b^+ + ab)$ 之间存在相互关联的结果,系统随时间演化呈现压缩态非经典效应必须以 k_1 项和 k_2 项同时存在为前提.

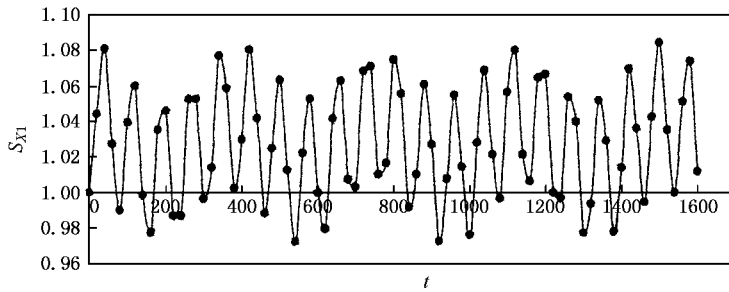


图 1 S_{Y1} 的时间演化规律 $k_1 = 0.05, k_2 = 0.1, \omega_a = 0.6, \omega_b = 1$

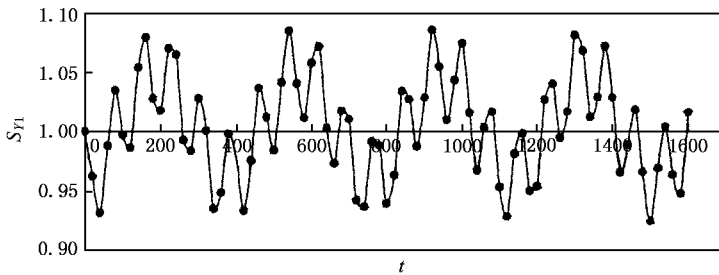


图 2 S_{Y1} 的时间演化规律 $k_1 = 0.05, k_2 = 0.1, \omega_a = 0.6, \omega_b = 1$

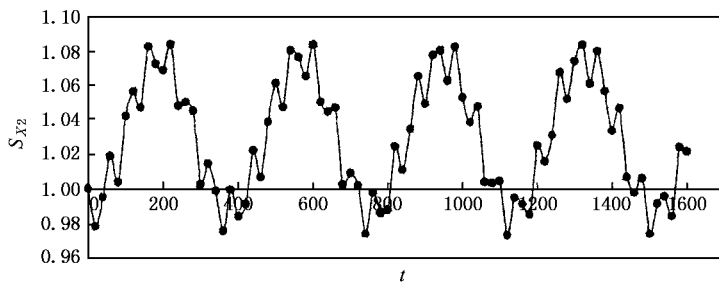


图 3 S_{X2} 的时间演化规律 $k_1 = 0.05, k_2 = 0.1, \omega_a = 0.6, \omega_b = 1$

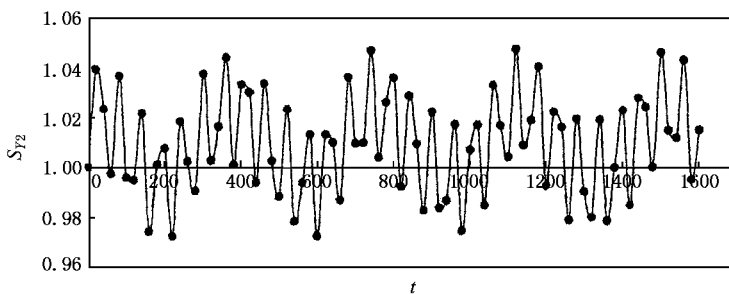


图 4 S_{Y2} 的时间演化规律 $k_1 = 0.05, k_2 = 0.1, \omega_a = 0.6, \omega_b = 1$

3) 从图中还可以看出, 若 $S_{X1} > 1$, 则 $S_{Y1} < 1$; 若 $S_{X2} > 1$, 则 $S_{Y2} < 1$. 这说明系统光子场和声子场的动力学压缩现象是发生在两个正交分量中的一个分量上.

4) S_{X1} 与 S_{X2} 随时间演化振幅向相反方向变化, S_{Y1} 与 S_{Y2} 随时间演化振幅也向相反方向变化, 这说明由于辐射光场与极化波量子场的非线性相互作用, 系统的光子数 N_a 与声子数 N_b 发生变化, 光子

场与声子场随时间演化彼此交换能量,因此光子场与声子场在 X 方向的压缩方向相反,光子场与声子场在 Y 方向的压缩方向也相反.

3.2. 辐射光场和极化声子场的 Q_M 因子

在量子化光场与极化波量子场相互作用系统中,反映场的量子统计性质的一个重要的物理特征参量是 Mandel Q 因子,其定义为

$$Q_M^a = \frac{a^{+2} a^2 - a^+ a^2}{a^+ a^2}. \quad (49)$$

当 $Q_M^a < 0$, 则辐射场的光子统计分布是亚泊松分布,这是一种纯粹的量子统计特性,因而 $Q_M^a < 0$ 反映系统呈现非经典行为.

考虑波函数时间演化(29)式及平移算符 $D(\alpha)$ 的运算规则,经过算符的 Wick 代数操作可得

$$\begin{aligned} a^{+2} a^2 &= \psi(t) | a^{+2} a^2 | \psi(t) \\ &= \mathcal{X} | f_2 |^2 + | g_2 |^2 \mathcal{Y} + | f_1 f_2 + g_1 g_2 |^2 \\ &\quad + Z_1^* (f_1 f_2 + g_1 g_2) + z_1^2 (f_1 f_2 + g_1 g_2)^* \\ &\quad + 4 | z_1 |^2 (| f_2 |^2 + | g_2 |^2) + | z_1 |^4. \end{aligned} \quad (50)$$

而

$$\begin{aligned} a^+ a^2 &= \psi(t) | a^+ a | \psi(t)^2 \\ &= (| f_2 |^2 + | g_2 |^2 \mathcal{Y} \\ &\quad + 2 | z_1 | (| f_2 |^2 + | g_2 |^2) + | z_1 |^4) \end{aligned} \quad (51)$$

将(50)(51)式代入(49)式,并经过化简后得

$$\begin{aligned} Q_M^a &= | f_2 |^2 + | g_2 |^2 + | z_1 |^2 \\ &\quad + \frac{| f_1 f_2 + g_1 g_2 + z_1^2 |^2 - 2 | z_1 |^4}{| f_2 |^2 + | g_2 |^2 + | z_1 |^2}. \end{aligned} \quad (52)$$

我们对(52)式作合理近似分析,由于 $| z_1 |^2 \gg | f_2 |^2 + | g_2 |^2$ 和 $| z_1 |^2 \gg | f_1 f_2 + g_1 g_2 |$,对(52)式第四项作泰勒展开,近似到二阶项,则 Q_M 为

$$Q_M^a \approx (f_1 f_2 + f_1^* f_2^*) + (g_1 g_2 + g_1^* g_2^*). \quad (53)$$

应用 f_1, f_2, g_1, g_2 的表达式(28),可得到 Q_M^a 随时间演化结果为

$$\begin{aligned} Q_M^a &\approx \frac{1}{2} [(A_1^{(1)2} + A_1^{(2)2} + A_1^{(3)2} + A_1^{(4)2}) \\ &\quad - (B_1^{(1)2} + B_1^{(2)2} + B_1^{(3)2} + B_1^{(4)2})] \\ &\quad + (A_1^{(1)} A_1^{(3)} - B_1^{(1)} B_1^{(3)}) \cos(2x_{+t}) \\ &\quad + (A_1^{(2)} A_1^{(4)} - B_1^{(2)} B_1^{(4)}) \cos(2x_{-t}) \\ &\quad + [(A_1^{(1)} + A_1^{(3)}) \mathcal{X} (A_1^{(2)} + A_1^{(4)}) - (B_1^{(1)} + B_1^{(3)}) \\ &\quad \times (B_1^{(2)} + B_1^{(4)})] \cos(x_{+t}) \cos(x_{-t}) \\ &\quad + [(A_1^{(1)} - A_1^{(3)}) \mathcal{X} (A_1^{(2)} - A_1^{(4)}) - (B_1^{(1)} - B_1^{(3)}) \\ &\quad \times (B_1^{(2)} - B_1^{(4)})] \sin(x_{+t}) \sin(x_{-t}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times (B_1^{(2)} - B_1^{(4)}) \sin(x_{+t}) \sin(x_{-t}) \\ &\quad + \frac{1}{2} [(C_2^{(1)2} + C_2^{(2)2} + C_2^{(3)2} + C_2^{(4)2}) \\ &\quad - (D_2^{(1)2} + D_2^{(2)2} + D_2^{(3)2} + D_2^{(4)2})] \\ &\quad + (C_2^{(1)} C_2^{(3)} - D_2^{(1)} D_2^{(3)}) \cos(2x_{+t}) \\ &\quad + (C_2^{(2)} C_2^{(4)} - D_2^{(2)} D_2^{(4)}) \cos(2x_{-t}) \\ &\quad + [(C_2^{(1)} + C_2^{(3)}) \mathcal{X} (C_2^{(2)} + C_2^{(4)}) - (D_2^{(1)} + D_2^{(3)}) \\ &\quad \times (D_2^{(2)} + D_2^{(4)})] \cos(x_{+t}) \cos(x_{-t}) \\ &\quad + [(C_2^{(1)} - C_2^{(3)}) \mathcal{X} (C_2^{(2)} - C_2^{(4)}) - (D_2^{(1)} - D_2^{(3)}) \\ &\quad \times (D_2^{(2)} - D_2^{(4)})] \sin(x_{+t}) \sin(x_{-t}). \end{aligned} \quad (54)$$

类似反映辐射场的光子统计分布的 Mandel Q 因子的定义,反映极化激元系统中的声子统计分布的 Mandel Q 因子的定义为

$$Q_M^b = \frac{b^{+2} b^2 - b^+ b^2}{b^+ b^2}. \quad (55)$$

同理可求得声子场的 Q_M^b 的解析表达式

$$\begin{aligned} Q_M^b &\approx (f_3 f_4 + g_3 g_4) + (f_3 f_4 + g_3 g_4)^* \\ &= \frac{1}{2} [(C_1^{(1)2} + C_1^{(2)2} + C_1^{(3)2} + C_1^{(4)2}) \\ &\quad - (D_1^{(1)2} + D_1^{(2)2} + D_1^{(3)2} + D_1^{(4)2})] \\ &\quad + (C_1^{(1)} C_1^{(3)} - D_1^{(1)} D_1^{(3)}) \cos(2x_{+t}) \\ &\quad + (C_1^{(2)} C_1^{(4)} - D_1^{(2)} D_1^{(4)}) \cos(2x_{-t}) \\ &\quad + [(C_1^{(1)} + C_1^{(3)}) \mathcal{X} (C_1^{(2)} + C_1^{(4)}) - (D_1^{(1)} + D_1^{(3)}) \\ &\quad \times (D_1^{(2)} + D_1^{(4)})] \cos(x_{+t}) \cos(x_{-t}) \\ &\quad + [(C_1^{(1)} - C_1^{(3)}) \mathcal{X} (C_1^{(2)} - C_1^{(4)}) - (D_1^{(1)} - D_1^{(3)}) \\ &\quad \times (D_1^{(2)} - D_1^{(4)})] \sin(x_{+t}) \sin(x_{-t}) \\ &\quad + \frac{1}{2} [(A_2^{(1)2} + A_2^{(2)2} + A_2^{(3)2} + A_2^{(4)2}) \\ &\quad - (B_2^{(1)2} + B_2^{(2)2} + B_2^{(3)2} + B_2^{(4)2})] \\ &\quad + (A_2^{(1)} A_2^{(3)} - B_2^{(1)} B_2^{(3)}) \cos(2x_{+t}) \\ &\quad + (A_2^{(2)} A_2^{(4)} - B_2^{(2)} B_2^{(4)}) \cos(2x_{-t}) \\ &\quad + [(A_2^{(1)} + A_2^{(3)}) \mathcal{X} (A_2^{(2)} + A_2^{(4)}) - (B_2^{(1)} + B_2^{(3)}) \\ &\quad \times (B_2^{(2)} + B_2^{(4)})] \cos(x_{+t}) \cos(x_{-t}) \\ &\quad + [(A_2^{(1)} - A_2^{(3)}) \mathcal{X} (A_2^{(2)} - A_2^{(4)}) - (B_2^{(1)} - B_2^{(3)}) \\ &\quad \times (B_2^{(2)} - B_2^{(4)})] \sin(x_{+t}) \sin(x_{-t}). \end{aligned} \quad (56)$$

对(54)式和(56)式进行数值分析,结果表明:当 $k_1 \neq 0, k_2 \neq 0$ 时, Q_M^a 和 Q_M^b 随时间演化过程均介于大于零与小于零之间呈复杂周期振荡,如图5和图6所示.这说明辐射光场与极化波量子场相互作用系

统中,初始为 Poisson 统计分布的相干态光场和初始为真空态的声子场在随时间演化过程中,光子统计分布和声子统计分布都是介于超 Poisson 分布和亚 Poisson 分布之间复杂周期振荡的,初始相干态光子场和初始真空态的声子场可以演化成非经典的光子场和声子场.数值分析还表明, k_1, k_2 不同取值会引起不同复杂振荡行为,若 $k_1 = 0$ 或 $k_2 = 0$,但两者不

全为零时,系统光子场和声子场仍然可在一定的频率范围随时间演化呈现非经典统计特性,而在另外一些频率下系统光子场或声子场不会随时间演化呈现非经典统计特性.这说明 k_1 与 k_2 项对于极化激元系统的非经典统计行为都有贡献,系统呈现非经典统计特征是由于非线性相互作用 k_1 与 k_2 项作用的结果.

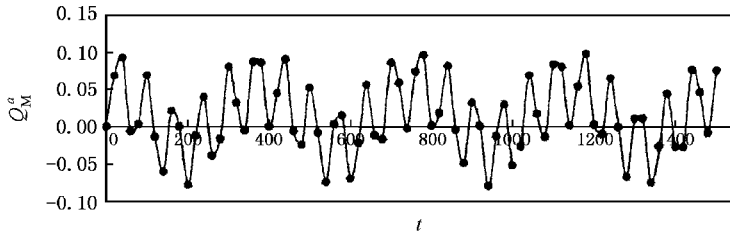


图 5 Q_M^a 的时间演化规律 $k_1 = 0.07, k_2 = 0.1, \kappa\omega_a = 0.6, \kappa\omega_b = 1$

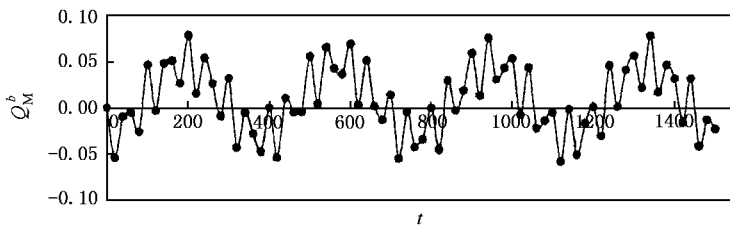


图 6 Q_M^b 的时间演化规律 $k_1 = 0.07, k_2 = 0.1, \kappa\omega_a = 0.6, \kappa\omega_b = 1$

4. 结 论

本文提出了一个修改的单模光子-单 TO 声子相互作用系统模型有效哈密顿量.对极化激元系统随时间演化求出了解析解,以正确的解析形式的结果回答了极化激元系统光子场与极化波量子场的量子涨落特性和非经典统计行为.我们对结果分析得出以下结论:

1. 由于辐射光场与极化波量子场相互耦合作用,使初始处于独立的光子场和极化波量子场随时间演化以振荡形式交换能量,导致平均光子数 $\bar{N}_a(t)$ 与平均 TO 声子数 $\bar{N}_b(t)$,以及 $\bar{N}_a(t) + \bar{N}_a(t)$ 随时间振荡,而且时间振荡特性与非线性作用 k_1 项和 k_2 项都有关系.

2. 在外初始驱动场处于相干态光场,而声子场处于真空态时,如果 k_1 和 k_2 都不等于零,由于辐射场与声子场的非线性相互作用,随着时间演化光子场和声子场都可以呈现压缩态.而当 $k_1 = 0$ 或 $k_2 =$

0 时,系统光子场和声子场随时间演化都不会呈现压缩态.这说明极化激元系统呈现压缩态非经典效应是由非线性相互作用项 $k_1(a^+b + ab^+)$ 和 $k_2(a^+b^+ + ab)$ 之间存在相互关联的结果,系统随时间演化呈现压缩态非经典效应必须以 k_1 项和 k_2 项同时存在为前提,这是一种独立于静态的动力学量子涨落属性.

3. 当 k_1 和 k_2 都不等于零时,初始为 Poisson 统计分布的相干态光场和初始为真空态的声子场在随时间演化过程中,光子统计分布和声子统计分布都是介于超 Poisson 分布和亚 Poisson 分布之间复杂周期振荡的,经典统计分布的光子场和声子场都可以演化成非经典统计分布的光子场和声子场.若 $k_1 = 0$ 或 $k_2 = 0$,系统光子场和声子场仍然可在一定的频率范围随时间演化呈现非经典统计特性,这说明 k_1 与 k_2 项对于极化激元系统的非经典统计行为都有贡献,系统呈现非经典统计特征是由于非线性相互作用 k_1 与 k_2 项作用的结果.我们已经证明极化激元系统的基态是双模转动压缩真空态, Q_M^a 和 Q_M^b 的

非经典统计动力学行为是这一新非经典基态的时间演化结果,它是独立于静态和 thermal Q counterpart 的非经典属性.

- [1] Yuen H P 1976 *Phys. Rev.* **13** 2226
 [2] Yuen H P , Schapiro J H 1979 *Opt. Lett.* **4** 334
 [3] Agarwal G S 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 827
 [4] Loudon R L , Knight P L 1987 *J. Mod. Opt.* **34** 70
 [5] Agarwal G S 1988 *J. Opt. Soc. Am. B* **5** 1940
 [6] Agarwal G S , Tara K 1992 *Phys. Rev. A* **46** 485
 [7] Gilles L , Knight P L 1993 *Phys. Rev. A* **48** 1582
 [8] Lo C F , Solli R 1993 *Phys. Rev. B* **48** 10183
 [9] Shao B , Zou J 1999 *Acta Phys. Sin. (Oversea Edition)* **8** 368
 [10] Zou J , Shao B , Xing X S 1997 *Acta Phys. Sin.* **56** 2233 (in Chinese) 邹 健、邵 彬、邢修三 1997 物理学报 **56** 2233]
 [11] Ghoshul S , Chatterjee A 1995 *Phys. Rev. B* **52** 982
 [12] Ghoshul S , Chatterjee A 1996 *Phys. Lett. A* **223** 195
 [13] Ghoshul S , Chatterjee A 1999 *Phys. Rev. B* **59** 3916
 [14] Wang K L , Yang J L , Li T Z 1997 *Phys. Lett. A* **236** 103
 [15] Hu X , Nori F 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 2294
 [16] Hu X , Nori F 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 4605
 [17] Wang S L , Ma S G , Wang K L 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 117
 [18] Madelung O 1981 *Solid-State Theory* (Berlin Heidelberg : Springer-Verlag) p255

The time-revolution of the quantum fluctuation and the nonclassical statistical behavior for the polariton system^{*}

Yu Xiao-Min¹⁾ Liang Guo-Dong¹⁾ Zhong Yan-Hua²⁾

¹⁾ Department of Physics , Jinan University , Guangzhou 510632 , China)

²⁾ Department of Computer , Jiangmen Polytechnic College , Jiangmen 529020 , China)

(Received 19 March 2004 ; revised manuscript received 17 October 2005)

Abstract

In this paper , we have considered the polariton system described by the model effective Hamiltonian involving a single-mode photon field interacting with a transverse optical phonon in a more realistic form. On this basis , the dynamical evolution of the polariton system , and the quantum fluctuation and the non-classical properties for this system have been investigated in an analytic form. By the nonlinear interactions of the system , when the radiation field was initially in the coherent state and the polarization wave field in the vacuum state , the radiation field and the phonon field can be developed to the squeezed state with time evolution and their second-order squeezing oscillates with time evolution in a complex periodical form. When $k_1 = 0$ or $k_2 = 0$, the squeezed effects do not occur. The non-classical properties are determined by the nonlinear coupling of the system and depend on the existence of the k_1 and k_2 terms simultaneously. At the same time , it is shown that the new results indicate that the statistical distribution of the photon and phonon can oscillate between super-Poisson and sub-Poisson distribution with time evolution , the nonlinear terms $k_1(a^+ b + ab^+)$ and $k_2(a^+ b^+ + ab)$ have contributions to the non-classical statistical feature.

Keywords : dynamical evolution of polariton system , effective Hamiltonian of single mode photon field interacting with a transverse optical phonon , quantum fluctuation and squeezed state , sub-Poisson distribution

PACC : 0370 , 7890 , 4255R , 4250

* Project supported by the Natural Science Foundation of Jinan University