

一类混沌神经网络的全局同步^{*}

王占山¹⁾²⁾† 张化光¹⁾ 王智良¹⁾

1) 东北大学信息科学与工程学院, 沈阳 110004)

2) 沈阳理工大学信息工程系, 沈阳 110168)

(2005 年 7 月 4 日收到; 2005 年 11 月 1 日收到修改稿)

研究了一类时滞混沌神经网络的全局同步问题. 应用驱动-响应同步方法和线性矩阵不等式技术, 给出了时滞混沌神经网络全局同步的充分条件和同步控制器设计方法, 而且所得到的控制器易于实现. 仿真示例验证了本文方法的有效性.

关键词: 混沌神经网络, 同步, 驱动-响应法, 线性矩阵不等式

PACC: 0545

1. 引言

20 世纪 80 年代, 国际上出现了混沌同步的概念. 20 世纪 90 年代初, 自从文献 [1, 2] 提出驱动-响应同步概念以来, 相继出现的混沌同步方法有广义同步、相同步和一致性同步等^[3]. 混沌同步之所以受到广泛的重视和研究, 主要因为它在混沌保密通信和扩频通信等领域显示出较好的应用前景^[3-5]. 同时, 由于神经网络是一个复杂的动态系统, 通过对网络权值的不同选取, 神经网络可呈现许多复杂的动态行为, 如周期振荡、混沌和分岔等^[6-10]. 目前, 关于神经网络稳定性和周期解的研究有很多报道^[11-14], 对混沌神经网络则只是从混沌神经元的构造和通过调节神经网络参数来产生混沌现象等方面进行研究^[3, 8-10, 15], 而对混沌神经网络同步控制问题的研究却很少报道^[15, 16]. 由于混沌神经网络具有丰富的非线性动力特性, 使其在保密通信中的应用具有得天独厚的优势, 因而, 研究混沌神经网络的同步控制问题具有重要意义. 基于混沌自同步技术, 文献 [3] 研究了三阶 Winner-Take-All 竞争型混沌神经元的同步问题. 但由于混沌同步是通过构造适当的响应系统来实现的, 这样, 对于高阶混沌系统将很难构造出合适的响应系统. 文献 [15] 针对一类线性耦合神经网络, 通过适当设计耦合矩阵和内联矩阵实现了全

局同步. 但随着系统维数和耦合项的增加, 耦合矩阵和内联矩阵将很难设计. 文献 [16] 研究了一类混沌神经网络的同步控制问题, 但所设计的控制器中包含了未知参数矩阵, 且随着混沌系统维数的增高, 未知参数矩阵中的元素也增多, 进而很难确定这些未知元素. 基于上述讨论, 本文研究了一类混沌神经网络的全局渐近同步问题, 基于驱动-响应同步方法和线性矩阵不等式技术, 给出了混沌神经网络全局同步的充分条件和控制器设计方法, 所得到的控制器易于实现, 克服了文献 [3, 15, 16] 中方法的不足, 并通过仿真验证了本文方法的有效性.

2. 问题描述

考虑如下混沌神经网络

$$\dot{x}_i(t) = -c_i x_i(t) + \sum_{j=1}^n a_{ij} g_j(x_j(t)) + \sum_{j=1}^n b_{ij} g_j(x_j(t - \tau_j)) + U_i, \quad (1)$$

其中, n 表示神经元个数, x_i 表示第 i 个神经元的状态, $c_i > 0$, 激励函数 $g_i(x_i)$ 满足 $0 \leq \frac{g_i(\xi) - g_i(\zeta)}{\xi - \zeta} \leq \sigma_i, \forall \xi, \zeta \in \mathcal{R}$ 且 $\xi \neq \zeta, P_i \geq 0$ 表示有界时滞, $\rho = \max(\tau_i), U_i$ 表示外部常值偏置, a_{ij} 和 b_{ij} 分别表示与时滞无关和相关的神经元连接权系数, $i, j = 1, \dots, n$. 系统 (1) 的初始条件为 $x_i(t) = \phi_i(t) \in C[-$

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 60534010, 60572070, 60521003)和教育部长江学者及创新团队计划资助的课题.

† E-mail: zhanshan_wang@163.com

$\rho, 0], \mathcal{R}), \mathcal{A}[-\rho, 0], \mathcal{R})$ 表示从 $[-\rho, 0]$ 到 \mathcal{R} 的所有连续函数的集合.

由于混沌动力系统对初始条件极度敏感, 即使初始条件的微小变化都将导致混沌轨迹的变化. 本文对两个具有相同结构的混沌神经网络来实现混沌同步控制, 但所施加的初始条件不同. 所设计的响应系统为

$$\begin{aligned} \dot{z}_i(t) = & -c_i z_i(t) + \sum_{j=1}^n a_{ij} g_j(z_j(t)) \\ & + \sum_{j=1}^n b_{ij} g_j(z_j(t - \tau_j)) \\ & + U_i + u_i(t), \end{aligned} \quad (2)$$

其中, 初始条件为 $z_i(t) = \varphi_i(t) \in \mathcal{A}[-\rho, 0], \mathcal{R})$, $u_i(t)$ 表示待设计的外部控制输入以实现驱动系统 (1) 和响应系统 (2) 的同步.

假设 1 驱动系统 (1) 的状态可测.

定义 1 驱动系统 (1) 和响应系统 (2) 是全局同步的, 如果 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - z_i(t)\| = 0, i = 1, \dots, n$, 其中 $\|\cdot\|$ 为任意向量范数.

引理 1^[14] 对于任意适维向量 ξ, ζ , 正定矩阵 M 和任意常数 $h > 0$, 下式成立

$$2\xi^T \zeta \leq \xi^T (hM)^{-1} \xi + h\zeta^T M \zeta.$$

3. 主要结果

取同步误差信号为 $e_i(t) = x_i(t) - z_i(t)$, 则当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e_i(t) \rightarrow 0$ 意味着驱动神经网络 (1) 和响应

神经网络 (2) 实现了同步. 这样, 误差动态系统为

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) = & -c_i e_i(t) + \sum_{j=1}^n a_{ij} f_j(e_j(t)) \\ & + \sum_{j=1}^n b_{ij} f_j(e_j(t - \tau_j)) - u_i(t), \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $f_j(e_j(t)) = g_j(e_j(t) + z_j(t)) - g_j(z_j(t))$. 显然 $f_j(0) = 0$ 且 $|f_j(e_j(t))| \leq \sigma_j |e_j(t)|, j = 1, \dots, n$.

将误差动态系统表示成矩阵形式为

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & -C e(t) + A f(e(t)) \\ & + B f(e(t - \tau)) - u(t), \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $C = \text{diag}(c_1 \dots c_n), A = [a_{ij}]_{n \times n}, B = [b_{ij}]_{n \times n}, \tau = (\tau_1 \dots \tau_n)^T, f(e(t)) = (f_1(e_1(t)), \dots, f_n(e_n(t)))^T, f(e(t - \tau)) = (f_1(e_1(t - \tau_1)), \dots, f_n(e_n(t - \tau_n)))^T, u(t) = (u_1(t), \dots, u_n(t))^T$.

利用驱动系统 (1) 的状态作为响应系统 (2) 的输入, 则可构造如下形式的控制器

$$u(t) = D e(t) = D(x(t) - z(t)), \quad (5)$$

其中, D 为待设计的增益矩阵. 这样, 系统 (4) 可写成如下形式

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & -C e(t) + A f(e(t)) \\ & + B f(e(t - \tau)) - D e(t). \end{aligned} \quad (6)$$

针对同步误差系统 (6), 下面的结果给出了控制器增益矩阵 D 的求解方法, 同时也保证了系统 (1) 和 (2) 之间的全局同步.

定理 1 针对驱动—响应系统 (1) 和 (2), 如果下面的线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} -HC - CH^T - Y - Y^T + \Sigma P \Sigma + \Sigma Q \Sigma & HA & HB \\ & A^T H^T & -P \\ & B^T H^T & 0 & -Q \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

存在正定对角矩阵 P, Q , 正定对称矩阵 H 和矩阵 Y , 则所设计的控制器 (5) 保证系统 (1) 和 (2) 全局渐近同步, 其中 $D = H^{-1} Y, \Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$.

证明 考虑在控制器 (5) 作用下的同步误差系统 (6), 显然 $e(t) = 0$ 是其平衡点. 选取如下形式的 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned} V(e(t), t) = & e^T(t) H e(t) \\ & + \sum_{j=1}^n \int_{t-\tau_j}^t \sigma_j^2 q_j e_j^2(s) ds, \end{aligned} \quad (8)$$

其中, H 为对称正定矩阵, $q_j > 0$, 则沿着误差系统 (6) 的正半轨迹的导数为

$$\begin{aligned} & \dot{V}(e(t), t) \\ = & 2e^T(t) H [-C e(t) + A f(e(t)) \\ & + B f(e(t - \tau)) - D e(t)] \\ & + e^T(t) \Sigma Q \Sigma e(t) - e^T(t - \tau) \Sigma Q \Sigma e(t - \tau) \\ = & 2e^T(t) H [-C - D] e(t) + 2e^T(t) H [A f(e(t)) \\ & + B f(e(t - \tau))] \\ & + e^T(t) \Sigma Q \Sigma e(t) - e^T(t - \tau) \Sigma Q \Sigma e(t - \tau) \end{aligned} \quad (9)$$

对于正定对角矩阵 P 和 Q , 根据引理 1, 下面不等式成立

$$\begin{aligned} & 2e^T(t) H A f(e(t)) \\ \leq & e^T(t) H A P^{-1} A^T H e(t) + f^T(e(t)) P f(e(t)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\leq e^T(t)HAP^{-1}A^THe(t) + e^T(t)\Sigma P\Sigma e(t), (10) \\ &2e^T(t)HBf(e(t-\tau)) \\ &\leq e^T(t)HBQ^{-1}B^THe(t) \\ &+ f^T(e(t-\tau))Qf(e(t-\tau)) \\ &\leq e^T(t)HBQ^{-1}B^THe(t) \\ &+ e^T(t-\tau)\Sigma Q\Sigma e(t-\tau), \end{aligned} \quad (11)$$

将(10)式和(11)式代入(9)式中得

$$\begin{aligned} &\dot{V}(e(t),t) \\ &\leq e^T(t)[I - HC - CH - HD \\ &- D^TH + HAP^{-1}A^TH \\ &+ HBQ^{-1}B^TH + \Sigma P\Sigma + \Sigma Q\Sigma]e(t), \end{aligned} \quad (12)$$

显然,若

$$\begin{aligned} &-HC - CH - HD - D^TH + HAP^{-1}A^TH \\ &+ HBQ^{-1}B^TH + \Sigma P\Sigma + \Sigma Q\Sigma < 0, \end{aligned} \quad (13)$$

则当 $e(t) \neq 0$ 时, $\dot{V}(e(t),t) < 0$. 只有当 $e(t) = 0$ 时, $\dot{V}(e(t),t) = 0$. 同时, $V(e(t),t)$ 是径向无界的, 这样, 根据 Lyapunov 稳定理论, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e(t) \rightarrow 0$ 进而实现了驱动-响应系统之间的渐近同步. 令 $Y = HD$, 根据 Schur 补性质^[17] (13)式等价于(7)式, 这样, 定理证毕.

在同步控制器(5)中, 若控制器增益 D 为对称正定矩阵, 则有下面结果.

定理 2 针对驱动-响应系统(1)和(2), 如果下面的线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} -C - D + \frac{1}{2}\Sigma P\Sigma + \Sigma Q\Sigma & A & B \\ A^T & -2P & 0 \\ B^T & 0 & -4Q \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

存在正对角矩阵 P, Q 和正定对称矩阵 D , 则所设计的控制器(5)保证系统(1)和(2)全局渐近同步, 其中, $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$.

证明 选取如下形式的 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned} V(e(t),t) &= \frac{1}{2}e^T(t)e(t) \\ &+ \sum_{j=1}^n \int_{t-\tau_j}^t \sigma_j^2 q_j e_j^2(s) ds, \end{aligned} \quad (15)$$

其中, $q_j > 0$, 则沿着误差系统(6)的正半轨迹的导数为

$$\begin{aligned} &\dot{V}(e(t),t) \\ &= e^T(t)[I - Ce(t) + Af(e(t)) \\ &+ Bf(e(t-\tau)) - De(t)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ e^T(t)\Sigma Q\Sigma e(t) - e^T(t-\tau)\Sigma Q\Sigma e(t-\tau) \\ &= e^T(t)[I - C - D]e(t) + e^T(t)[A f(e(t)) \\ &+ B f(e(t-\tau))] \\ &+ e^T(t)\Sigma Q\Sigma e(t) - e^T(t-\tau)\Sigma Q\Sigma e(t-\tau). \end{aligned} \quad (16)$$

根据引理 1, 对于正定对角矩阵 P 和 Q , 下面不等式成立

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2}(2e^T(t)Af(e(t))) \\ &\leq \frac{1}{2}[e^T(t)AP^{-1}A^T e(t) + f^T(e(t))Pf(e(t))] \\ &\leq \frac{1}{2}[e^T(t)AP^{-1}A^T e(t) + e^T(t)\Sigma P\Sigma e(t)], \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2}(2e^T(t)Bf(e(t-\tau))) \\ &\leq \frac{1}{2}[e^T(t)B(2Q)^{-1}B^T e(t) \\ &+ f^T(e(t-\tau))Qf(e(t-\tau))] \\ &\leq \frac{1}{4}e^T(t)BQ^{-1}B^T e(t) + e^T(t-\tau)\Sigma Q\Sigma e(t-\tau), \end{aligned} \quad (18)$$

将(17)式和(18)式代入(16)式中得

$$\begin{aligned} &\dot{V}(e(t),t) \\ &\leq e^T(t)\left[-C - D + \frac{1}{2}AP^{-1}A^T \right. \\ &\left. + \frac{1}{4}BQ^{-1}B^T + \frac{1}{2}\Sigma P\Sigma + \Sigma Q\Sigma\right]e(t), \end{aligned} \quad (19)$$

显然,若

$$\begin{aligned} &-C - D + \frac{1}{2}AP^{-1}A^T + \frac{1}{4}BQ^{-1}B^T \\ &+ \frac{1}{2}\Sigma P\Sigma + \Sigma Q\Sigma < 0, \end{aligned} \quad (20)$$

则当 $e(t) \neq 0$ 时, $\dot{V}(e(t),t) < 0$. 只有当 $e(t) = 0$ 时, $\dot{V}(e(t),t) = 0$. 同时, $V(e(t),t)$ 是径向无界的, 这样, 根据 Lyapunov 稳定理论, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e(t) \rightarrow 0$ 进而实现了驱动-响应系统之间的渐近同步. 根据 Schur 补性质^[17] (20)式等价于(14)式, 这样, 定理证毕.

说明 1: 文献[16]中的结果包含了未知控制增益矩阵, 且该未知增益矩阵元素的数量随着系统维数的增高而显著增加, 进而不利于控制器的设计. 而本文的结果提供了简易的控制器增益设计方法, 易于实现.

说明 2: 文献[16]中要求控制增益矩阵为对称正定的, 而本文的定理 1 不限定增益矩阵的形式, 进

而控制器设计更具有—般性.

4. 仿真示例

下面给出两个例子来验证本文方法的有效性.

4.1. 考虑如下时滞细胞神经网络^[10]

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 1 + \frac{\pi}{4} & 20 \\ 0.1 & 1 + \frac{\pi}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1(x_1(t)) \\ g_2(x_2(t)) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -\frac{1.3\sqrt{2}\pi}{4} & 0.1 \\ 0.1 & -\frac{1.3\sqrt{2}\pi}{4} \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} g_1(x_1(t-1)) \\ g_2(x_2(t-1)) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (21)$$

其中 激励函数为 $g_i(x_i(t)) = 0.5(|x_i(t) + 1| - |x_i(t) - 1|)$, $i = 1, 2$.

当初始条件为 $[x_1(s) \ x_2(s)] = [0.01 \ 0.1]$ 时, $-1 \leq s \leq 0$, 神经网络的混沌吸引子如图 1 所示. 状态曲线如图 2 和图 3 所示.

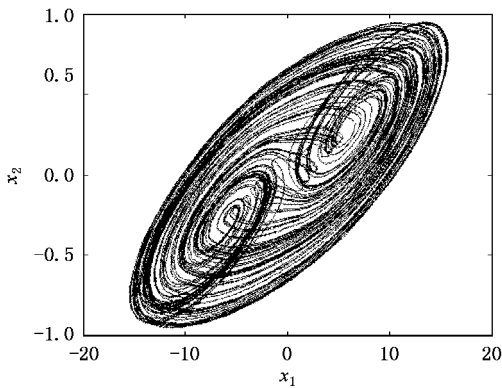


图 1 驱动系统混沌吸引子

设计如下响应混沌神经网络:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 1 + \frac{\pi}{4} & 20 \\ 0.1 & 1 + \frac{\pi}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1(z_1(t)) \\ g_2(z_2(t)) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

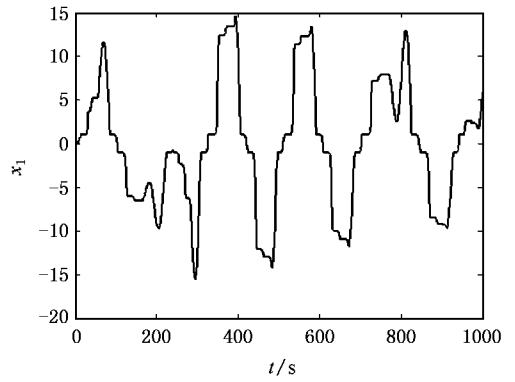


图 2 状态 x_1 曲线

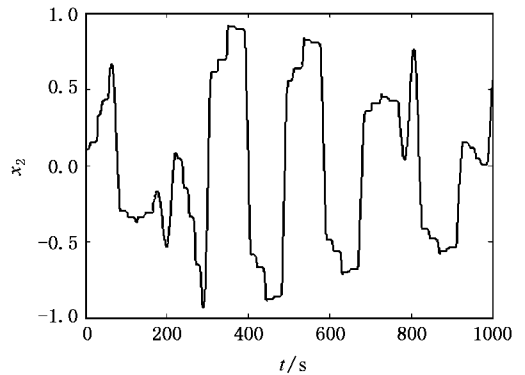


图 3 状态 x_2 曲线

$$\begin{aligned} &+ \begin{bmatrix} -\frac{1.3\sqrt{2}\pi}{4} & 0.1 \\ 0.1 & -\frac{1.3\sqrt{2}\pi}{4} \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} g_1(z_1(t-1)) \\ g_2(z_2(t-1)) \end{bmatrix} + u(t), \end{aligned} \quad (22)$$

对于给定参数 根据定理 2 得到如下结果:

$$P = \begin{bmatrix} 8.0329 & 0 \\ 0 & 15.7196 \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} 4.5054 & 0 \\ 0 & 4.8477 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 28.4385 & 1.1086 \\ 1.1086 & 20.1271 \end{bmatrix}.$$

同时 对于本例 由于 $\max(\sigma_i) = 1$, $\min(c_i) = 1$, 则根据文献 16 中的定理 1 有

$$\begin{aligned} &\max(\sigma_i) (\|A\| + \|B\|) \\ &= 21.7029 > \min(c_i) + \lambda_{\min}(D) \\ &= 20.9818, \end{aligned}$$

其中, $\|\cdot\|$ 表示 Euclid 范数, $\lambda_{\min}(D)$ 表示矩阵 D

的最小特征值. 显然, 对于本文得到的控制器增益 D , 不满足文献 16 的条件.

当驱动系统的初始条件为 $[x_1(s) x_2(s)] = [0.01 \ 0.1]$ 和响应系统的初始条件为 $[z_1(s) z_2(s)] = [2 \ -0.2]$ 时, $-1 \leq s \leq 0$, 响应系统的混沌吸引子如图 4 所示, 同步误差曲线见图 5 和图 6. 由此可见, 在同步控制律 $u(t) = D(x(t) - z(t))$ 的作用下实现了两个混沌神经网络的同步.

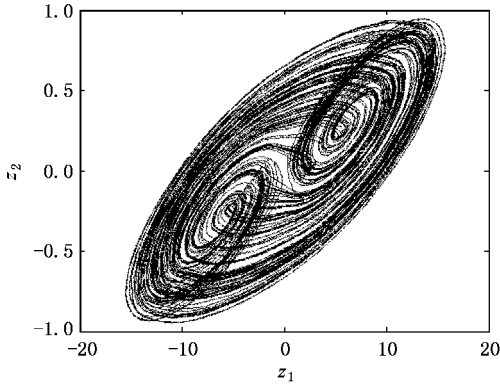


图 4 响应系统混沌吸引子

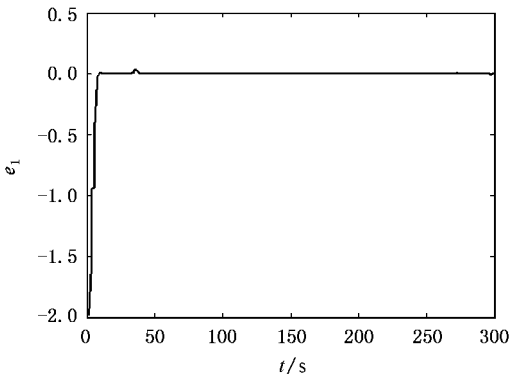


图 5 同步误差 e_1 曲线

4.2. 考虑如下混沌细胞神经网络^[15]

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 1.25 & -3.2 & -3.2 \\ -3.2 & 1.1 & -4.4 \\ -3.2 & 4.4 & 1 \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} g_1(x_1(t)) \\ g_2(x_2(t)) \\ g_3(x_3(t)) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (23)$$

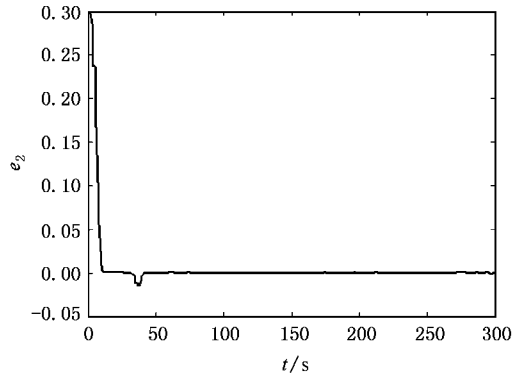


图 6 同步误差 e_2 曲线

其中, 激励函数为 $g_i(x_i(t)) = 0.5(|x_i(t) + 1| - |x_i(t) - 1|)$, $i = 1, 2, 3$.

当初始条件为 $x_0 = [0.03 \ -0.08 \ 0.1]^T$ 时, 神经网络的混沌吸引子如图 7 所示, 状态响应曲线如图 8 所示.

设计如下响应混沌神经网络:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \\ \dot{z}_3(t) \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} 1.25 & -3.2 & -3.2 \\ -3.2 & 1.1 & -4.4 \\ -3.2 & 4.4 & 1 \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} g_1(z_1(t)) \\ g_2(z_2(t)) \\ g_3(z_3(t)) \end{bmatrix} + u(t). \end{aligned} \quad (24)$$

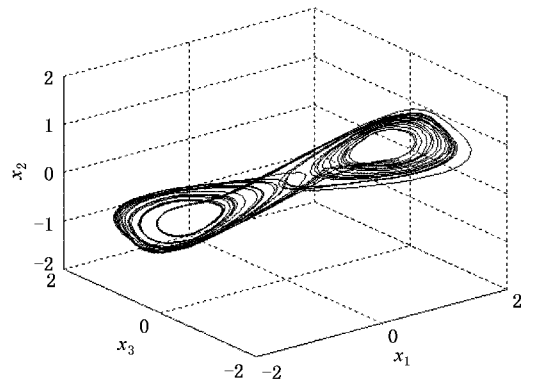


图 7 驱动系统混沌吸引子

对于给定参数, 根据定理 1, 得到如下结果:

$$P = \begin{bmatrix} 1.0650 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0641 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0647 \end{bmatrix},$$

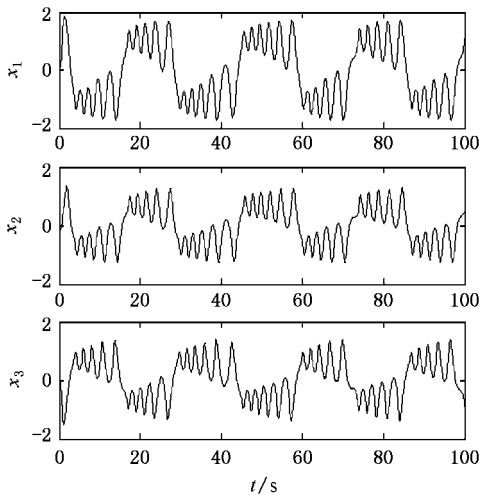


图 8 驱动系统状态响应曲线

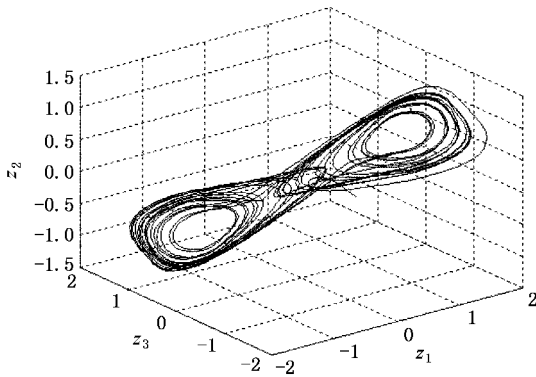


图 9 响应系统混沌吸引子

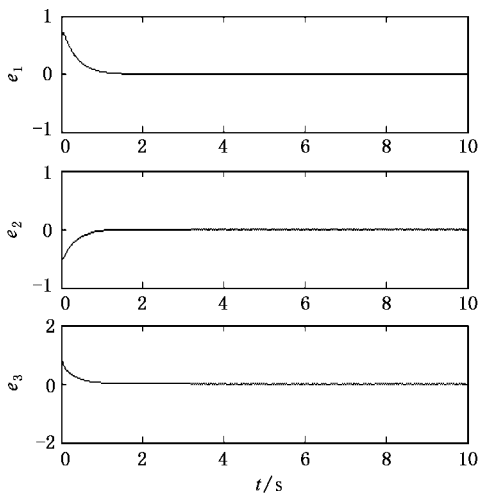


图 10 同步误差曲线

$$Q = \begin{bmatrix} 1.0650 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0641 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0647 \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.2789 & -0.1287 & 0.2241 \\ -0.1287 & 0.0968 & -0.1156 \\ 0.2241 & -0.1156 & 0.2178 \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1.3206 & 0.1280 & -0.2230 \\ 0.1280 & 1.5009 & 0.1151 \\ -0.2230 & 0.1151 & 1.3811 \end{bmatrix},$$

则

$$D = H^{-1}Y = \begin{bmatrix} 34.0523 & 9.5468 & -30.9968 \\ 9.5521 & 46.7699 & 15.5465 \\ -31.0026 & 15.5408 & 46.5058 \end{bmatrix}.$$

显然, D 不是对称矩阵.

在本例中, 由于 $\max(\sigma_i) = 1, \min(c_i) = 1$, 则根据文献 16 中的定理 1 有

$$\max(\sigma_i) (\|A\| + \|B\|) = 7.0099 > \min(c_i) + \lambda_{\min}(D) = 2.9541,$$

其中, $\|\cdot\|$ 表示 Euclid 范数, $\lambda_{\min}(D)$ 表示矩阵 D 的最小特征值, B 为零矩阵. 显然, 对于本例得到的控制器增益 D , 也不满足文献 16 的条件. 但若按文献 16 的方法, 则需要确定 6 个未知参数 (因为 D 是对称矩阵) 而如何选取这 6 个参数来满足定理条件, 却没有方法可循. 若对于高阶神经网络, 则待选择的参数更多, 进而控制器增益更难设计. 应用本文方法, 则可利用如内点法^[17]等求解线性矩阵不等式 (7) 进而很容易求出控制器增益矩阵.

当驱动系统的初始条件为 $x_0 = [0.03 \quad -0.08 \quad 0.1]^T$ 和响应系统的初始条件为 $z_0 = [-0.2 \quad 0.3 \quad -1.4]^T$ 时, 响应系统的混沌吸引子如图 9 所示, 同步误差曲线见图 10. 由此可见, 在同步控制律 $u(t) = D(x(t) - z(t))$ 的作用下实现了两个混沌神经网络的同步.

5. 结 论

本文研究了混沌神经网络同步控制问题, 基于驱动-响应同步法和线性矩阵不等式技术, 给出了混沌神经网络同步的充分条件, 并提供了一种简易的同步控制器设计方法, 仿真结果证明了所得结论的正确性.

- [1] Perora L M , Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
- [2] Carroll T L , Perora L M 1991 *IEEE Trans. Circuits Syst. I* **38** 453
- [3] Yu S M , Qiu S S 2000 *J. Guangdong Univ. Tech.* **17** 1 (in Chinese) [禹思敏、丘水生 2000 广东工业大学学报 **17** 1]
- [4] Yu L H , Fang J C 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4012 (in Chinese) [于灵慧、房建成 2005 物理学报 **54** 4102]
- [5] Sundar S , Minai A 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 456
- [6] Wang L , Zou X F 2004 *J. Compu. Appl. Math.* **167** 73
- [7] Wei J , Ruan S G 1999 *Phys. Lett. D* , 1999 **130** 255
- [8] Lu H T 2002 *Phys. Lett. A* **298** 109
- [9] Wang H X , He C 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2409 (in Chinese) [王宏霞、何晨 2003 物理学报 **52** 2409]
- [10] Gilli M 1993 *IEEE Trans. Circuits Syst. I* **40** 849
- [11] Qi H D , Qi L Q 2004 *IEEE Trans. Neural Networks* **15** 99
- [12] Li X M , Huang L H , Wu J H 2004 *IEEE Trans. Circuits Syst. I* **51** 2263
- [13] Huang Y S , Wu C W 2005 *IEEE Trans. Circuits Syst. II* **52** 181
- [14] Zhang H G , Wang Z S , Liu D R 2005 *Lecture Notes in Computer Science* **3519** 142
- [15] Chen G R , Zhou J , Liu Z R 2004 *Int. J. Bifurcation Chaos* **14** 2229
- [16] Cheng C J , Liao T L , Hwang C C 2005 *Chaos, Solitons and Fractals* **24** 197
- [17] Boyd S , El Ghaoui L , Feron E *et al* 1994 *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory* (Philadelphia : Society for Industrial and Applied Mathematics) Chap. 2

Global synchronization of a class of chaotic neural networks^{*}

Wang Zhan-Shan^{1,2)†} Zhang Hua-Guang¹⁾ Wang Zhi-Liang¹⁾

¹⁾ School of Information Science and Engineering , Northeastern University , Shenyang 110004 , China)

²⁾ Department of Information Engineering , Shenyang Ligong University , Shenyang 110168 , China)

(Received 4 July 2005 ; revised manuscript received 1 November 2005)

Abstract

This paper deals with the global asymptotic synchronization problem for a class of chaotic neural networks with delay. Using the drive-response conception and linear matrix inequality technique , two sufficient conditions are derived to guarantee the global synchronization of two chaotic neural networks with identical structure and different initial conditions , which also present a procedure to construct a synchronization controller. The controller gain can be achieved by solving a linear matrix inequality , and therefore , it is easily implemented in practice. Two illustrative examples are used to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords : Chaotic neural networks , synchronization , drive-response conception , linear matrix inequality

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science foundation of China (Grant Nos. 60534010 60572070 60521003) .

[†] E-mail zhanshan_wang@163.com