

基于直接延迟反馈的混沌反控制*

任海鹏^{1)†} 刘 丁²⁾ 韩崇昭¹⁾

1) 西安交通大学电子与信息工程学院, 西安 710049)

2) 西安理工大学自动化与信息工程学院, 西安 710048)

(2005 年 5 月 17 日收到, 2005 年 11 月 28 日收到修改稿)

在混沌有益时, 有目的地产生混沌已经成为混沌学研究的热点问题. 本文提出直接延迟反馈实现混沌的反控制, 在非混沌系统中产生了混沌. 该方法与间接延迟反馈控制方法相比, 控制更加简单, 更易于实现. 该方法与 Pyragas 提出的延迟反馈混沌控制方法的控制器结构相同, 因此, 这种直接延迟反馈控制方法可以在需要混沌时产生混沌, 不需要混沌时控制混沌, 实现混沌控制和反控制的统一, 为设计者提供最大的灵活性. 针对参数处于非混沌区的 Chen 系统和 Lorenz 系统的仿真结果表明了该混沌反控制方法的有效性.

关键词: 混沌, 反控制, 直接延迟反馈

PACC: 0545

1. 引 言

人们对混沌的研究已经有 40 年的历史, 对混沌问题的研究重点也从最初的发现和解释混沌现象发展到近年的控制和利用混沌现象^[1]. 对于混沌的控制问题, 自 1990 年, 著名的 OGY 方法^[2]被提出后, 人们已经提出很多控制方法并得到了广泛应用^[3-10]. 当混沌的存在对系统有害时, 这些方法能够消除混沌. 与混沌的控制问题相反, 混沌的反控制是指当混沌的存在对系统有益时, 有人为地产生或加强混沌. 例如, 混沌的存在有利于提高神经网络的性能^[11], 利用混沌提高信号和图像传输中的编码效率^[12, 13]; 混沌水平对流(Chaotic Advection)在液体混合过程和涉及到热交换的场合能够获得更好的效果^[14]; 混沌振动可以提高压路机和研磨机效率^[15, 16]等. 混沌现象的这些潜在应用使混沌反控制问题成为新的研究热点.

相对于混沌控制的研究, 混沌反控制的研究起步较晚. 1998 年, Chen 等提出针对离散系统进行混沌反控制的反馈控制方法, 使离散混沌系统产生了 Li-Yorke 意义下的混沌现象^[17]. 1999 年, Wang 等给

出了该方法的理论证明^[18]. 2000 年, Wang 和 Chen 等提出具有小幅值正弦函数形式的延迟反馈控制——间接延迟反馈控制, 并将其应用于线性最小相位系统、CHUA 电路、LORENZ 系统和感应电机中, 使它们产生了混沌现象^[19-23]. 2001 年, Tang 和 Chen 等人又提出采用绝对值反馈产生混沌, 并将这种机制应用于线性系统、DUFFERING 振子和无刷直流电动机^[24-26]. 最近几年, 人们又提出基于反馈线性化的混沌反控制方法^[27]、基于模糊神经网络的混沌反控制方法^[28]、采用分段线性控制函数的混沌反控制方法^[29-32]. 这些混沌反控制方法为混沌的工程应用进行了有益探索.

本文提出基于直接延迟反馈进行混沌反控制, 这种方法与 Pyragas 提出的用于混沌控制的延迟反馈方法^[4]具有相同的控制器结构. 采用本文所提出方法对参数处于非混沌区的 Chen 和 Lorenz 系统进行了混沌反控制, 受控系统出现的混沌吸引子、混沌时间序列及其功率谱和 Lyapunov 指数说明了该混沌反控制方法的有效性. 针对控制参数的混沌分岔图, 给出了控制参数的选择依据.

直接延迟反馈方法不同于前面提到的间接延迟反馈控制^[19-23], 首先, 从控制形式上来说, 直接延迟反馈控制方法不需经过正弦函数变换, 实现方法更

* 高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 20020698026、20040700010)和陕西省自然科学基金(批准号: 2003F028)资助的课题.

† E-mail: renhaipeng@xaut.edu.cn

为简单；其次，具有正弦形式的延迟反馈控制，对非线性系统进行控制时，必须进行反馈线性化，要找到适合的输出函数使系统能够满足反馈线性化条件，这样就使计算过程和实际的控制函数形式更为复杂。

从控制的角度看，人们希望能够采用一种统一的方法，在需要混沌时，产生混沌，在不需要混沌时，消除混沌，给设计者以最大的灵活性^[19, 33]。直接延迟反馈混沌反控制方法与 Pyragas 方法具有相同的结构，本文的结果将表明，直接延迟反馈控制方法既可以实现混沌反控制，又可以实现混沌的控制。在应用中可以根据实际需要，产生或消除混沌。

2. 基于直接延迟反馈的混沌反控制

采用直接延迟反馈的混沌反控制系统

$$\dot{x} = f(x) + u, \quad (1)$$

其中 $x \in R^n$ 为系统状态， $f(x)$ 是 x 的非线性函数， u 为控制量。在 $u = 0$ 时系统处于非混沌状态。

对上述非混沌系统采用直接延迟反馈控制，控制形式如下：

$$u = K(x(t - \tau) - x(t)), \quad (2)$$

其中 K 为 $n \times n$ 的方阵。

采用直接延迟反馈控制系统结构如图 1 所示。

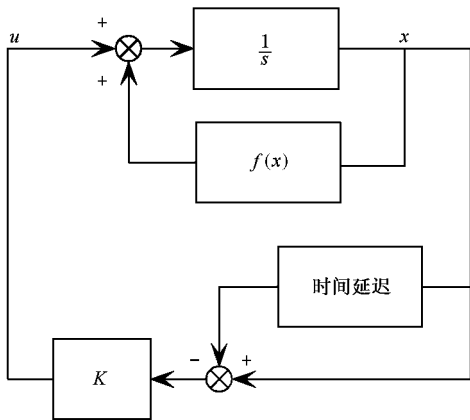


图 1 直接延迟反馈控制系统结构框图

采用(2)式所示的控制形式可以实现混沌的控制。文献[4]就是采用了上述控制方法实现混沌控制，在实际控制中通常 K 为对角阵，而且对角线元素只有一个不等于 0，因此控制形式十分简单。下面将仿真说明适当选择直接延迟反馈控制参数可以实

现非混沌系统的反混沌控制。

3. 仿真研究

3.1. Chen 系统的混沌反控制

1999 年，Chen 等发现一个与 Lorenz 系统拓扑不等价的新混沌系统，被称为 Chen 系统^[34]。文献[35, 36]进一步研究了 Chen 系统中参数分岔和混沌现象。Chen 系统的方程如下：

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x), \\ \dot{y} = (c - a)x - xz + cy, \\ \dot{z} = xy - bz. \end{cases} \quad (3)$$

由分析可知^[35, 36]，当 $a = 35, b = 3, c = 18$ 时系统处于非混沌状态。在这组参数下，系统的 3 个平衡点分别为

$$\begin{cases} O = (0, 0, 0), \\ C^- = (-\sqrt{3}, -\sqrt{3}, 1), \\ C^+ = (\sqrt{3}, \sqrt{3}, 1). \end{cases} \quad (4)$$

计算各平衡点处 Jacobian 矩阵的特征根可知， O 为不稳定平衡点，而另外两个为稳定平衡点。从任意初始状态出发，系统将根据初始条件所在的收敛域不同，稳定到相应的平衡点处。当系统初始状态分别为 $(0.1, 1, 0.1)$ 、 $(-0.1, -10, -0.1)$ 时，系统状态最终稳定到两个稳定平衡点之一，如图 2 所示。

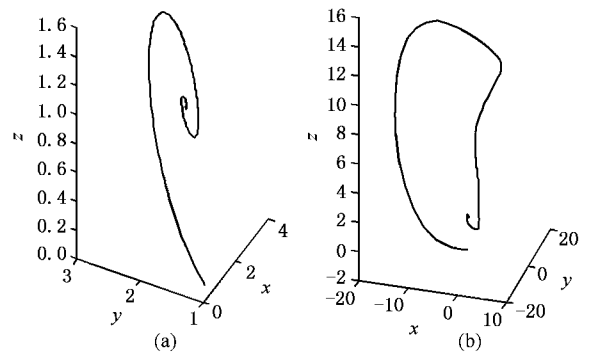


图 2 稳定 Chen 系统相图 (a) 初始状态 $(0.1, 1, 0.1)$ (b) 初始状态 $(-0.1, -10, -0.1)$

对于参数处于非混沌区域的 Chen 系统，施加直接延迟反馈控制，可以使系统出现稳定的极限环和混沌现象，为了简单起见，将直接延迟反馈控制仅施加在系统(3)的第 1 个方程上，即

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} \neq 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

此时,直接延迟反馈控制系统表示如下:

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x) + k_{11}(x(t) - x(t - \tau_1)), \\ \dot{y} = (c - a)x - xz + cy, \\ \dot{z} = xy - bz. \end{cases} \quad (5)$$

直接延迟反馈控制系统(5)在一些控制参数下会产生稳定的极限环,其相图和 x 时间序列如图 3 所示.图 3 各子图中上半部分为相平面图,下半部分为时间序列图.由图 3 可见,系统在直接延迟反馈作用下,由稳定的平衡点变为了稳定的周期运动.

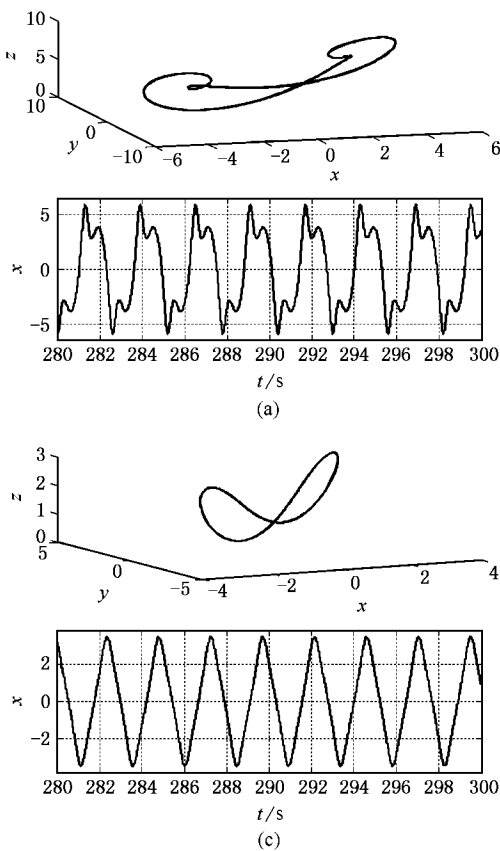
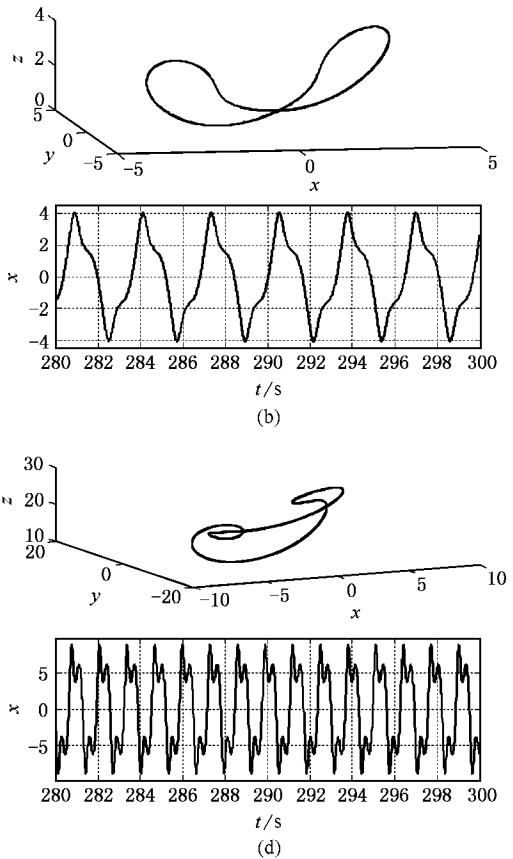


图 3 直接延迟反馈控制产生的极限环相平面图和时间序列图 控制参数 (a) $k_{11} = -5, \tau_1 = 1s$; (b) $k_{11} = -2, \tau_1 = -1s$; (c) $k_{11} = -2, \tau_1 = 0.5s$; (d) $k_{11} = -18, \tau_1 = 0.5s$

由图 6 可见,随着 k_{11} 的增大,系统从极限环运动逐渐过渡到混沌运动状态,同时混沌运动的边界逐渐扩大,运动变化过程比较复杂,在通向混沌的途径中存在若干周期窗口.由图 6(d)可知,当 $k_{11} = -23$ 存在高周期窗口,图 7(a)和(b)分别给出了此

取控制参数为 $k_{11} = -50, \tau_1 = 1.2s$,系统将表现出混沌运动,系统的混沌吸引子如图 4 所示.此时输出的混沌时间序列和该序列的功率谱如图 5 所示.混沌吸引子所对应的最大 Lyapunov 指数为 0.1938,由图 4、5 和其相应的 Lyapunov 指数可见采用直接延迟反馈控制方法,可以使稳定的系统产生混沌运动.

为了说明控制参数和系统运动状态的关系,采用庞加莱(Poincaré)截面^[37],可以得到当 $\tau_1 = 1.2$ 控制参数 k_{11} 的分岔图如图 6 所示,图 6(a)(b)(c)(d)为图 6(a)的局部放大图.由图 6 可以清晰的得到参数控制参数为不同值时,系统的运动状态的变化.



时的三维相轨迹图和时间序列及其功率谱.图 7 说明了此时系统处于周期运动状态.

当 $k_{11} = -10$ 时,延迟时间 τ_1 的混沌分岔图如图 8 所示,可以根据图 6 和图 8 选择控制参数使被控系统产生混沌.

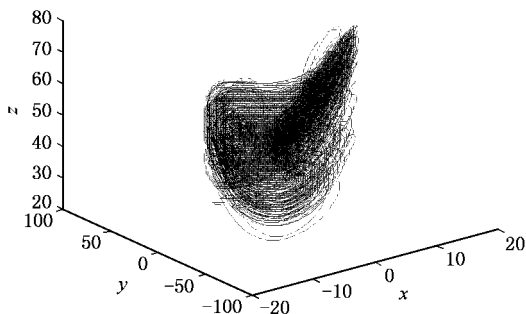


图 4 $k_{11} = -50, \tau_1 = 1.2s$ 时, 延迟反馈控制产生的混沌吸引子

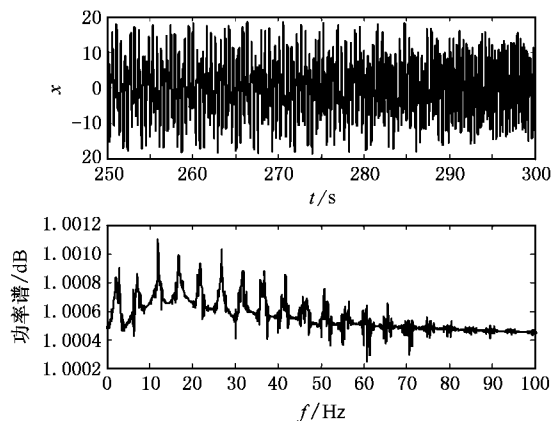


图 5 对应图 4 混沌吸引子的混沌时间序列和该序列的功率谱

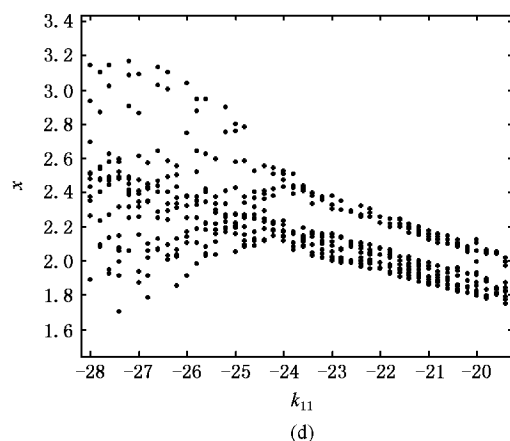
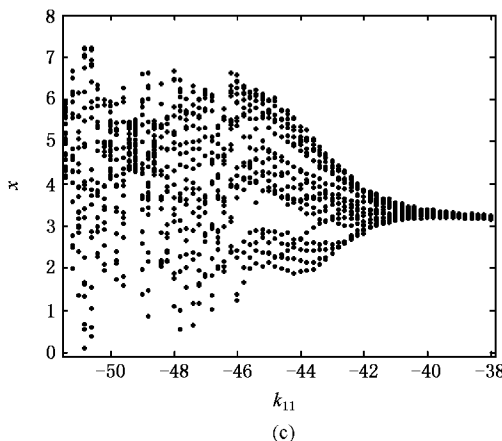
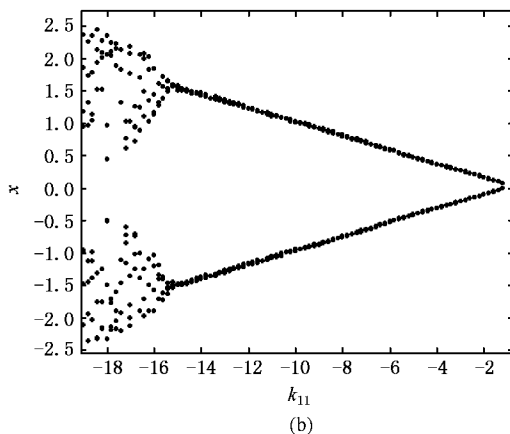
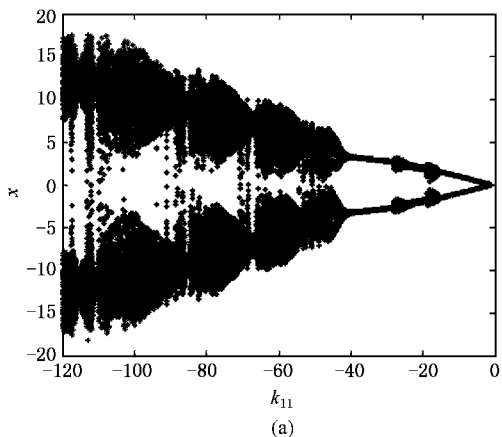


图 6 $\tau_1 = 1.2s$ 时, 控制参数 k_{11} 的混沌分岔图

如果选择延迟反馈矩阵为

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \neq 0 \end{bmatrix},$$

则受控 Chen 系统方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x), \\ \dot{y} = (c - a)x - xz + cy, \\ \dot{z} = xy - bz + k_{33}(x(t) - x(t - \tau_3)). \end{cases} \quad (6)$$

直接延迟反馈控制系统(6)关于参数 k_{33} 和 τ_3 的混沌分岔图如图 9 和 10 所示. 当控制参数为 k_{33}

$= 3.8, \tau_3 = 0.3$ 时,系统的相轨迹图如图 11 所示,对应的时间序列和功率谱如图 12 所示.此时,系统的

Lyapunov 指数为 1.0214.

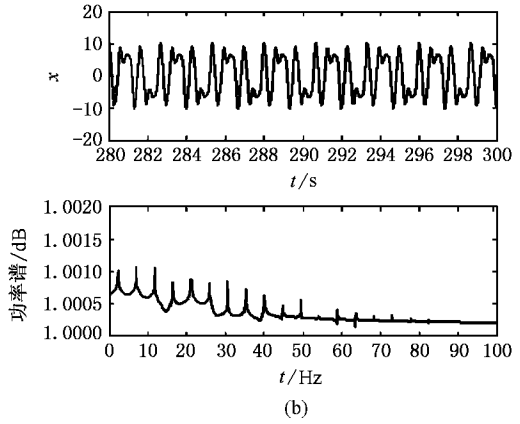
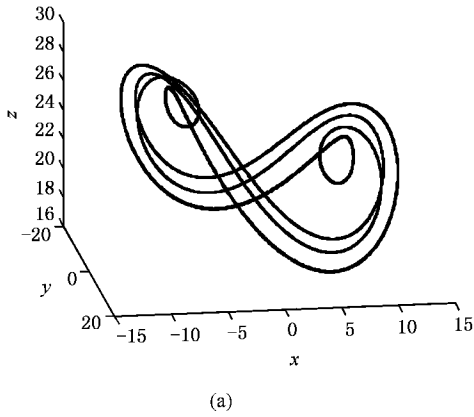


图 7 $\tau_1 = 1.2s, k_{11} = -23$ 时,系统(5)的三维相轨迹图(a)和时间序列及其功率谱(b)

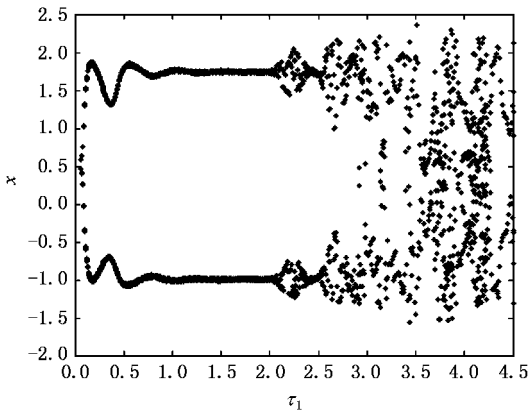


图 8 当 $k_{11} = -10$ 时,延迟时间 τ_1 的混沌分岔图

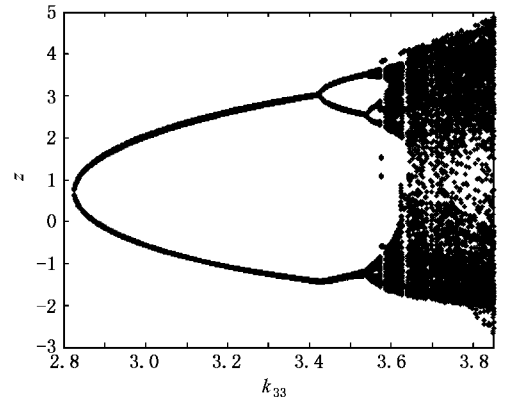


图 9 当 $\tau_3 = 0.3$ 时,参数 k_{33} 的混沌分岔图

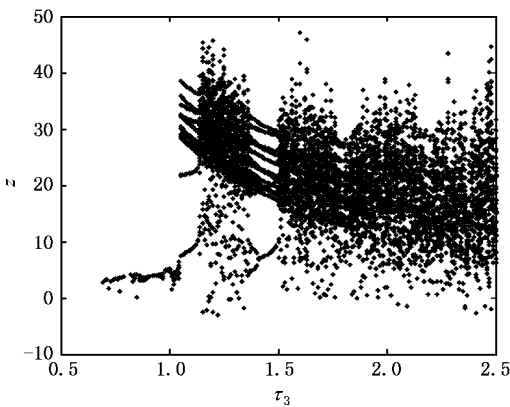


图 10 当 $k_{33} = 2$,参数 τ_3 的混沌分岔图

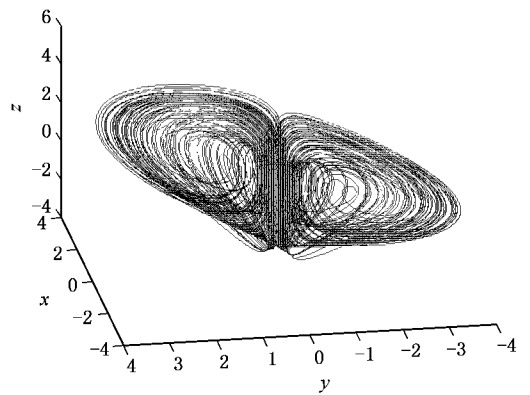


图 11 $k_{33} = 3.8, \tau_3 = 0.3$ 时,系统的混沌吸引子

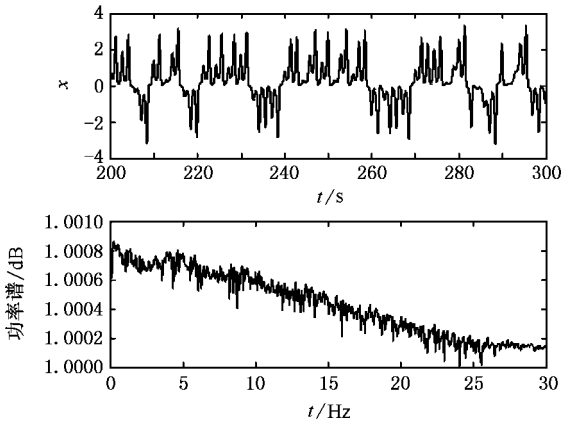


图 12 图 11 对应的时间序列和其功率谱

3.2. Lorenz 系统的混沌反控制

Lorenz 系统如下：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 = -x_2 - x_1x_3 + rx_1, \\ \dot{x}_3 = -bx_3 + x_1x_2, \end{cases} \quad (7)$$

取 $a = 10, b = 8/3$, 当 $0 < r < 1$ 时, 坐标原点为全局渐进稳定平衡点, 当 $1 < r < r_H \approx 24.74$ 时, 系统有两个局部稳定平衡点

$$\begin{aligned} C^+ &= (\sqrt{b(r-1)}, \sqrt{b(r-1)}, r-1), \\ C^- &= (-\sqrt{b(r-1)}, -\sqrt{b(r-1)}, r-1) \end{aligned} \quad (8)$$

当 $r > r_H$ 时, Lorenz 系统出现混沌运动^[38]. 取 $r = 5$, 系统有两个局部稳定的平衡点 $(3.27, 3.27, 4)$, $(-3.27, -3.27, 4)$. 系统将根据初始状态的不同, 稳定到两个平衡点之一, 初始状态分别为 $(-0.1, -0.1, 0.2)$ 和 $(3.1, -0.1, 0.2)$ 出发的两条相轨迹最终趋于两个不同的稳定平衡点, 如图 13(a) 和 (b) 所示.

对上述参数处于非混沌区的 Lorenz 系统采用直接延迟反馈控制, 取延迟反馈控制矩阵

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} \neq 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

则直接延迟反馈控制的 Lorenz 系统可以表示如下：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 = -x_2 - x_1x_3 + rx_1 + k_{22}(x(t) - x(t - \tau_2)), \\ \dot{x}_3 = -bx_3 + x_1x_2, \end{cases} \quad (10)$$

系统对于控制参数 k_{22} 和 τ_2 的参数分岔图分别如图

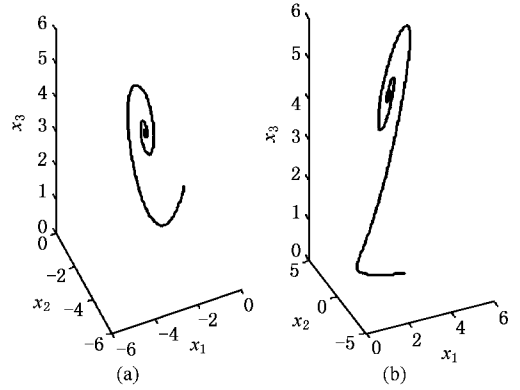


图 13 稳定 Lorenz 系统相轨迹图 (a)初始状态 $(-0.1, -0.1, 0.2)$ (b)初始状态 $(3.1, -0.1, 0.2)$

14 和图 15 所示. 取控制参数为 $k_{22} = 6.5, \tau_2 = 0.5$, 系统呈现出的混沌吸引子如图 16 所示. 此时系统的输出时间序列和功率谱如图 17 所示. 此时, 系统的最大 Lyapunov 指数为 0.1257.

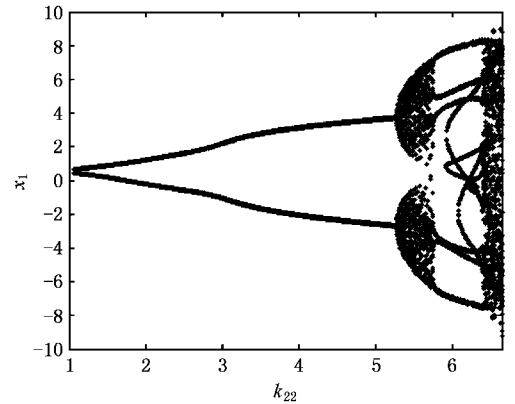


图 14 当 $\tau_2 = 0.5$ 时, 参数 k_{22} 的混沌分岔图

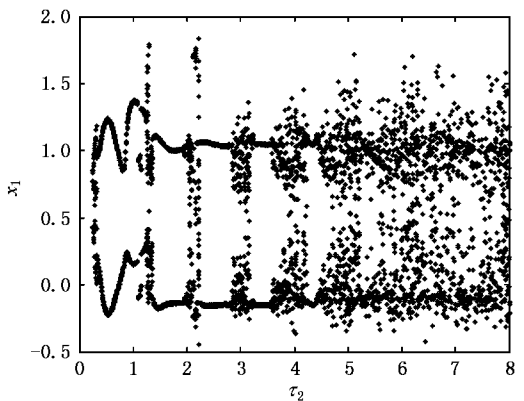


图 15 当 $k_{22} = 2$ 时, 参数 τ_2 的混沌分岔图

通过上面的仿真可知, 采用直接延迟反馈控制,

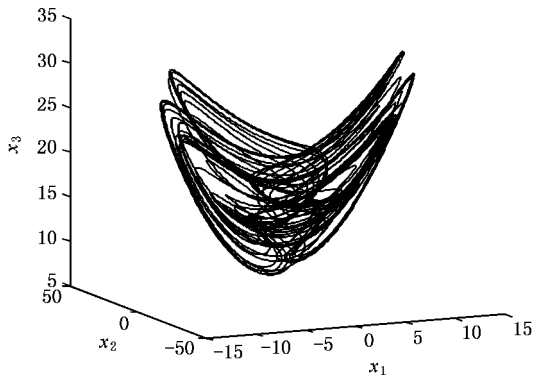


图 16 当 $k_{22} = 6.5$, $\tau_2 = 0.5$ 时, Lorenz 系统产生的混沌吸引子

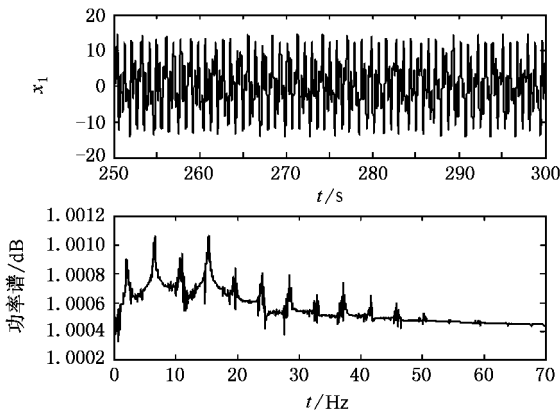


图 17 图 16 对应的混沌时间序列和功率谱

适当选择控制参数可以使稳定的 Chen 系统和 Lorenz 系统出现混沌运动,相轨迹图、时间序列、功率谱和 Lyapunov 指数说明了受控系统的混沌状态。

3.3. 讨论

(1) 直接延迟反馈方法可以通过适当选择反馈增益和延迟时间来使原来稳定的系统出现周期运动和混沌现象。当延迟时间一定时,随着反馈增益的增加,系统由稳定的平衡点过渡到周期运动状态;反馈增益继续加大,系统产生混沌吸引子,混沌吸引子是

由其中轨道局部的扩张和全局的吸引不断地相互作用而产生的,反馈增益主要决定产生的混沌吸引子的运动范围,反馈增益越大反馈的能量越大,轨道的变化范围也越大,从而使混沌的吸引区域变大;当反馈增益大到一定程度时,反馈的能量足够大,以致于摆脱了吸引子吸引机制的作用从而脱离了混沌吸引子,使系统的运动从新变为幅度更大的周期运动,最终可能使系统完全发散。

(2) 对于间接延迟反馈控制^[19-23],由于采用了具有正弦形式的延迟反馈,理论证明中将连续系统近似成等效的离散系统,由于等效的离散系统具有周期有界函数的形式,可以产生 Li-Yorke 意义下的混沌^[19,39]。直接延迟反馈的机理比较复杂,但可以合理地推测,当延迟反馈控制参数一定时,系统出现了横截异宿轨道,从而出现了斯梅尔(Smale)马蹄意义下的混沌现象^[40]。这一点将在另文专门研究。

4. 结 论

本文提出采用直接延迟反馈实现混沌的反控制,该控制方法与间接延迟反馈混沌反控制方法相比,更加简单更加易于实现。该方法与 Pyragas 提出的延迟反馈混沌控制方法具有相同的结构,因此,该方法可以在需要时产生混沌,在不需要时消除混沌为设计者提供更大的灵活性。该方法产生的混沌运动理论上具有无穷维,应用于保密通信将具有更好的保密效果。

延迟反馈控制系统具有丰富的动力学特性,本文利用该特性产生了周期运动和混沌现象。数值仿真得到的控制器参数分叉图给出了控制器参数的选择依据。理论上,延迟反馈产生混沌的机理将是进一步的研究方向。

任海鹏感谢与香港城市大学陈关荣教授的讨论。

[1] Chen G 2001 *J. Sys. Sci. Complex* **14** 32
 [2] Ott E, Grebogi C, Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
 [3] Chen G, Dong X 1992 *Int. J. Bifurcation and Chaos* **2** 407
 [4] Pyragas K 1992 *Phys. Lett. A* **170** 421
 [5] Hu G, Xiao J H, Zheng Z G 2000 *Chaos Control* (Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) (in Chinese) [胡 岗、萧井华、郑志刚 2000 混沌控制(上海:上海科技教育出版社)]

[6] Guan X, Chen C, Fan Z 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 753 (in Chinese) [关新平、陈彩莲、范正平 2002 物理学报 **51** 753]
 [7] Ren H, Liu D 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 982 (in Chinese) [任海鹏、刘 丁 2002 物理学报 **51** 982]
 [8] Zhang H, Ma X 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2415 (in Chinese) [张 浩、马西奎 2003 物理学报 **52** 2415]
 [9] Tang G, Luo X 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 15 (in Chinese) [唐国宁、罗晓曙 2004 物理学报 **53** 15]

- [10] Gao J , Liang Z 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2454 (in Chinese) [高峰、梁占红 2004 物理学报 **53** 2454]
- [11] Aihara K , 2002 *Proceeding of IEEE* **90** 919
- [12] Abel , Schwarz W 2002 *Proceeding of IEEE* **90** 691
- [13] Chen G *et al* 2004 *Chaos , Solutions and Fractals* **21** 749
- [14] Ottino J M *et al* 1992 *Science* **257** 754
- [15] Long Y *et al* 2000 *Engineering Science* **2** 76 (in Chinese) [龙运佳等 2000 中国工程科学 **2** 76]
- [16] Ito Shunji *et al* 1998 *Journal of the Japan Society for Precision Engineering* **64** 748
- [17] Chen Guanrong , Lai Dejian 1998 *International Journal of Bifurcation and Chaos* **8** 1585
- [18] Wang X F , Chen G 1999 *International Journal of Bifurcation and Chaos* **9** 1435
- [19] Wang X F , Chen G , Yu X 2000 *Chaos* **10** 771
- [20] Wang X F , Chen G 2000 *IEEE Trans. on Circuits and Systems I* **47** 410
- [21] Wang X F , Chen G , Kim F Man 2001 *IEEE Trans. on Circuits and Systems I* **48** 641
- [22] Wang X F *et al* 2001 *IEEE Trans. on Circuits and Systems I* **48** 1151
- [23] Zhu H *et al* 2004 *Proceeding of the Chinese Society for Electrical Engineering* **24** 156 (in Chinese) [朱海磊等 2004 中国电机工程学报 **24** 156]
- [24] Tang Kit-Sang *et al* 2000 *IEEE Trans. on Circuits and Systems I* **48** 636
- [25] Zhong G , Kim F Man , Chen G 2001 *International Journal of Bifurcation and Chaos* **11** 865
- [26] Ge Zh *et al* 2004 *Chaos , Solutions and Fractals* **22** 1165
- [27] Guan X *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2216 (in Chinese) [关新平等 2002 物理学报 **51** 2216]
- [28] Ren H P *et al* 2003 *Control theory and applications* **20** 768
- [29] Lü J H *et al* 2002 *Chaos* **12** 344
- [30] Zheng Z *et al* 2003 *Chaos , Solutions and Fractals* **17** 768
- [31] Tao J *et al* 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1682 (in Chinese) [陶建武等 2004 物理学报 **53** 1682]
- [32] Lü J H *et al* 2004 *IEEE Trans. on Circuits and Systems I* **51** 1151
- [33] Ricardo Chacón 2001 *Physics Review Letters* **86** 1737
- [34] Chen G , Ueta Tetsushi 1999 *International Journal of Bifurcation and Chaos* **9** 1465
- [35] Ueta Tetsushi , Chen G 2000 *International Journal of Bifurcation and Chaos* **10** 1917
- [36] Lü J H , Zhou T , Chen G , Zhang S 2002 *International Journal of Bifurcation and Chaos* **12** 2257
- [37] Parker Thomas S , Chua Leon O 1993 *Practical numerical algorithms for chaotic systems* (New York : Springer-Verlag) p37
- [38] Stewart I 2000 *Nature* **406** 948
- [39] Celka P 1997 *Physica D* **104** 127
- [40] Liu Z R 1994 *Perturbation Criteria for Chaos* , (Shanghai : Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) (in Chinese) [刘曾荣 1994 混沌的微扰判据 (上海 : 上海科技教育出版社)]

Anticontrol of chaos via direct time delay feedback ^{*}

Ren Hai-Peng^{1,2)†} Liu Ding²⁾ Han Chong-Zhao¹⁾

1 *✉ School of Electronic and Information Engineering , Xi 'an Jiaotong University , Xi 'an 710049 ,China)*

2 *✉ School of Automation and Information Engineering , Xi 'an University of Technology , Xi 'an 710048 ,China)*

(Received 17 May 2005 ; revised manuscript received 28 November 2005)

Abstract

Purposely generating chaos when useful becomes an increasing focus of chaos research. Direct time delay feedback is proposed for anticontrol of chaos , which generates chaos from non-chaotic systems. Compared with the indirect time delay feedback , direct time delay feedback control is simple and easy to realize. The proposed method has the same structure as the time delay feedback method proposed by Pyragas for chaos control , therefore , the proposed method can generate chaos when it is useful , and eliminate chaos , when it is harmful , which will provide the designer with maximum flexibility. Simulations with nonchaotic Chen system and Lorenz system show the effectiveness of the proposed method.

Keywords : chaos , anticontrol , direct time delay feedback

PACC : 0545

^{*} Project supported in part by Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education (Grant Nos. 20020698026 , 20040700010) , and Natural Science Foundation of Shaanxi Province (Grant No. 2003F028) .

[†] E-mail : renhaipeng@xaut.edu.cn