

轴向流对 Z 箍缩等离子体稳定性的影响^{*}

张 扬 丁 宁

(北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

(2005 年 1 月 20 日收到, 2005 年 5 月 30 日收到修改稿)

利用理想磁流体力学(MHD)模型对有轴向流参与的 Z 箍缩等离子体不稳定性进行了分析. 对可压缩平板等离子体模型的色散关系进行了推导, 讨论了三种不同等离子体状态下的不稳定性增长率. 结果显示, 等离子体的可压缩性对磁瑞利-泰勒/开尔文-亥姆霍兹(MRT/KH)杂化不稳定性有抑制作用, 改善了轴向剪切流对长波长扰动的影响. 分析了不同轴向流速度分布对系统稳定性的影响. 结果表明, 对于峰值相同的不同轴向流, 其对不稳定的抑制效果只依赖于扰动集中区域内速度剪切的大小, 与其他位置的速度剪切无关.

关键词: Z 箍缩, 磁瑞利-泰勒不稳定性, 轴向剪切流, MHD 方程

PACC: 5230, 5235P

1. 引 言

磁场驱动的 Z 箍缩(Z-pinch)是一种有重要应用前景的高功率 X 射线辐射脉冲技术. 早期的 Z-pinch 内爆等离子体始终停留在密度较低, 稳定性保持时间较短的状态. 20 世纪 90 年代以后, 随着脉冲功率技术、负载技术的发展, Z-pinch 研究取得了一系列突破性进展, 人们得到了比较稠密的等离子体, 并且发现在适当条件下, 等离子体的稳定时间有了显著的增加^[1,2]. 这使得 Z-pinch 界认识到有可能将其发展成一种经济有效的驱动惯性约束聚变(ICF)的技术途径, 因而重新引起了人们的广泛关注.

研究发现 Z 箍缩等离子体的内爆品质极大地依赖于负载的对称性, 如果内爆等离子体壳以任何方式被破坏, 输出的 X 射线辐射能量和功率会出现明显地下降. 然而 Z-pinch 等离子体受磁场推动向心加速的内爆过程势必会激发磁瑞利-泰勒(MRT)不稳定性快速增长, 并且通过空泡和尖刺等形式引起内爆壳的严重变形, 极大的限制了可以达到的滞止密度和温度^[3,4]. 因此, 抑制 MRT 不稳定性的增长对提高 Z 箍缩内爆等离子体的 X 射线产额有着重要的意义. 近年研究表明, 除了利用沙漏效应、有限拉莫尔半径(FLR)效应以及磁剪切效应外, 通过使系

统产生轴向剪切流同样能够对一定波长范围内的 MRT 不稳定性增长起到抑制作用. 前人在研究中分别对有轴向流参与的柱型等离子体^[5]和由喷气负载或金属丝阵内爆产生的等离子体套筒^[6,7]进行了不稳定性分析, 发展了相应的磁流体力学方程组, 并且指出轴向剪切流在抑制 MRT 不稳定性发展的同时, 也会激发开尔文-亥姆霍兹(KH)不稳定性的增长. 考虑到等离子体的可压缩性能够在一定程度上减缓 KH 模的增长, 有利于进一步改善 Z-pinch 等离子体的稳定性状态, 因此应当将可压缩性作为系统的重要性质加以研究. 我们曾初步讨论了等离子体可压缩性对系统不稳定性的影响^[8], 但由于文献[8]所采用的强趋肤模型过于理想化, 磁场的作用无法得到体现. 因此, 本文建立了更完善的物理模型, 通过三种等离子体状态, 对包括轴向流、可压缩性以及磁场在内的三种因素对等离子体不稳定性的影响进行了分析. 此外, 目前实验室可以产生的轴向流速度只有 1—2 马赫^[9], 通过进一步提高轴向流峰值速度改善系统稳定性状态的空间十分有限, 因此本文对不同剪切流速度分布的抑制效果进行了讨论.

本文利用磁流体力学(MHD)方程组对可压缩平板模型的扰动方程进行了推导, 并针对三种不同等离子体状态分别给出了系统应满足的扰动方程及边界关系, 对由不同模型计算得到的结果进行了比

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 10575014, 10375010)资助的课题.

较,同时讨论了不可压缩假设的使用条件,讨论了不同轴向速度分布对系统不稳定性的影响,并对轴向剪切流致稳作用的物理机理进行了分析.

2. 基本方程及边界条件

理论研究和实验结果表明由喷气、金属套筒或丝阵内爆形成的等离子体套筒相对于等离子体柱而言能更有效地产生 X 射线辐射^[1,10-14].通常认为,在箍缩初期这种等离子体壳层的厚度较薄并远小于套筒半径,因此可以将其转化为平板问题进行分析.

考虑厚度为 $2d$ 的等离子体壳,在磁场的驱动下加速运动,建立随壳一同沿径向运动的笛卡儿坐标,如图 1 所示.在此坐标系内等离子体的径向(x 方向)平衡速度为零,且由于参考系的变换会有等效重力 g 出现.此外,系统还包括轴向(z 方向)电流

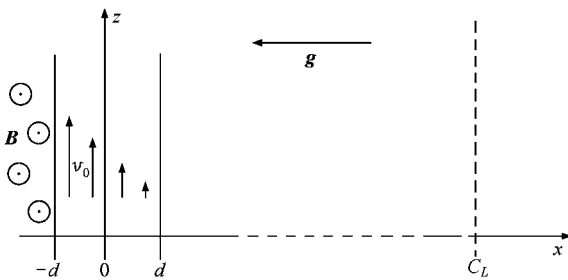


图 1 等离子体壳层示意图

其中 $\tilde{\omega} = \omega - kv_0$ 为计算多普勒位移后的扰动频率, $c_m = (c_s^2 + V_A^2)^{1/2}$ 为等离子体快磁声速, $c_s^2 = |d\rho/d\rho|$, $V_A^2 = B_0^2/(\mu_0\rho_0)$.(6)式中 v_0 , c_s 和 V_A 分别体现了轴向流、可压缩性和磁场对不稳定性的影响.值得注意的是,当轴向速度 v_0 为常数时,方程(6)能够退化为人们熟知的静态(不含轴向平衡流动)箍缩扰动方程^[15,16],因此不属于本文研究的重点.在此仅讨论轴向流有速度剪切的情况.

假设等离子体处在被真空包围的开放式系统中,为了维持压强的平衡,壳层表面还应满足压力连续的边界条件

$J_0(x)$ 轴向剪切流 $v_0(x)$ 以及角向(y 方向)磁场 $B_\theta(x)$.采用理想磁流体力学模型,系统应满足的线性化 MHD 方程包括:

连续性方程

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + v_0 \cdot \nabla \rho_1 + v_1 \cdot \nabla \rho_0 + \rho_0 \nabla \cdot v_1 = 0 \quad (1)$$

动量方程

$$\rho_0 \left[\frac{\partial v_1}{\partial t} + (v_0 \cdot \nabla)v_1 + (v_1 \cdot \nabla)v_0 \right] = -\nabla p_1 + J_1 \times B_0 + J_0 \times B_1 + \rho_1 g, \quad (2)$$

其中平衡量和扰动量由脚标 0,1 区别.设扰动具有 $f(x)\exp(-i\omega t + ik_y y + ik_z z)$ 的形式.本文只讨论最为危险的纯槽纹模式,此时 $k \perp B_0$, $k_y = 0$, $k_z = k$.利用 Maxwell 方程,将动量方程进行矢量分解:

$$-(\omega - kv_0)\rho_0 v_{1x} = -\frac{dp_1}{dx} - \frac{1}{\mu_0} \left(B_0 \frac{dB_{1y}}{dx} + B_{1y} \frac{dB_0}{dx} \right) - \rho_1 g, \quad (3)$$

$$-(\omega - kv_0)\rho_0 v_{1y} = \frac{1}{\mu_0} B_{1x} \frac{dB_0}{dx}, \quad (4)$$

$$-(\omega - kv_0)\rho_0 v_{1z} + \rho_0 v_{1x} \frac{dv_0}{dx} = -ikp_1 - \frac{i}{\mu_0} kB_0 B_{1y}. \quad (5)$$

结合声速定义及欧姆定律,最终可以得到关于扰动速度 v_{1x} 的二阶微分方程

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{\rho_0(\tilde{\omega}c_m^2 - k^2 V_A^4)}{\tilde{\omega}^2 - k^2 c_m^2} \frac{dv_{1x}}{dx} + \frac{\rho_0(kc_m^2 dv_0/dx - \tilde{\omega}g)}{\tilde{\omega}^2 - k^2 c_m^2} v_{1x} \right] + \rho_0 g \frac{\tilde{\omega} dv_{1x}/dx + (kdv_0/dx - k^2 g/\tilde{\omega})v_{1x}}{\tilde{\omega}^2 - k^2 c_m^2} + \left(\tilde{\omega}\rho_0 + \frac{g}{\omega} \frac{d\rho_0}{dx} \right) v_{1x} = 0, \quad (6)$$

$$v_1 \cdot \nabla(p_0 + p_{n0}) + \frac{D}{Dt}(p_1 + p_{m1}) = 0, \quad (7)$$

其中 $p_{n0} = B_0^2/(2\mu_0)$, $p_{m1} = B_0 B_1/\mu_0$,将各物理量关于 v_{1x} 的函数代入上式,得到如下边界关系:

$$x = -d: \left(\frac{\tilde{\omega}^2}{k^2} c_m^2 - V_A^4 \right) \frac{dv_{1x}}{dx} + \left(\frac{\tilde{\omega}}{k} \frac{dv_0}{dx} - g \right) c_m^2 v_{1x} = 0, \quad (8)$$

$$x = d: \frac{\tilde{\omega}^2}{k^2} \frac{dv_{1x}}{dx} + \left(\frac{\tilde{\omega}}{k} \frac{dv_0}{dx} - g \right) v_{1x} = 0. \quad (9)$$

上述运动方程及边界条件组成的边值问题可以表述为关于扰动频率 ω 的本征值问题.应当注意,由于剪切流的引入,特征值不再满足 ω^2 为实数的条件,也就是说扰动参量不再仅仅体现为单一的波

动现象或者扰动的阻尼和增长,而是两者的结合,这与以往不含平衡流动的系统有着明显的区别.从方程(6)不难发现,特征值 ω 以很复杂的非线性形式出现在扰动速度的系数中,无法将其转化为标准的 Sturm-Liouville 问题求解,因此本文利用打靶法对所涉及的边值问题进行了数值求解.

3. 三种等离子体剖面

对前面得到的本征值问题,从以下三种情况加以讨论.

3.1. 密度均匀分布的不可压缩等离子体壳层

此时由不可压缩条件 $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ 出发,根据热力学方程、连续性方程以及绝热条件

$$\frac{d\rho}{dt} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right) \frac{dp}{dt} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial S} \right) \frac{dS}{dt} = \frac{\tilde{\gamma}}{c_s^2} \frac{dp}{dt} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial S} \right) \frac{dS}{dt}, \quad (10)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad (11)$$

$$\frac{dS}{dt} = 0, \quad (12)$$

可知此时等离子体的绝热声速 $c_s \rightarrow \infty$,方程(10), (12)中 S 为等离子体的熵.将此条件代入上述本征值问题,并且假设轴向流具有线性的速度分布 $v_0 = V_0(1-x/d)^2$,色散关系及边界方程均可以化退化为 Shumlak 和 Roderick^[6]得到的不可压缩模型方程

$$\frac{d}{dx} \left(\tilde{\omega} \rho_0 \frac{dv_{1x}}{dx} + k \rho_0 \frac{dv_0}{dx} v_{1x} \right) - k^2 \left(\rho_0 \tilde{\omega} + \frac{g}{\omega} \frac{d\rho_0}{dx} \right) v_{1x} = 0, \quad (13)$$

$$x = -d \left\{ \left(\frac{\omega}{k} - V_0 \right)^2 \frac{dv_{1x}}{dx} + \left(\frac{\omega}{k} - V_0 \right) \frac{dv_0}{dx} v_{1x} \right\} = gv_{1x},$$

$$x = d \left\{ \left(\frac{\omega}{k} \right)^2 \frac{dv_{1x}}{dx} + \frac{\omega}{k} \frac{dv_0}{dx} v_{1x} \right\} = gv_{1x}. \quad (14)$$

由于使用了不可压缩假设,方程(13)中不再含有磁场项.事实上,方程(6)中的快磁声速 $c_m^2 = (c_s^2 + V_A^2)$ 可以表示为 $dp^*/d\rho$,它反映了等离子体连同其内部冻结的磁场本身对外力引起的形变的反抗能力, p^* 是包含热压、磁压在内的等离子体总压力.对于可压缩等离子体,径向扰动使得等离子体微元在磁场的横向受到压缩,因而磁场压力对等离子体的弹性有贡献,扰动将以快磁声速在等离子体内部传播.相反,如果认为等离子体是不可压缩的,即等

离子体微元的体积根本不会发生变化,那么其内部的磁场压力亦不会受到扰动,也不会对扰动的发展造成任何影响,因此磁场项不会出现在方程(13)中.

3.2. 满足强趋肤条件的可压缩等离子体壳层

为了便于同不可压缩模型进行比较,依旧设等离子体具有均匀的密度分布,利用力学平衡条件可知此时系统的绝热声速 $c_s^2 = c_{s0}^2 - \tilde{\gamma}gx$,其中 c_{s0} 为 $x=0$ 处的声速值, $\tilde{\gamma}$ 为系统的绝热系数,本文取 $\tilde{\gamma} = 5/3$.由于假设系统满足强趋肤条件,轴向电流全部集中在壳层的外表面($x = -d$),因此在等离子体内部没有电流及磁场存在,色散关系中也不含磁场项

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left[\rho_0 \frac{(\tilde{\omega} c_s^2 dv_{1x}/dx + (kc_s^2 dv_0/dx - \tilde{\omega} g)v_{1x})}{\tilde{\omega}^2 - k^2 c_s^2} \right] \\ + \rho_0 g \frac{\tilde{\omega} dv_{1x}/dx + (kdv_0/dx - k^2 g/\tilde{\omega})v_{1x}}{\tilde{\omega}^2 - k^2 c_s^2} \\ + \left(\tilde{\omega} \rho_0 + \frac{g}{\tilde{\omega}} \frac{d\rho_0}{dx} \right) v_{1x} = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

在处理边界关系时,利用良导体表面磁场法向分量为零的条件

$$\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{n}_0 + \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{n}_1 = -B_{1x} + B_0 n_{1y} = 0, \quad (16)$$

不难得到 $p_{ml} = -2p_m \xi_x k_y^2/k$ (见文献[17]),其中 \mathbf{n}_0 为未受扰动时壳层表面法向单位矢量, ξ_x 为 x 方向扰动位移.由于本文只讨论 $k_y = 0$ 的情况,因此边界处磁场扰动 $p_{ml} = 0$.由此得到强趋肤条件下的边界条件

$$\begin{aligned} x = -d \left\{ \left(\frac{\omega}{k} - V_0 \right)^2 - \frac{V_A^4}{c_m^2} \right\} \frac{dv_{1x}}{dx} \\ + \left(\frac{\omega}{k} - V_0 \right) \frac{dv_0}{dx} v_{1x} \\ = gv_{1x}, \\ x = d \left\{ \left(\frac{\omega}{k} \right)^2 \frac{dv_{1x}}{dx} + \frac{\omega}{k} \frac{dv_0}{dx} v_{1x} \right\} = gv_{1x}. \end{aligned} \quad (17)$$

比较色散关系(13)式及(15)式发现,由于考虑了系统的可压缩性,声速项的影响得到了体现,特别是当轴向流速度较高且接近声速量级时这种影响变得尤为重要.

3.3. 电流均匀分布的可压缩等离子体

设等离子体壳层温度均匀分布,即 $c_s^2 \propto T(x) = \text{const}$,因而声速 c_s 与坐标 x 无关.此时由 Maxwell 方程组及力学平衡条件 $d(p_0 + p_m)/dx = -\rho_0 g$ 计算得到的各物理量具有如下分布:

$$B_0(x) = \mu_0 J_0(d-x), \quad (18)$$

$$\rho_m(x) = \mu_0 J_0^2 (d-x)^2 / 2, \quad (19)$$

$$\rho_0(x) = A \exp[-\tilde{\gamma}g(x-d)c_s^2] + Bx + C, \quad (20)$$

其中, 密度分布函数中系数 A, B, C 的取值与边界的选择有关,

$$A = \rho_{x=-d} - \mu_0 J_0^2 (c_s^2 / \tilde{\gamma}g + 2d) / g, \quad (21)$$

$$B = -\mu_0 J_0^2 / g, \quad (22)$$

$$C = \mu_0 J_0^2 (c_s^2 / \tilde{\gamma}g + d) / g. \quad (23)$$

在此条件下系统的运动方程和边界关系分别由 (6) 式 (8) 式 (9) 式给出.

4. 可压缩性对含轴向流系统不稳定性的影响

本节讨论可压缩性对含轴向流系统不稳定性的影响, 在对上述三种情况求解的过程中, 使用了相同的轴向流速度分布函数 $v_0 = V_0(1-x/d)/2$. 不同速度分布对不稳定性的影响将在下一节讨论.

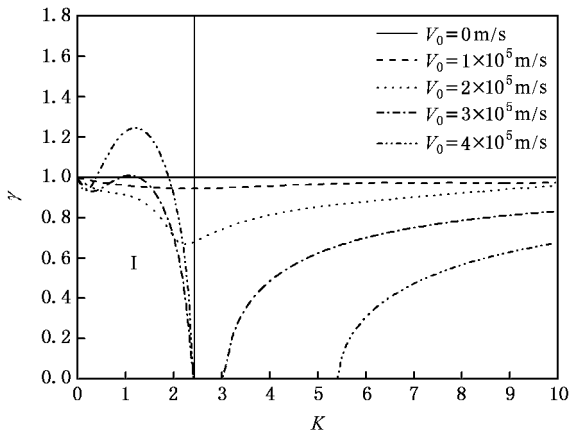


图2 不可压缩模型增长率随波数 K 的变化(符号 I 标示出 MRT/KH 杂化模增长的区域)

对具有线性速度分布的均匀密度不可压缩平板模型的不稳定性分析, Shumlak 和 Roderick^[6] 以及 Qiu 等人^[7] 已经给出了完美的解析结果. 我们通过求解 (13) 式得到了与文献 [7] 中图 1 相同的归一化增长率 ($\gamma = \text{Re}(-i\omega) / (kg)^2$) 与归一化波数 ($K = 2dk$) 的关系曲线, 如图 2 所示. 取等离子体平板厚度 $2d = 2 \times 1.84 \times 10^3 \mu\text{m}$, 加速度 $g = 2 \times 10^{12} \text{m/s}^2$, 图中五条曲线分别表示速度峰值 $V_0 = 0, 1 \times 10^5, 2 \times 10^5, 3 \times 10^5, 4 \times 10^5 \text{m/s}$ 时的结果, 其中 $V_0 = 0$ 为无轴向流动时的静态 MRT 不稳定性增长率 ($\gamma = 1$). 不难看出增长率最快的扰动主要由两种模式组成:

长波长区域 (图中 I 区所示) 的 MRT/KH 杂化模以及中短波长的 MRT 模. 随着剪切流速度的增加, 一方面短波长 MRT 模扰动得到较强的抑制, 另一方面速度剪切也激发了长波长 MRT/KH 模扰动的进一步增长. 当剪切流的峰值速度 V_0 小于 $2 \times 10^5 \text{m/s}$ 时, MRT/KH 杂化模的增长尚不明显, 增长率 $\gamma < 1$, 系统稳定性状态相对于没有轴向剪切流参与的情况有所改善. 但当峰值速度 V_0 接近或大于 $3 \times 10^5 \text{m/s}$ 时, 长波长扰动引起的 MRT/KH 不稳定性迅速增长, 发展速度甚至超过了静态 MRT 模不稳定性 ($\gamma > 1$), 使系统的稳定性状态反而有所恶化.

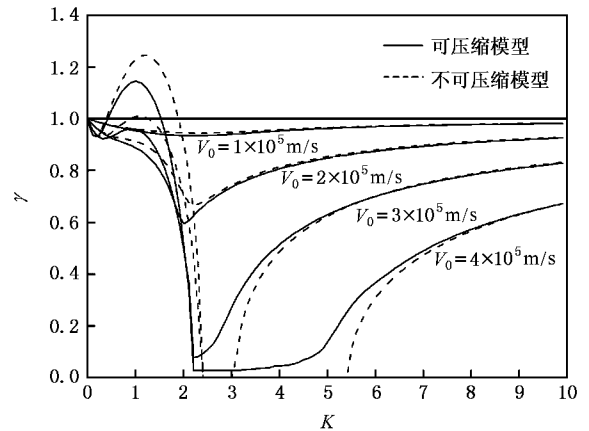


图3 不同剪切流速条件下, 增长率 γ 随波数 K 的变化(虚线为不可压缩模型的解, 实线为强趋肤条件下可压缩模型的解)

对于满足强趋肤条件的可压缩模型, 我们利用打靶法对 (15) 式进行了数值求解, 在计算过程中取等离子体绝热声速 $c_s = 2 \times 10^5 \text{m/s}$, 结果如图 3 中实线所示. 为了便于比较, 图中还给出了相同条件下不可压缩模型的计算结果, 用虚线表示. 考虑到这两种模型的色散关系中均没有磁场项的参与, 因此其差别主要是由声速项引起的. 不难看出由于考虑了系统的可压缩性, MRT/KH 杂化不稳定性的增长得到了抑制, 这与 Ong 和 Roderick^[18] 关于可压缩性能够减缓 KH 模扰动增长的结论是一致的. 于是速度峰值在 $3 \times 10^5 \text{m/s}$ 左右的剪切流, 也能够对全部波长范围的扰动进行有效抑制, 而在不可压缩模型中这是无法办到的. 同时我们还发现, 当峰值速度较高 ($V_0 > 3 \times 10^5 \text{m/s}$) 时, 由于考虑了系统的可压缩性, 中短波长区域 ($2.4 < K < 7$) 的扰动增长率与不可压模型相比虽然有所增加, 但依旧维持在很低的水平, 因此相对于发展更为迅速的 MRT/KH 模而言, 其影响并不十分明显.

对于电流均匀分布的可压缩等离子体壳层,其扰动的发展还受到磁场的影响,计算结果如图 4 所示.由图可见增长率变化的趋势基本上与强趋肤模式相同,但由于磁场的作用,不稳定性增长率在全部波长范围内均有所下降,并且这种抑制作用随着波数的增加更加明显.对于这样一种计算结果,我们似乎可以作出如下解释:径向扰动 v_{1r} 的发展使得等离子体微元在磁场的横向受到压缩,因此会受到等离子体内部磁场压力的阻碍,波长越短扰动越剧烈,磁场对不稳定性的阻碍作用也体现得更加明显.

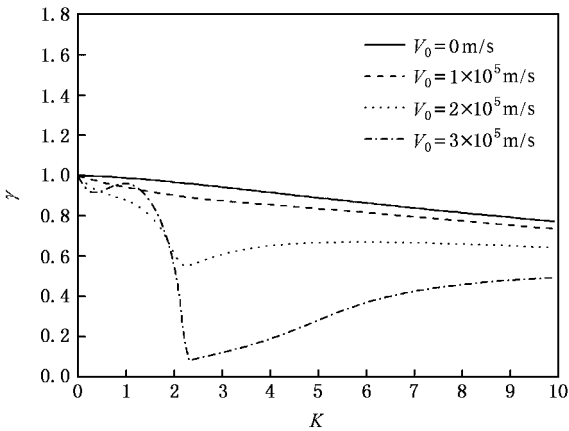


图 4 均匀电流分布的可压缩模型中不稳定性增长率 γ 随波数 K 的变化

考虑到在实际的试验过程中,Z-pinch 内爆前后,系统的各种参量尤其是等离子体的温度变化很大,这将对等离子体的可压缩性产生直接的影响.因此,有必要对应用不可压缩假设所需的条件进行必要的讨论.图 5 给出不同声速条件下电流均匀分布的可压缩等离子体壳层不稳定性增长率曲线,其中实线为不可压缩($c_s \rightarrow \infty$)的结果.可以看出,在其他参数相同的情况下,随着声速的提高,由两种模型计算得到的结果越来越接近.当声速大于 8×10^5 m/s (如使用钨等离子体计算,温度约为 1 keV)时,两种结果差别很小,我们认为此时系统才可以按照不可压缩模型进行处理.在 MRT 不稳定性快速发展的向心运动阶段,负载的能量主要体现在动能上,任何形式的加热都会增加等离子体的内压,影响到心滞止时的压缩效果.从这一角度出发,人们通常会选择辐射耗散较高的材料做负载,避免等离子体在滞止前达到较高的温度.因此,在向心加速阶段,等离子体温度通常维持在 30—40eV^[17],利用可压缩模型对含轴向流的 Z-pinch 系统的不稳定性进行分析更为

妥当.

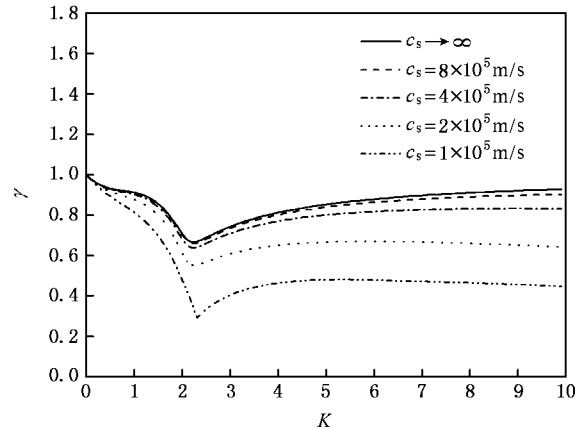


图 5 剪切流峰值速度 $V_0 = 2 \times 10^5$ m/s 时,不同声速条件下增长率随波数的变化

5. 不同速度分布对不稳定性的影响

通过以上分析可以看出,线性分布的轴向剪切速度流确实能够对 Z 箍缩等离子体不稳定性起到抑制作用,但抑制效果同扰动的频率及速度峰值有着直接的联系.对目前能达到的外加轴向速度(一般认为在 1—2 马赫左右^[9])而言,仅能使有限波长范围内的扰动增长得到比较明显的抑制,而在更大的波数空间内其作用十分有限.因此,为了能够在保持速度峰值不变的情况下通过改变速度的分布提高系统的稳定性,本文对不同速度分布对系统稳定性的影响进行了分析.

讨论具有如下分布的轴向剪切流:

$$v_0 = \frac{V_0}{2^\alpha} \left(1 - \frac{x}{d} \right)^\alpha.$$

图 6 给出了速度峰值 $V_0 = 2 \times 10^5$ m/s, $\alpha = 1, 2, 3$ 时利用强趋肤可压缩模型计算得到的增长率的谱.不难看出,虽然三种轴向流分布的峰值速度相同,但由于它们的速度剪切分布的差别很大,因此其对不稳定性的抑制效果明显不同.由此可见,在速度峰值一定的情况下,轴向流速度梯度的大小以及速度剪切的分布将成为影响系统稳定性的关键因素.这是因为,轴向运动的不均匀性将改变径向扰动的形态,从而阻碍不稳定性的进一步发展,因而径向扰动集中区域轴向速度的分布越陡、剪切越大,对已有扰动的破坏越为严重,使其发展的速度越为缓慢,由此体现出更好的抑制效果.Z-pinch 等离子体 MRT 不

稳定性的扰动主要集中在壳层的外表面($x = -d$)附近,因而此处轴向流速度剪切的大小将直接影响系统的稳定性.图6的结果充分证明了上述结论,如图所示, $\alpha = 3$ 的速度分布对短波长 MRT 模扰动的抑制效果最为明显,当扰动波数 $K = 20$ 时,其增长率仅为静态 MRT 模增长率的 60%.从应用的角度来讲,这一结果提醒我们在利用轴向剪切抑制不稳定性的增长时,不仅需要提高轴向速度场的峰值,而且应该找寻适当的方法改善速度场的分布,使轴向流集中在负载的表层,从而在表层附近产生大的速度剪切,达到最好的抑制效果.

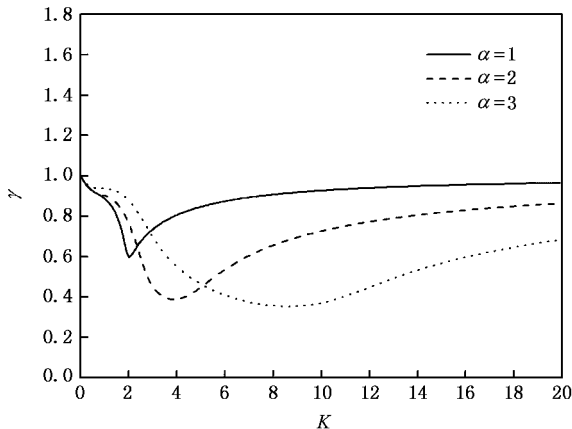


图6 不同速度分布条件下,增长率 γ 随波数 K 的变化

6. 结 论

本文从理想磁流体力学方程组出发,研究了轴向流对 Z-pinch 内爆等离子体 MRT 不稳定性的影响.为了简化起见,忽略了由黏性、电阻以及辐射引起的耗散效应,同时假定在向心加速过程中,等离子体各部分拥有相同的加速度.利用可压缩平板模型,对有轴向流参与的三种不同等离子体状态下 MRT 不稳定性的扰动方程和边界条件分别进行了推导,并得到了相应的色散关系.

所有三种模型下得到的结果均表明,轴向剪切

速度流对由短波长扰动引起的 MRT 不稳定性能够起到较好的抑制效果,但对于扰动波长近似等于壳层厚度($K \sim 1$)的扰动而言,轴向流的介入会加剧 KH 模不稳定性的发展,使得系统的稳定程度反而有所下降.进一步的分析发现,等离子体的可压缩性在这一系统中发挥的作用同样是复杂的:一方面,可压缩性能适当减缓 MRT/KH 模扰动的发展,改善轴向剪切流对长波扰动的影响;另一方面,由于考虑了可压缩性,短波长区域的 MRT 模不稳定性增长率较不可压缩模型略有增加,但轴向剪切流依然能够维持对这一波长区域内不稳定性较好的抑制效果.通过对电流均匀分布可压缩等离子体的不稳定性分析发现,径向的扰动将引起等离子体体积的变化,使得冻结在等离子体内部的磁场受到横向的压缩,因而磁压对维持等离子体的稳定状态起到了积极的作用.在内部磁场、轴向剪切流以及可压缩性的协同作用下,等离子体的不稳定性得到了进一步的抑制.

另外,分析发现在 MRT 不稳定性的线性发展阶段,等离子体的温度较低,如果利用不可压缩模型对系统进行稳定性分析,不仅会忽略可压缩性本身对系统的贡献,还会使得磁场的作用无法体现,从而使得计算结果与实际情况偏差很大,因此,利用可压缩模型对此问题进行处理更为妥当.

最后,分析了不同速度分布对系统不稳定性的影响,结果表明对于峰值相等的不同速度分布,其抑制效果只依赖于扰动集中区域速度剪切的大小,而与其他位置的速度剪切无关.因此在利用轴向剪切流抑制系统不稳定性增长时,不仅应该尽量提高轴向流的速度峰值,而且应构造适当的速度分布,以达到最佳的制稳效果.此外,由于轴向流的引入必然会激发长波扰动 KH 模不稳定性的增长,寻找恰当的方法对这一波长范围内扰动的增长进行有效的抑制成为进一步研究的重点.

诚挚感谢常铁强研究员、叶文华研究员以及北京应用物理与计算数学研究所 Z-pinch 课题组成员,他们给予作者大量的帮助并进行了有益的讨论.

[1] Sanford T W L, Allshouse G O, Marder B M *et al* 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 5063

[2] Yonas G 1998 *Scientific American* **8** 23

[3] Peterson D L, Bowers R L, Bowers J H *et al* 1996 *Phys. Plasmas* **3** 368

[4] Peterson D L, Bowers R L, McLenithan K D *et al* 1998 *Phys. Plasmas* **5** 3302

[5] Arber T D, Howell D F 1996 *Phys. Plasmas* **3** 554

[6] Shumlak U, Roderick N F 1998 *Phys. Plasmas* **5** 2384

[7] Qiu X M, Huang L, Jian G D 2002 *Plasma Sci. Tec.* **4** 1429

- [8] Zhang Y , Ding N 2005 *Nucl. Fusion & Plasma Phys.* **25** 15 (in Chinese) [张 扬、丁 宁 2005 核聚变与等离子体物理 **25** 15]
- [9] Kubes P , Kravarik J , Hakr J *et al* 1994 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **22** 986
- [10] Matzen M K 1997 *Phys. Plasmas* **4** 1519
- [11] DeGroot J S , Toor A , Golberg S M *et al* 1997 *Phys. Plasmas* **4** 737
- [12] Xu R K , Li Z H , Guo C *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1203 (in Chinese) [徐荣昆、李正宏、郭 存等 2004 物理学报 **52** 1203]
- [13] Haines M G 1998 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **26** 1275
- [14] Ning C , Yang Z H , Ding N 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1650 (in Chinese) [宁 成、杨震华、丁 宁 2003 物理学报 **52** 1650]
- [15] Tayler R J 1957 *Proc. Roy. Soc. B* **70** 1049
- [16] Golberg S M , Velikovich A L 1993 *Phys. Fluids B* **5** 1164
- [17] Ryutov D D , Derzen M S , Matzen M K 2000 *Rev. Mod. Phys.* **72** 167
- [18] Ong R S B , Roderick N 1972 *Planet. Space Sci.* **20** 1

The effect of axial flow on the stability in the Z-pinch^{*}

Zhang Yang Ding Ning

(*Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088, China*)

(Received 20 January 2005 ; revised manuscript received 30 May 2005)

Abstract

A linear analysis of the ideal magnetohydrodynamic (MHD) stability of the Z-pinch is presented in which plasma flows are included in the equilibrium. Compressibility is introduced into MHD equations via the acoustic velocity of the plasma. It is found that , compressibility can stabilize the magneto-Rayleigh-Taylor/ Kelvin-Helmholtz (MRT/KH) instability , and this allows the sheared axial flow mitigate MRT instability far more effectively. Therefore , on the early stage of the implosion , because the temperature of the plasma is not high , the compressible model is much more suitable than the incompressible one. Different flow profiles have also been investigated , and it shows that the mitigation effect of the axial flow only depends on the magnitude of the velocity shear where the perturbations concentrate.

Keywords : Z-pinch , magneto-Rayleigh-Taylor instability , sheared axial flow , MHD formulation

PACC : 5230 , 5235P

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10575014 , 10375010).