

高能离子在稠密等离子体中的传输和能量沉积^{*}

李雪梅^{1,2)} 沈百飞¹⁾ 查学军¹⁾ 方宗豹¹⁾ 张晓梅¹⁾ 金张英¹⁾ 王凤超¹⁾

1) 中国科学院上海光学精密机械研究所强激光实验室, 上海 201800)

2) 中国科学院研究生院, 北京 100049)

(2005 年 8 月 30 日收到, 2005 年 11 月 4 日收到修改稿)

用相对论福克-普朗克方程对高能离子在稠密氘等离子体中的碰撞动力学进行了研究, 用球谐函数来展开方程的解, 格林函数, 然后简明地求出了不同能量质子和 α 粒子在等离子体中的停止时间、减速距离、纵向弥散距离和横向偏转距离. 与以前研究离子在等离子体中运动的方法相比, 没有假设高能离子在等离子体中损失能量远远小于入射离子能量, 求解了纵向弥散距离, 并且可以求解横向偏转距离. 这些计算对实验上用高能离子加热冷的稠密等离子体, 然后进行科学研究具有指导作用, 并且可以用来研究快点火的可能性.

关键词: 高能离子, 福克-普朗克方程

PACC: 5225D, 5220F, 5250G

1. 引 言

高能离子在物体中的传输和能量沉积是长期以来很受重视的问题, 有很多方法研究它^[1-9], 例如流体力学方法和动力学的方法. 流体力学方法有零维和一维模型方法, MEDUSA 编码方法等等^[1,2]. 文献 [2] 用一维拉格朗日流体力学 MEDUSA 编码方法研究了离子在等离子体中传输时等离子体的温度、压强和密度, 以及离子速度的变化. Livingston 和 Bethe^[5] 使用动力学方程方法研究离子在等离子体中传输问题, 以后很多研究^[3,4,6] 都是以他们的工作为依据. 他们假设离子在等离子体中的传输轨迹是直线, 角度偏转距离很小, 可以忽略不计, 且没有计算减速时间. 纵向弥散距离的计算^[7-9], 比较经典的是 Bohr 的方法^[7], 但他的推导只适用于入射离子损失的能量远远小于入射能量这种情况.

已经有很多文献^[10-12] 用福克-普朗克方程对粒子在等离子体中的传输进行了研究, Robiche 和 Rax^[10] 用相对论福克-普朗克方程研究相对论电子在等离子体中的传输情况, 在不使用高斯近似的情况下可以求解角度散射的大小. 使用相对论福克-普朗克方程, 较为精确的求解了停止时间、停止距离、纵

向弥散距离和横向偏转距离.

超强激光可以压缩和加热高密度物质^[13-15], 产生很高的能量密度, 可以和恒星中心相比拟. 这种物质的极端状态可以进行与天体物理和核聚变有关的研究, 因为激光加热物质的时间是 10^{-12} s, 小于物质膨胀时间 10^{-12} s— 10^{-11} s^[16]. 可是因为激光加热物质, 能量沉积只是局限在趋肤深度之内, 加热区域特别小. 利用高能离子加热物质, 作用时间很短(数量级是 10^{-12} s), 停止距离有几十到几百微米, 能量沉积范围比较大, 可以用来加热物质, 进行天体物理和核聚变研究^[16], 例如快点火的压缩阶段.

本文用类似文献 [10] 的方法对高能离子在等离子体中的传输情况进行研究. 建立了针对离子的相对论福克-普朗克方程后, 碰撞算符的格林函数为计算离子在等离子体中传输和能量沉积情况提供了方便准确的工具. 用这种方法可计算出横向偏转距离的大小和减速时间, 并不受入射离子能量损失情况的限制.

本文理论上计算了高能质子和 α 粒子在稠密氘等离子体中停止时间、停止距离、纵向弥散距离和横向偏转距离, 对实验上用高能离子加热冷的稠密等离子体, 然后进行科学研究具有指导作用. 本文考虑的背景等离子体为各向同性氘等离子体, 高能

* 国家自然科学基金(批准号:10335020/A0506)和国家自然科学基金(批准号:10405030)资助的课题.

离子驱动的快点火中,在入射离子速度比背景等离子体粒子热速度大很多时,那么本文计算的比较准确的能量沉积区的大小,可以帮助研究快点火的可能性.与超强激光驱动的快点火^[17]相比,高能离子传递能量给等离子体的效率较高,而且离子与等离子体的相互作用比较简单^[18].

2. 高能离子的相对论福克-普朗克运动方程

离子在等离子体中传输时,能量损失主要有两种途径:传递能量给背景等离子体和韧致辐射.传递能量过程连续而缓慢,辐射损失能量则突然且快速.韧致辐射^[19-24]是指在碰撞,尤其是库仑碰撞过程中发出的辐射.当极端相对论性,即速度接近光速的带电粒子穿过介质时韧致辐射是能量损失的主要机理之一,对于非相对论粒子,韧致辐射损失能量与碰撞传递损失能量相比显得并不重要.在库仑碰撞中,韧致辐射的总功率正比于相碰粒子电荷数平方的乘积,反比于入射粒子质量的平方.所以,作为一种能量损失机理,介质元素愈重,入射粒子愈轻,此种效应愈重要.考虑能量为 100—120MeV 的高能质子和能量为 500—520MeV 的 α 粒子在氦氖等离子体中的传输,韧致辐射损失能量不重要,可以忽略不计.

质子能量大于 0.1MeV, α 粒子能量大于 1MeV 时,它们俘获自由电子逐渐变为中性的情况可以忽略^[5, 25].本文考虑的高能离子,其入射能量最小为 100MeV,因此质子和 α 粒子俘获电子的情况不加考虑.

入射高能离子在等离子体中传输时,会产生很大的自生回流,同时也可以入射等离子体离子束,也就是让高能离子和同向运动的电子同时入射,整体看来是中性的传输,当然能量的携带者主要是高能离子^[26].

设入射离子的密度远远小于背景等离子体粒子的密度,可以忽略入射离子之间的相互作用.令 $\tau = [4\pi cn_e r_e^2 \ln\Lambda_{ie}]^{-1}$,它具有时间的量纲,在这里 n_e 是背景等离子体中电子的密度, r_e 是经典电子半径, $\ln\Lambda_{ie}$ 为库仑对数.为了简化计算,本文把 τ 的若干倍 $n\tau$ 作为时间的单位,对于不同的入射离子, n 取不同的正数值.把 mc 作为电子动量的单位, m 是电子的质量; Mc 作为离子动量的单位, M 是离子的质

量.把 $n\tau$ 当作时间的单位,则长度的单位是 $\lambda = c \times n\tau$,即

$$\left[\frac{\lambda}{cm} \right] = \frac{1}{\ln\Lambda_{ie}} \left[\frac{10^{30} m^{-3}}{n_e} \right] \times n, \quad (1)$$

其中 n 为正数.粒子相对论动量 $p = \gamma v$, 相对论能量 $\gamma = \sqrt{1 + p^2}$.

假定背景等离子体中电子和离子的密度分别是 n_e 和 n_i , 氦氖等离子体中 $n_e = n_i$, 则 $Z = 1$. 为了研究入射离子和背景等离子体之间的相互作用,需要建立并求解高能离子的动量分布函数 $f(p, t)$ 的方程. p 是个矢量,包括动量的大小和方向.分别用 C_{ie} 和 C_{ii} 来表示离子和电子、离子和离子相互作用的碰撞算符,那么表示入射离子动量分布函数 $f(p, t)$ 演化的方程是^[10]

$$\partial f / \partial t = C_{ie}(f, F_e) + C_{ii}(f, F_i). \quad (2)$$

考虑几百个 MeV 的高能离子在几个或者几十个 eV 的背景氦氖等离子体中的传输,则背景等离子体电子和离子的热速度比入射离子速度小很多,可以认为是冷的氦氖等离子体,所以它们的动量分布函数可以表示为(在入射离子驱动的快点火中,如果入射离子速度比背景等离子体大很多,它们的动量分布函数也可以这样表示)

$$F_s(p_s) = n_s \frac{\delta(p_s)}{4\pi p_s^2}, \quad (3)$$

这里 s 表示背景等离子体中粒子的种类,电子 e 或者是离子 i , 且 $p_s = |p_s|$, F_s 可以归一化到各自种类 s 的粒子密度 n_s , 即

$$\int F_s(p) d^3 P = n_s. \quad (4)$$

碰撞内核 $U(P, P')$ 是屏蔽库仑势的傅里叶展开^[10, 27, 28], 使用碰撞内核,碰撞算符可以表示为

$$C_{ab}(f_a, f_b) = \frac{q_a^2 q_b^2 \ln\Lambda_{ab}}{8\pi\epsilon_0^2} \frac{\partial}{\partial p_a} \cdot \int U(P_a, P_b) \times \left[f_b(p') \frac{\partial f_a}{\partial p_a} - f_a(p) \frac{\partial f_b}{\partial p_b} \right] dP_b, \quad (5)$$

方程中 q_s 表示粒子 s 所携带的电荷数, $\ln\Lambda_{ab}$ 表示种类 a 和种类 b 两种粒子相互作用的库仑对数, ϵ_0 是真空中介电常数.碰撞内核的经典朗道形式是^[29]

$$U(p, p') = I - \frac{(P - P') \cdot (P - P')}{(P - P')^2}, \quad (6)$$

I 是单位张量.碰撞内核的相对论形式是下面的表达式,可以看出是一个洛伦兹不变量^[28, 30-32]:

$$U(P, P') = \frac{(\gamma\gamma' - P \cdot P') \{ [\gamma\gamma' - P \cdot P']^2 - 1 \} I - PP - PP' + (\gamma\gamma' - P \cdot P') \{ PP' + P'P \}}{c\gamma\gamma' [(\gamma\gamma' - P \cdot P')^2 - 1]^{3/2}}, \quad (7)$$

把方程(7)表示的碰撞内核代入方程(5)的碰撞算符,使用方程(3)所表示的背景等离子体的粒子分布函数,得到碰撞算符的相对论福克-普朗克形式, Belieav-Budker 相对论算符^[10,30,32]

$$\begin{aligned} & C_{ie}(f, F_e) + C_{ii}(f, F_i) \\ &= -\frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \gamma^2 f - \frac{Z\Lambda}{1836p^2} \frac{\partial}{\partial p} \gamma^2 f \\ & \quad - \frac{1 + Z\Lambda}{2} \frac{M}{p^3} \left[\frac{\partial}{\partial \mu} (1 - \mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{1 - \mu^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right] f, \quad (8) \end{aligned}$$

对于不同的离子,归一化到不同的 $n\tau$,即 n 取不同的正整数。对于质子,归一化到 1836τ ;对于 α 粒子,也归一化到 1836τ (α 粒子质量数是质子的 4 倍,外边所带电荷是质子的 2 倍)。本文先计算质子情况,再计算 α 粒子情况。 Z 是背景等离子体的电离度,本文研究的氘等离子体中 $Z = 1$ 。

在求解这个算符时,在球形动量空间内进行了积分 (p, θ, ϕ) ,这里 $P = p_x e_x + p_y e_y + p_z e_z$, $p_z = p\mu$, $p_x = p\sqrt{1 - \mu^2} \cos\phi$, $p_y = p\sqrt{1 - \mu^2} \sin\phi$, $\mu = \cos\theta$, 且 (e_x, e_y, e_z) 指的是笛卡尔坐标,引入库仑对数比值 $\Lambda = \ln\Lambda_{ie}/\ln\Lambda_{ii}$,在本文研究的氘等离子体中, $Z = 1$,入射离子能量不是特别大,库仑对数比值近似等于 1^[33]。

方程(8)的第一项描述电子和离子碰撞引起的入射离子能量的减少,第二项描述离子和离子碰撞引起入射离子能量的减少。可以发现,后者引起的能量减少和前者相比很小 ($Z = 1, \Lambda = 1$,所以相差因子 1836)可以忽略。第三项描述角度散射方面的大小 $(1 + Z\Lambda)$ 中的 1 表示电子和离子碰撞的效果, $Z\Lambda = 1$ 表示离子和离子碰撞的效果。 $\frac{M}{m}$ 是一个很大的整数,反映角度散射大小的横向偏转距离和穿透距离相比很小。对于电子在等离子体中的传输,纵向偏转距离和减速距离可以比拟^[10]。在一些要求不是很精确的情况,高能离子在等离子体中的传输可近似地看为直线运动。

第一项和第二项的比较还说明了离子把能量大部分传给了不是同一种类的粒子,即电子。离子在等

离子体中传输,当速度远大于背景粒子热速度时, $\Delta p \propto (q_a q_b e^2 / l^2) l / v_p^{[33]}$, q_a, q_b 分别是碰撞粒子所带的电荷数, l 是碰撞参数, v_p 是两种碰撞粒子的相对速度。所以动量改变量与粒子的质量没有关系,而 $\Delta\epsilon = (\Delta p)^2 / 2m$,因为电子质量比较小,得到了大部分的入射离子的能量。所以在本文入射离子速度远大于背景粒子热速度时,入射离子把大部分能量传给了不是同一类粒子的电子。但是当入射离子速度比背景电子热速度小很多时,会把大部分的能量传给同种粒子,即背景等离子体的离子。

3. Belieav-Budker 动力学算符的格林函数

考虑下面的初值条件:初始时刻 $t_0 = 0$,一个动量是 P_0 的高能质子位于等离子体中的位置是 $r_0 = (0, 0, 0)$,对应初始时刻的动量分布函数是一个狄拉克函数 $f(P, t_0) = \delta(P - P_0)$ 。那么 $f(p, t)$ 的演化是 Belieav-Budker 动力学算符的格林函数,也就是说 $f(P, t) = G(P, P_0, t, t_0)$,其中格林函数 G 是如下方程的解,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial G}{\partial t} - \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \gamma^2 G - \frac{1 + Z\Lambda}{2} \frac{M}{p^3} \\ & \quad \times \left[\frac{\partial}{\partial \mu} (1 - \mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} + \frac{1}{1 - \mu^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right] G \\ &= \frac{\delta(p - p_0)}{p^2} \delta(\mu - \mu_0) \delta(\phi - \phi_0) \delta(t - t_0), \quad (9) \end{aligned}$$

(p_0, μ_0, ϕ_0) 是质子在动量球坐标中的初始值。方程看起来复杂,可是它的解,就是格林函数,可以容易地求出^[10,30,34],因为球谐函数是碰撞算符角度部分的本征函数^[27],可以用球谐函数来展开方程(9)的解。利用球谐函数,方程(9)的解展开为

$$\begin{aligned} G &= \frac{\delta(\arctan(p) - p - \arctan(p_0) + p_0 - (t - t_0))}{\gamma^2} \\ & \quad \times H(t - t_0) \sum_{l=0}^{l=+\infty} \sum_{m=-l}^{m=+l} Y_l^m(\mu, \phi) Y_l^{m*}(\mu_0, \phi_0) \\ & \quad \times \left[\frac{\mu(\gamma_0 + 1)}{p_0(\gamma + 1)} \right]^{[\kappa(l+1)(Z\Lambda+1)2(\kappa M/m)]}, \quad (10) \end{aligned}$$

其中函数 Y_l^m 是球谐函数^[35], H 是 Heavisede 函数。

方程 (10) 描述了高能质子在背景等离子体中传输的情况, 其中求和号前面的项描述减速过程, 后面的项描述角度散射.

$\alpha(P, P_0, t, t_0)$ 有一个直观的物理解释, 即传播因子. 具体说, 是初始时刻 t_0 具有 P_0 的高能质子, 在以后某一时刻 t , 以动量 P 为中心的 dP 的小的动量体积元内发现这个质子的概率是 $\alpha(P, P_0, t, t_0)$.

方程 (10) 的 δ 函数描述了高能质子和背景电子相互碰撞引起的速度逐渐减小的情况, 直观描述了 $\mu(t)$ 的演化,

$$\arctan(p) - p - \arctan(p_0) + p_0 - (t - t_0) = 0, \quad (11)$$

从这个动量和时间关系的表达式中, 令 $P = 0$ 时, $t = t_s$, 就可以容易地得到质子的减速时间为 $t_s - t_0$,

$$t_s = p_0 - \arctan p_0, \quad (12)$$

t_s 是归一化到 1836τ 的. 从动量和时间的简单表达式得到碰撞的能量损失率为 $d\gamma/dt = -\gamma/p$. 图 1 和图 2 是 100—120 MeV 的高能质子和 500—520 MeV 的 α 粒子在等离子体中的停止时间. 可以看出量级是 10^{-12} s, 小于热等离子体的膨胀时间 10^{-12} — 10^{-11} s, 因此可以用来加热高密度物质, 形成高能量密度的物质, 进行与天体物理和核聚变有关的科学研究^[16]. 在下面的讨论中, 先求解高能质子在等离子体中的传输情况.

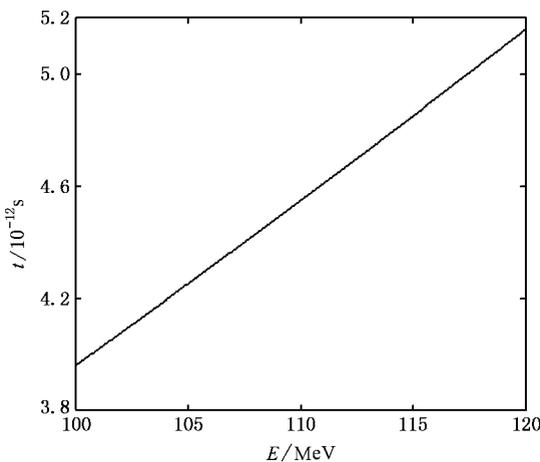
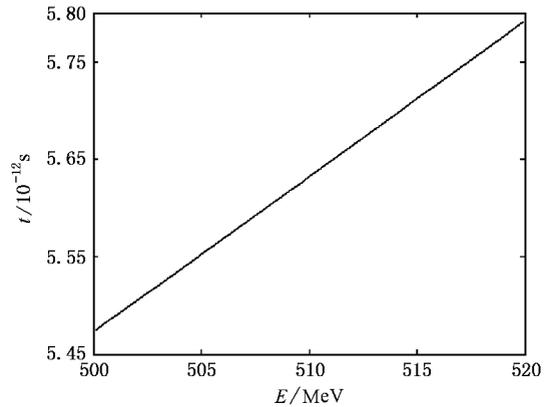


图 1 入射能量为 100—120 MeV 的质子在等离子体中的停止时间

4. 能量沉积情况以及平均穿透距离

为了更好地描述质子的能量沉积情况, 不仅需



2 入射能量为 500—520 MeV 的 α 粒子在等离子体中的停止时间

要计算穿透距离, 也需要计算质子的纵向弥散距离和径向偏转距离^[36, 37], 因为这些物理量能更好地描述热区的情况. 平均穿透距离为 z , 这里的尖括号表示对不同的碰撞影响求平均; 纵向弥散距离为 $s = \sqrt{z^2 - z^2}$, 这是一些具有同样初始条件的质子的平均纵向弥散距离, 是一种统计结果. 热区的径向大小, 也就是横向偏转距离为 $\sqrt{r^2}$.

4.1. 平均穿透距离

我们现在考虑穿透距离和能量的关系. 首先, 质子的随机运动方程对各种碰撞影响取平均^[10], 有

$$\frac{dz}{dt} = \frac{d}{dt} z = \frac{p}{\gamma} \cos\theta. \quad (13)$$

因为不同的碰撞使高能质子产生不同的角度散射, 即产生不同的 θ 值, 所以速度 $v_z = p \cos\theta / \gamma$ 是时间的随机函数. 前面说过, $\alpha(P, P_0, t, t_0)$ 是跃迁概率, 所以对各种碰撞影响的统计平均可以用下面的表达式来表示^[38]:

$$g(p) = \int dp g(p) \alpha(p, p_0, t, t_0), \quad (14)$$

其中 $g(p)$ 是随机变量 p 的任意函数, 在本文中 $g(p)$ 是纵向速度, 它是随 p 变化的函数. 格林函数前面已经用球谐函数展开, 现在把纵向速度用同样的基矢来展开,

$$\frac{dz}{dt} = \frac{p}{\gamma} \cos\theta = \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \frac{p}{\gamma} Y_0^0(\mu, \varphi). \quad (15)$$

把方程 (15) 代入 (13), 进行方程 (14) 所作的平均, 得到

$$\frac{d}{dt} z = \int dp \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \frac{p}{\gamma} Y_0^0(\mu, \varphi) \alpha(p, p_0, t, t_0). \quad (16)$$

利用球谐函数的正交性和 Dirac 函数的性质

$$\delta(f(x)) = \sum_i \delta(x - x_i) |f'(x)|_{x=x_i},$$

可以求得对于动量体积元 $dP = p^2 dp d\mu d\phi$ 的积分. 根据上面 Dirac 函数的性质得到

$$\begin{aligned} & \delta(\arctan(p) - p - \arctan(p_0) + p_0 - (t - t_0)) \\ &= \frac{\gamma^2(t)}{p^2(t)} \delta(p - p(p_0, t_0, t)), \end{aligned} \quad (17)$$

这里 $p(p_0, t_0, t)$ 是符号 δ 里面函数 (p 为自变量) 的零点值. 由此得到 z 轴方向的速度为

$$\frac{dz}{dt} = - \frac{p(t) \{ [\chi(t) - 1] \gamma_0 + 1 \}}{\chi(t) \{ [\chi(t) + 1] \gamma_0 - 1 \}} \left(\frac{z\Lambda + 1}{2} \right)^{2(M/m)} \quad (18)$$

文中考虑一束准直性很好的质子束, 调整坐标轴使 $\theta_0 = \alpha$ (不失一般性), 从而 $\mu_0 = 1$. 且 $p(t)$ 和 $\chi(t)$ 指的是 $p(p_0, t_0, t)$ 和 $\chi(p_0, t_0, t)$. 质子连续地失去能量, 因此时间和能量是一一对应的关系, 所以可以把方程 (18) 中的变量从时间变为能量. 当求出能量随位置变化的关系后, 可以很容易地求出穿透距离、纵向弥散和径向偏转距离的大小. 利用 $d\tau/dt = -\gamma/p$ 和方程 (18), 可求出单位距离内损失能量的倒数,

$$\frac{dz}{d\gamma} = - \frac{p}{\gamma^2} \left\{ \frac{(\gamma - 1) \gamma_0 + 1}{(\gamma + 1) \gamma_0 - 1} \right\} \left(\frac{z\Lambda + 1}{2} \right)^{2(M/m)} \quad (19)$$

最后对能量从 γ_0 到 γ 积分, 同时利用初始条件 $z(\gamma_0, \gamma_0) = 0$, 得到沿 z 轴方向的传输距离为

$$\begin{aligned} z(\gamma, \gamma_0) &= \left(\frac{\gamma_0 + 1}{\gamma_0 - 1} \right)^{\left(\frac{z\Lambda + 1}{2} \right)^{2(M/m)}} \\ &\times \int_{\gamma}^{\gamma_0} d\gamma \frac{p^2}{\gamma^2} \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right)^{\left(\frac{z\Lambda + 1}{2} \right)^{2(M/m)}}. \end{aligned} \quad (20)$$

令 $\gamma = 1$, 即质子静止, 这时所求的穿透距离是质子的停止距离. 这里, $z = 1, \Lambda = 1$, 从方程 (20) 可以得到

$$z(\gamma, \gamma_0) = \left(\frac{\gamma_0 + 1}{\gamma_0 - 1} \right)^{1/1836} \int_1^{\gamma_0} d\gamma \frac{p^2}{\gamma^2} \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right)^{1/1836} \quad (21)$$

图 3 是初始入射动能为 100MeV 的质子在等离子体中传输距离随质子动能变化的情况. 考虑的背景氘等离子体粒子密度为 $10^{32}/\text{m}^3$, 对应质量密度为 $300\text{g}/\text{cm}^3, Z = 1$, 所以质子的归一化长度为 $\lambda = 18360\mu\text{m}$. 图中质子动能单位为 MeV, 长度单位为 μm , 以下图中所用单位相同. 从图 3 可以看出质子束在射程末端沉积了大多数的入射能量, 这与文献

[18] 的结论一致, 所以如果用离子束作为驱动源, 通过适当选择离子的种类和入射能量可使离子在预定的点火区沉积大部分的入射离子能量. 入射能量为 100MeV 的质子, 其沉积能量时, 穿透距离是 $200\mu\text{m}$.

图 4 是入射动能为 100—120MeV 的质子在等离子体中的停止距离. 从图 4 可以看出停止距离大体上随入射能量的增大而线性增大. 与电子情况相比^[10], 质子可以在较短的距离内把较高的能量传给等离子体, 传递效率比较高.

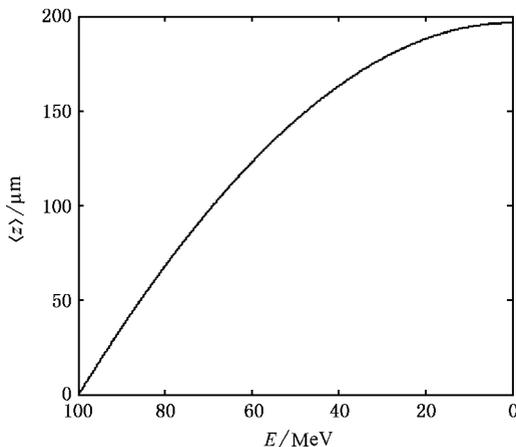


图 3 入射动能为 100MeV 的质子在等离子体中传输距离随质子动能的变化

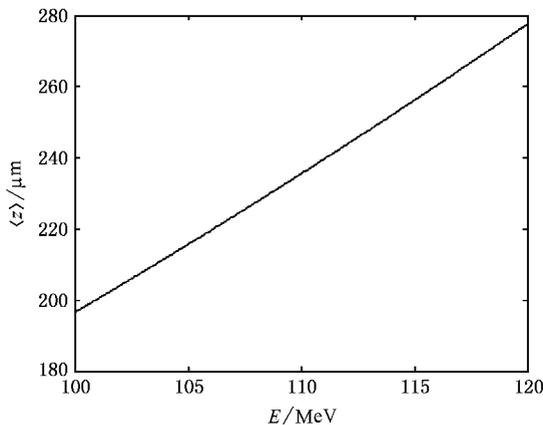


图 4 入射动能为 100—120MeV 的质子在等离子体中的停止距离

4.2. 纵向弥散距离

高能电子在等离子体中传输时, 角度散射对纵向弥散距离的影响是很大的. 高能质子在等离子体中传输时, 角度散射的影响不是很大, 大部分相同能量的质子会有相同的穿透距离, 但由于角度散射, 少数质子仍会有稍长或稍短的穿透距离. 经典 Bohr 方

法假设离子在等离子体中损失的能量远远小于入射高能离子能量,来计算高能离子的纵向弥散距离,本文不需要这个近似,质子在等离子体中传输时的纵向宽带,用 s 来表示,即

$$s(\gamma, \gamma_0) = \sqrt{(z(\gamma, \gamma_0))^2 - z(\gamma, \gamma_0)^2} \quad (22)$$

在 4.1 节中,已经计算了 z ,为了计算 s ,这里必须计算 z^2 ,它是和速度自相关函数相联系的,

$$\frac{d z^2}{dt} = \frac{d z^2}{dt} = 2 z(t) \frac{d z(t)}{dt} \quad (23)$$

对于随机变量 $\mu = \cos\theta$ 的某一固定值,质子的路径是 Brownian 路径^[9],纵向 z 轴方向的距离随时间的变化为

$$z(t) = \int_0^t dt' \frac{dz}{dt'}(t') = \int_0^t dt' v_z(t') \quad (24)$$

把方程 (24) 代入方程 (23),并把积分和求平均交换一下顺序,得到

$$\frac{d z^2}{dt} = 2 \int_0^t dt' v_z(t) v_z(t') \quad (25)$$

为了获得 z^2 ,把方程 (25) 对于时间求积分,得到

$$z^2(t, t_0) = 2 \int_0^t dt' \int_0^{t'} dt'' v_z(t'') v_z(t') \quad (26)$$

可以令 $\Gamma_{zz}(t'', t') = v_z(t'') v_z(t')$,这是纵向速度的二阶时间自相关函数,通过碰撞算符求出的格林函数可以计算这个量.注意,在 $\Gamma_{zz}(t'', t')$ 中,有 $t \geq t' \geq t''$.

在初始时刻 $t_0 = 0$ 动量为 p_0 的质子在以后某一时刻 t' ,以 p' 为中心的动量体积元 dp' 内出现的概率是 $G(P', P_0, t', t_0) dp'$;同一个质子,在时间 t'' ,以 p'' 为中心的动量体积元 dp'' 内出现的概率是 $G(P'', P', t'', t') dp''$.所以在时刻 t' 发现动量 p' ,且在时刻 t'' 也发现动量为 p'' 的质子的概率是

$$P(p'', p', p_0, t'', t', t_0) dp' dp'' = G(P'', P', t'', t') G(P', P_0, t', t_0) dp' dp'' \quad (27)$$

把这个式子对中间动量 p' 积分,得到纵向速度二阶时间自相关函数

$$\Gamma_{zz}(t', t) = \iint dp dp' P(P', P, P_0, t', t, t_0) \frac{pp'}{\gamma\gamma'} \times \cos\theta \cos\theta' \quad (28)$$

经过很多复杂的计算(见文献[10]的附录),利用 Clebsch-Gordan 系数,最终得到 z^2 详细的表达式

$$z^2(\gamma; \gamma_0) = \frac{2}{3} \int_{\gamma_0}^{\gamma} d\gamma' \frac{\gamma'^2 - 1}{\gamma'^2} \left(\frac{\gamma' - 1}{\gamma' + 1} \right)^{1(M/m)}$$

$$\times \left\{ \int_{\gamma_0}^{\gamma} d\gamma'' \frac{\gamma''^2 - 1}{\gamma''^2} \left(\frac{\gamma'' - 1}{\gamma'' + 1} \right)^{1(M/m)} + 2 \left(\frac{\gamma_0 + 1}{\gamma_0 - 1} \right)^{3(M/m)} \int_{\gamma_0}^{\gamma} d\gamma'' \frac{\gamma''^2 - 1}{\gamma''^2} \left(\frac{\gamma'' - 1}{\gamma'' + 1} \right)^{2(M/m)} \right\} \quad (29)$$

图 5 是用 (29) 式所计算的高能质子在稠密等离子体中的纵向弥散距离.入射能量为 100MeV 时,纵向弥散距离大约为 $6.8\mu\text{m}$,与穿透距离 $200\mu\text{m}$ 相比较,它是很小的.

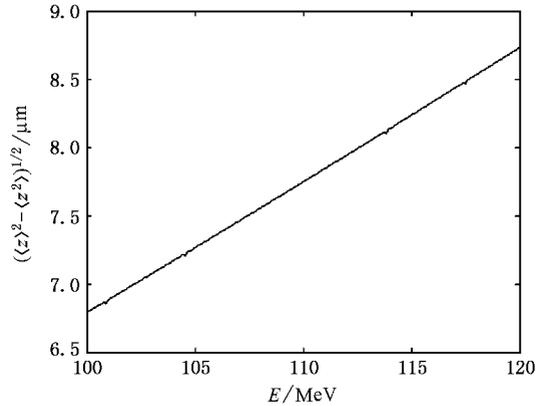


图 5 入射能量为 100—120MeV 质子在等离子体中的纵向弥散距离

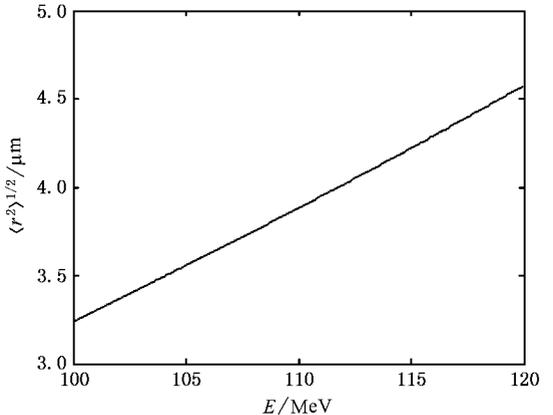


图 6 入射能量为 100—120MeV 质子在等离子体中的横向偏转距离

4.3. 横向偏转距离

由于小角度库仑散射,质子在背景等离子体中传输的时候也会有横向扩展.通过计算,发现与电子在等离子体中的横向偏转距离相比,它是很小的.为了表示这个横向扩展,物理量 $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ 的定义为

$$\frac{d r^2}{d t} = \frac{d(x^2 + y^2)}{d t} = 4 x(t) \frac{d x(t)}{d t} \quad (30)$$

和纵向偏转距离的计算相似,按照从方程(25)推导方程(27)的步骤,再利用文献[10]的附录的方法,可以得到

$$\begin{aligned} & r^2(\gamma; \gamma_0) \\ &= \frac{4}{3} \int_{\gamma_0}^{\gamma} d\gamma' \frac{\gamma'^2 - 1}{\gamma'^2} \left(\frac{\gamma' - 1}{\gamma' + 1} \right)^{1(K M/m)} \\ &\times \left\{ \int_{\gamma_0}^{\gamma} d\gamma'' \frac{\gamma''^2 - 1}{\gamma''^2} \left(\frac{\gamma'' - 1}{\gamma'' + 1} \right)^{1(K M/m)} \right. \\ &\left. - \left(\frac{\gamma_0 + 1}{\gamma_0 - 1} \right)^{3(K M/m)} \int_{\gamma_0}^{\gamma} d\gamma'' \frac{\gamma''^2 - 1}{\gamma''^2} \left(\frac{\gamma'' - 1}{\gamma'' + 1} \right)^{2(K M/m)} \right\}. \end{aligned} \quad (31)$$

图6是高能质子在等离子体中传输时的横向偏转距离.在入射能量为100MeV时,它大约为3.3μm,和穿透距离相比是很小的,但是和纵向弥散距离是在一个数量级上,相差很小.

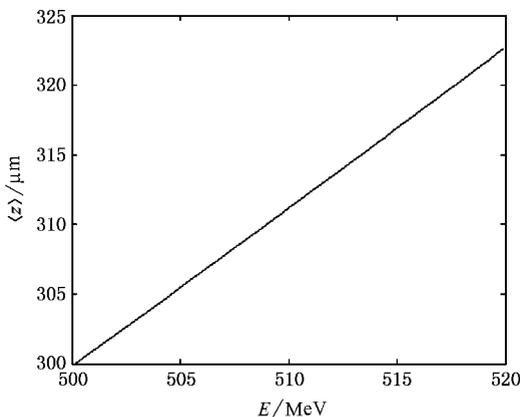


图7 入射能量为500—520MeV的α粒子在等离子体中的停止距离

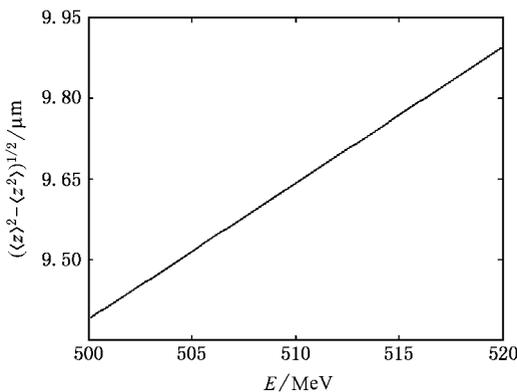


图8 入射能量为500—520MeV的α粒子在等离子体中的纵向弥散距离

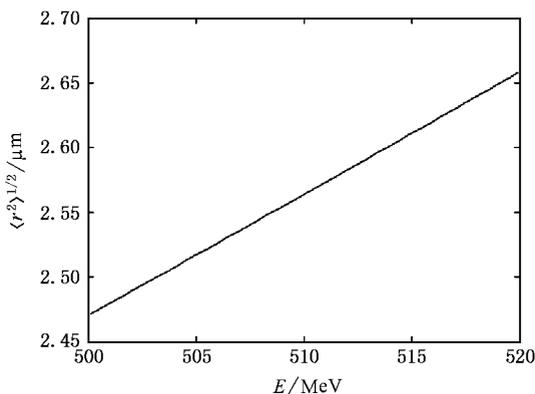


图9 入射能量为500—520MeV的α粒子在等离子体中的横向偏转距离

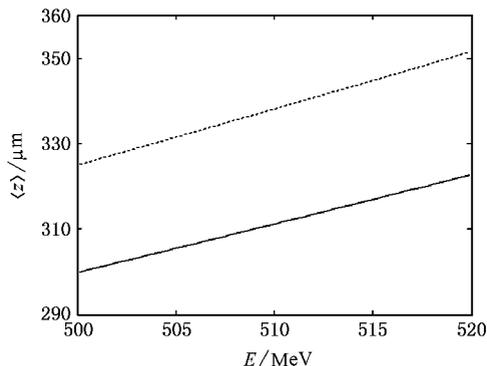


图10 入射能量为500—520MeV的α粒子在等离子体中的停止距离(曲线1为本文方法,曲线2为文献[33]方法)

5. 讨论和结果

本文求解了高能质子在稠密等离子体中的传输情况,能量沉积的热区主要用三个物理量描述:穿透距离,纵向弥散距离,径向偏转距离.为计算这些物理量,求解了把朗道碰撞算符扩展到相对论情况的相对论福克-普朗克方程.利用方程的解,格林函数,可以计算前面所提到的三个物理量.对于α粒子情况也可以同样来计算.图7,图8,图9分别为能量为500—520MeV的高能α粒子在等离子体中的停止距离、纵向弥散距离和横向偏转距离.图10是用文献

[33]的方法所求得α粒子在冷的等离子体中的停止距离和本文所求的在相同条件下的停止距离的比较,可以看出两者区别不大,因为文献[33]方法假设离子在等离子体中是直线传输的,没有考虑角度散射

对停止距离的影响,其数据和本文的差别小于 7%.

比较不同质量数、不同电荷数的高能离子在等离子体中的传输情况,发现在相同入射能量的情况下,质量数越大,在等离子体中传输距离越小(包括穿透距离、纵向弥散距离和横向弥散距离).穿透距离、纵向弥散距离和横向偏转距离都随着入射离子能量的增加而单调增加,横向偏转距离比穿透距离小很多,传输轨迹可以近似认为是直线的.我们在不假设高能离子在等离子体中损失能量远远小于入射离子的能量的情况下,求解了纵向弥散距离,而且求解了横向偏转距离和停止时间,这对实验上用高能

离子加热稠密等离子体,形成高能量密度物质,然后进行天体物理和核聚变有关的科学研究具有一定帮助.

与文献 [10] 所求电子在稠密等离子体中传输的情况相比,我们发现高能离子在相同长度内沉积较多的能量,传递效率比较高,所以可以减少所需要的压缩物质的粒子束数量,而且高能离子传输曲线变化率逐渐减小,在射程末端沉积了较多能量,所以可以根据高能离子传输和能量沉积情况,选择合适的高能离子,使它们在合适的点火区沉积能量,从而研究点火的可能性.

- [1] Christiansen J P , Ashby D E T F , Roberts K V 1974 *Comp. Phys. Comm.* **7** 271
- [2] Long K A , Tahir N A 1986 *Phys. Fluids* **29** 275
- [3] Bloembergen N , van Heerden P J 1951 *Phys. Rev.* **83** 561
- [4] Smith J H 1947 *Phys. Rev.* **71** 32
- [5] Stanley Livingston M , Bethe H A 1937 *Rev. Mod. Phys.* **9** 261
- [6] Sternheimer R M 1960 *Phys. Rev.* **118** 1045
- [7] Bohr N 1948 *K. Dan. Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Medd.* **18** 8
- [8] Sofieci C J , Cowern N E B , Feeman J M 1977 *Phys. Rev. A* **15** 2221
- [9] Chu W K 1976 *Phys. Rev. A* **13** 2057
- [10] Robiche J , Rax J M 2004 *Phys. Rev. E* **70** 046405
- [11] Sheng Z M , Xu Z Z , Ma J X , Yu W 1994 *Acta Phys. Sin.* (in Chinese) **43** 37 [盛政明、徐至展、马锦秀、余 玮 1994 物理学报 **43** 37]
- [12] Liu S X 1995 *Acta Phys. Sin.* **44** 152 (in Chinese) [刘胜侠 1995 物理学报 **44** 152]
- [13] Cheng J X , Zheng Z J , Chen H S 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3419 (in Chinese) [成金秀、郑志坚、陈红素 2004 物理学报 **53** 3419]
- [14] An W K , Qiu X J , Zhu Z Y 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2250 (in Chinese) [安伟科、邱锡钧、朱志远 2004 物理学报 **53** 2250]
- [15] Jang S E , Zheng Z J , Shun K X 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 730 (in Chinese) [江少恩、郑志坚、孙可煦 2001 物理学报 **50** 730]
- [16] Patel P K , Mackinnon A J , Key M H , Cowan T E , Foord M E , Allen M , Price D F , Ruhl H , Springer P T , Stephens R 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 125004
- [17] Zhang J T , He B , He X S 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 921 (in Chinese) [张家泰、何 斌、贺贤士 2001 物理学报 **50** 921]
- [18] Zhang J , Chang T Q 2004 *The physics of the laser driven fusion target* (Beijing : National Defence Industry Press) p390 [张 钧、常铁强 2004 激光核聚变靶物理基础 (北京 : 国防工业出版社) 第 390 页]
- [19] He X S 1981 *Acta Phys. Sin.* **30** 1415 (in Chinese) [贺贤士 1981 物理学报 **30** 1415]
- [20] Chang T Q 1982 *Acta Phys. Sin.* **30** 1152 (in Chinese) [常铁强 1982 物理学报 **31** 1152]
- [21] Bethe H , Heitler W 1934 *Proc. Roy. Soc. A* **146** 83
- [22] Heitler W 1957 *The Quantum Theory of Radiation* (Oxford : Clarendon Press) 3
- [23] Bethe H , Maximon L 1954 *Phys. Rev.* **93** 768
- [24] Koch H , Ozt J 1959 *Rev. Mod. Phys.* **31** 920
- [25] Xu H , Chang W W , Yin Y , Zhuo H B 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 818 (in Chinese) [徐 涵、常文蔚、银 燕、卓红斌 2004 物理学报 **53** 818]
- [26] Atzeni S , Temporal M , Honrubia J J 2002 *Nucl. Fusion* **42** L1
- [27] Rosenbluth M N , MacDonald W M , Judd D L 1957 *Phys. Rev.* **107** 1
- [28] Landau L , Lifshitz E 1981 *Physical Kinetics* (New York : Pergamon Press) p208
- [29] Trubnikov B A 1965 *Review of Plasma Physics* (New York : Consultant Bureau) 1 p105
- [30] Fisch N J 1987 *Rev. Mod. Phys.* **59** 175
- [31] Belaiev S T , Budker G I 1956 *Dokl. Akad. Nauk. SSSR.* **107** 807
- [32] Braams B J , Karney C F F 1987 *Phys. Rev. Lett.* **59** 1817
- [33] Atzeni S , Meyer-ter-vehn J 2004 *The Physics of Inertial Fusion : Beam Plasma Interaction , Hydrodynamics , Hot Dense Matter* (Oxford : Oxford Science Pub.) p367, 390 393
- [34] Rax J M 1988 *Phys. Fluids* **31** 1111
- [35] Condon E U , Shortley G H 1987 *The Theory of Atomic Spectra* (Cambridge : Cambridge University Press)
- [36] Spencer L V 1959 *Energy Dissipation by Fast Electrons* (Washington , D.C. : National Bureau of standards)
- [37] Fano U 1963 *Annu. Rev. Nucl. Sci.* **13** 1
- [38] Rax J M , Robiche J , Kostyukov I 2000 *Phys. Plasmas* **7** 1026

The energy deposition and propagation of fast ions in ultra-dense plasmas *

Li Xue-Mei^{1,2)} Shen Bai-Fei¹⁾ Zha Xue-Jun¹⁾ Fang Zong-Bao¹⁾ Zhang Xiao-Mei¹⁾
Jin Zhang-Ying¹⁾ Wang Feng-Chao¹⁾

1) *Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China*

2) *Graduate School of the Chinese Academy of Science, Beijing 100049, China*

(Received 30 August 2005 ; revised manuscript received 4 November 2005)

Abstract

The collision dynamics of the fast ion population in ultra-dense DT plasmas are investigated and analyzed within the framework of the relativistic Fokker-Planck equation. The Green function expanding on the spherical harmonics is used to express the solution of the equation. With the Green function we can calculate the stopping time, the ion range, the straggling range, and the mean transverse dispersion of different kinds of ions in plasmas. Compared to the previous ways of studying the movement of ions in plasmas, we not only calculate the straggling range without the approximation that the energy loss of the ions is much smaller than the energy of the ions, but we also calculate the stopping time and the mean transverse dispersion. This calculation is important for the experimental study of high energy density plasmas and fast ignition of laser fusion.

Keywords : fast ions, Fokker-Planck equation

PACC : 5225D, 5220F, 5250G

* Project supported by the National Science Foundation of China (Grant No. 10335020/A0506) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10405030).