

周期性分层介质高反射区范围的分析与估计^{*}

郑奎松[†] 葛德彪

(西安电子科技大学理学院, 应用物理系, 西安 710071)

(2005 年 11 月 9 日收到, 2005 年 11 月 30 日收到修改稿)

对于具有周期单元的分层介质材料高反射区的波长范围, 提供一种简明的估计分析方法. 基于 Floquet 定理, 分析了有限周期单元分层介质的光子带隙特性, 给出分层介质的高反射区波长范围. 讨论了分层介质高反射区和周期单元禁带之间的关系. 计算表明, 高反射区和周期单元禁带的中心波长彼此一致. 并且, 随着分层介质周期单元数的增多, 高反射区的深度和带宽就越接近于周期单元禁带的深度和宽度. 最后, 讨论周期分层介质的光子带隙特性与入射角及其与极化的变化关系.

关键词: 分层介质, 带隙特性, 周期单元, 高反射区

PACC: 4270Q, 7865

1. 引 言

在工程应用领域, 类似于光子晶体(PBG)的周期结构的研究一直是热点课题^[1-4], 这种人造结构组成材料的折射率是周期性变化的. 当电磁波照射周期结构时, 某些频率不能在其中传播而形成“截止区”或者“高反射区”, 而某些频率的电磁波却可以顺利的透射过去, 这就是周期结构的传输特性. 最近, 在光纤设计中引入光子晶体将产生超连续谱的现象^[5]引起人们极大关注.

相对而言, 具有相同周期单元的一维分层介质最为简单, 易于制备, 应用也广. 现在有多种计算方法用来分析一维分层介质的电磁波色散特性及频域响应, 主要有: 时域有限差分(FDTD)方法、特征矩阵方法、平面波展开法及有限元法等^[6-8]. 文献[9]利用传播矩阵方法给出了由两种折射率不同的介质组成周期单元的有限多分层介质的反射率和透射率.

对于已经制成的具有周期结构的分层介质, 本文研究给出一种对其“高反射区”波长范围估计的方法. 首先基于 Floquet 定理分析了分层介质的传输特性, 给出反射系数随入射波波长的变化情形, 讨论了分层介质的光子带隙特性, 然后, 讨论了周期单元的色散特性, 给出周期单元禁带范围的估计公式; 最

后, 结合分层介质的传输特性和周期单元的色散特性, 分析得到了有限周期单元分层介质的高反射区和周期结构的带隙之间的关系, 指出根据周期单元禁带的范围可以估计出具有相同结构的分层介质高反射区的波长范围. 本文所提供的方法为设计和调整有限周期单元分层介质的性能提供了一种简明思路.

2. 一维分层介质中的波

2.1. 有限周期单元分层介质

设有沿 z 方向的分层介质, 其中第 m 层厚度为 l , 如图 1 所示. 设入射面为 xoz , 先考虑垂直极化(TE 波)情形, 假设第 1 个界面和第 $N+1$ 个界面处的电磁场分量分别 E_1, H_1 和 E_{N+1}, H_{N+1} , 由均匀介质中平面波的传播特性可以得到对所有 N 层分层介质的传输方程

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ H_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{N+1} \\ H_{N+1} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix}$$

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 60371018)资助的课题.

[†] E-mail: kszheng@126.com

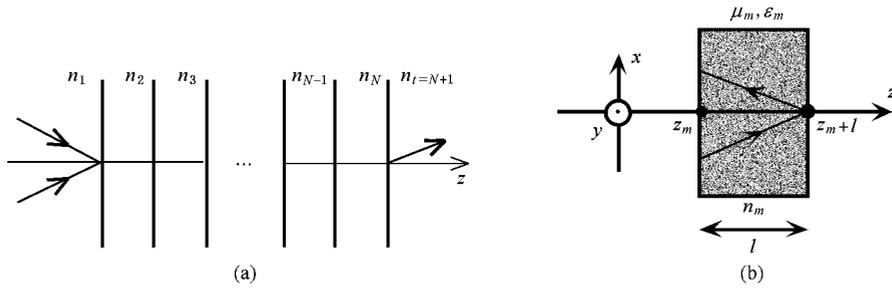


图 1 有限多分层介质 (a) 分层介质 (b) 分层介质的第 m 层

$$\cdot \begin{bmatrix} A_3 & B_3 \\ C_3 & D_3 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} A_N & B_N \\ C_N & D_N \end{bmatrix}$$

和

$$\begin{cases} \eta_m = \frac{\omega \mu_m}{k_{mz}}, \\ A_m = \cos(k_{mz}l), \\ B_m = -j\eta_m \sin(k_{mz}l), \\ C_m = -j \frac{\sin(k_{mz}l)}{\eta_m}, \\ D_m = \cos(k_{mz}l), \end{cases} \quad (2)$$

$(m = 1, 2, \dots, N)$

由此可以求得有限多分层介质的反射系数和透射系数为

$$R = \frac{A + B/\eta_{N+1} - \eta_1(C + D/\eta_{N+1})}{A + B/\eta_{N+1} + \eta_1(C + D/\eta_{N+1})}, \quad (3)$$

$$T = \frac{2}{A + B/\eta_{N+1} + \eta_1(C + D/\eta_{N+1})}, \quad (4)$$

反射率和透射率定义为

$$r = |R|^2 \text{ 和 } t = |T|^2. \quad (5)$$

对于有限周期单元分层介质 (1) 式可以改写为如下形式:

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ H_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{\text{unit}} & B_{\text{unit}} \\ C_{\text{unit}} & D_{\text{unit}} \end{bmatrix}^{N_T} \cdot \begin{bmatrix} E_{N+1} \\ H_{N+1} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中 $\begin{bmatrix} A_{\text{unit}} & B_{\text{unit}} \\ C_{\text{unit}} & D_{\text{unit}} \end{bmatrix}$ 为周期结构中周期单元的传输矩阵, N_T 为周期单元的个数. 然后利用 (6) 式得到矩阵 $ABCD$, 代入 (3) 式和 (4) 式即可求出反射系数和透射系数.

运用对偶原理, 即 $E \rightarrow H, H \rightarrow -E$ 和 $\mu \rightarrow \epsilon, \epsilon \rightarrow \mu$, 可将上面垂直极化情况公式过渡到水平极化时的公式.

2.2. 周期单元禁带范围的估计

不失一般性及分析的方便性, 考虑两种不同折

射率交替变化构成的周期结构的一个周期单元, 并且入射波垂直照射周期结构的情况. 根据 Floquet 定理, 对于图 2 所示的无限多层的周期结构, 空间沿 z 方向相距为一个周期单元 (周期为 d) 的两点之间的场 $U(z)$ 和 $U(z+d)$ 存在一定的幅值衰减和相差^[10], 即

$$U(z+d) = U(z) \exp(-jKd) \quad (7)$$

上式中的 K 为复数传播常数. 考虑图 2 所示的一个周期单元, 其中 d 为组成周期单元的厚度, 即 $d = a + b$ (其中 $c = 0$), a 和 b 分别为构成周期单元的两种介质的厚度. 为了公式推导方便, 将周期单元分界面 z 处和 $z+d$ 处的电磁场分量分别记做 E_1, H_1 和 E_2, H_2 , 利用 Floquet 定理可写成如下的关系式:

$$\begin{aligned} E_2 &= E_1 \exp(-jKd), \\ H_2 &= H_1 \exp(-jKd), \end{aligned} \quad (8)$$

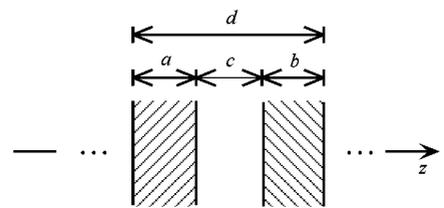


图 2 周期结构

为了得到在 z 方向上的复传播常数 K , 将 (8) 式代入 (1) 式得到含特征值矩阵方程组, 具体表达形式如下:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_2 \\ H_2 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} E_2 \\ H_2 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

其中 $\lambda = \exp(jKd)$ 为该矩阵方程的特征值. 该特征值可以通过求解系数矩阵来得到, 即

$$\begin{vmatrix} A - \lambda & B \\ C & D - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (10)$$

求解 (10) 式可以得到两个关于 λ 的特征值, 分别对

应于 $\exp(\pm jKd)$, 且分别代表沿 z 轴的正向行波和负向行波. 因此可以得到复传播常数 K 的表达式为

$$Kd = -j \ln \left[\frac{A+D}{2} \pm j \sqrt{1 - \left(\frac{A+D}{2} \right)^2} \right] \quad (11)$$

上式取“+”可化简为^[11]

$$Kd = \cos^{-1} \frac{A+D}{2}, \quad (12)$$

方程(12)是求解复传播常数 K 的基本表达式. 若 $|(A+D)/2| < 1$ 则 K 为实数, 代表导行波. 对应的频率范围称为通带, 此时落在该范围内的电磁波能够通过周期结构. 若 $|(A+D)/2| > 1$ 则 K 为复数, 代表瞬逝波. 对应的频率范围称为禁带, 此时落在该范围内的电磁波被阻挡而不能透过. $|(A+D)/2| = 1$ 是通带和禁带的分界点.

设构成周期结构的两种材料折射率分 $n_a = \sqrt{\epsilon_a}$, $n_b = \sqrt{\epsilon_b}$, 其中 ϵ_a, ϵ_b 分别为构成周期结构单元两种介质的相对介电常数, 则周期结构的(即设计波长) λ_{center} 为^[8]

$$\lambda_{\text{center}} = 2(n_a a + n_b b), \quad (13)$$

同样(6)式和(12)式可以很容易的推广到入射波斜入射的情况和周期单元为多种不同介质材料的情况. 只要将式中的参数 A, B, C 和 D 引入方向角或者材料的相应的电磁参数就可以了.

3. 数值模拟及讨论

设如图 1(a)所示的有限周期单元分层介质具有和图 2 所示的相同的周期单元. 假设周期单元由 3 种介质构成, 其中介质层 a 和 b 分别为 MgF_2 ($\epsilon_a = 5.5225$) 和 ZnS ($\epsilon_b = 1.9044$), 厚度各为 61.7nm 和 105nm, 在介质层 a 和 b 之间有一空气层 c , 其厚度为 30nm. 利用(3)式可以求得平面波垂直入射时, 周期数为 3 和周期数为 10 时有限周期单元分层介质的反射系数, 反射系数随波长的变化见图 3. 此外, 由(12)式可以计算由同一种周期单元组成的周期结构的禁带和通带范围, 如图 4 所示. 根据(13)式可以算出周期结构的中心波长 λ_{center} 约为 640nm.

比较图 3 和图 4 可知, 由有限周期单元分层介质高反射区的中心波长和周期结构禁带的中心波长是相吻合的, 都约为 640nm.

以中心波长两边反射率为零所对应的波长间隔作为高反射区的带宽, 图 3 表明, 有限周期单元分层

介质的高反射区带宽的中心波长不随着空间周期数的变化而改变; 同时, 高反射区的带宽随着空间周期数的增多而逐渐变窄, 最后接近于周期结构的禁带带宽, 并且, 随着空间周期数的增多, 高反射区内反射系数也越接近于 1.

观察图 3 和图 4, 图 3 中有限周期单元分层介质的高反射区与图 4 所示周期结构的禁带区域相对应, 只是图 3 中空间周期数为 3 时曲线与图 4 有所差别. 但将有限周期单元分层介质的空间周期数由 3 增大到 10 后, 高反射区的带宽与图 4 中周期结构禁带的带宽就彼此相同. 在图 3 给出的波长范围内, 这样的高反射区共有 3 处: I 区是中心高反射区, 波长范围约为 540—790nm; II 区和 III 区是两个次高反射区, 其波长范围分别为 307—343nm 和 200—230nm. 在短波段还有其他次级高反射区; 图 4 也存在类似的同样波长范围的禁带区域.

利用提供的估计方法同样可以给出入射波斜照射周期结构和入射波极化改变时禁带的波长范围, 只要将公式中相应的量引入方位角和极化情况就行. 例如图 5 给出了入射波以 30° 入射角照射周期结构的禁带范围; 图 6 给出了入射波平行极化(TM波)时禁带的波长范围.

综上所述, 有限周期单元分层介质高反射区的带宽与周期结构禁带的带宽密切相关. 在实际应用中, 通过计算周期单元禁带的中心波长和带宽来推断出有限周期单元分层介质高反射区的中心波长和最窄带宽, 这包括入射角的改变和入射波极化的改变等各种情况, 这给设计和调整有限周期单元分层介质的性能提供了一种可行的思路.

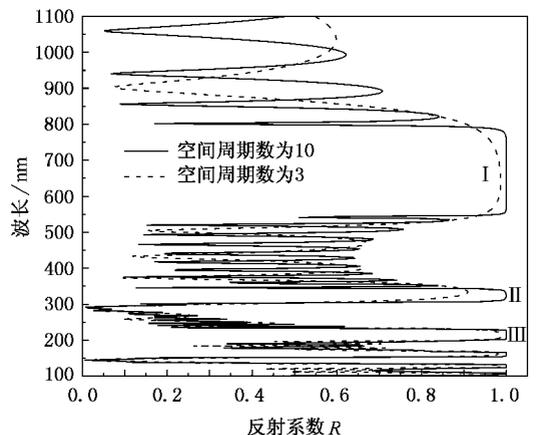


图 3 有限周期单元分层介质随波长变化的反射系数

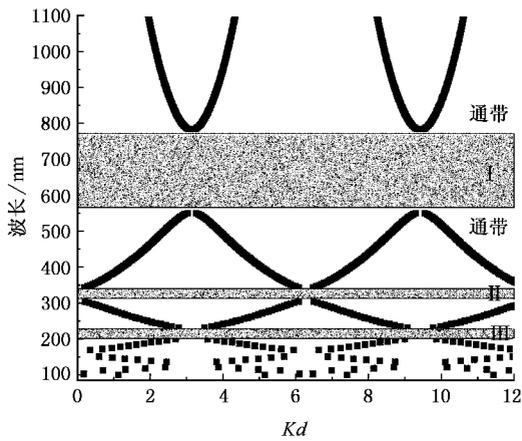


图 4 周期结构的通带和禁带范围(阴影区为禁带)

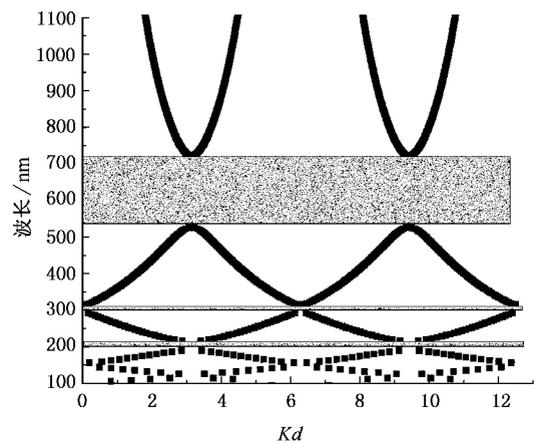


图 6 水平极化(TM波)入射时的禁带范围(30°入射)

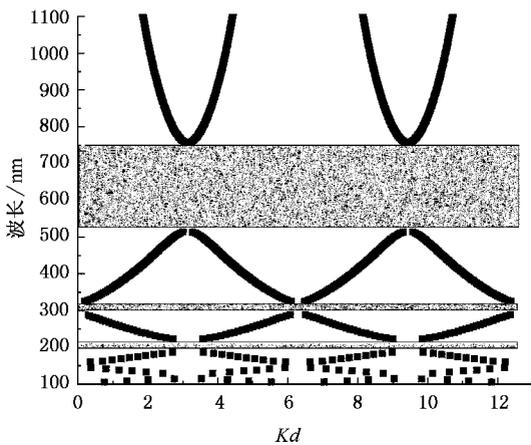


图 5 入射角为 30°时禁带的范围

4. 结 论

基于 Floquet 定理研究了一维周期结构的色散特性,讨论了周期结构禁带和通带的特性.据此分析了有限周期单元分层介质的传输特性.通过分析周期结构的禁带特性可以确定有限周期单元分层介质的高反射区波长范围.本文分析方法推广到组成周期材料为色散和有耗的情况将是下一步研究内容.本文方法给设计和调整有限周期单元分层介质的性能提供了一种简明有效途径.

- [1] Yablonovitch E 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2059
- [2] Liu N H 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1418 (in Chinese) [刘念华 2003 *物理学报* **52** 1418]
- [3] Shen L F , He S L , Wu L 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1133 (in Chinese) [沈林放、何赛灵、吴 良 2002 *物理学报* **51** 1133]
- [4] Zhou P , You H Y , Wang S Y *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2276 (in Chinese) [周 鹏、游海洋、王松有 等 2002 *物理学报* **51** 2276]
- [5] Husakou A V , Herrmann J 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 203901
- [6] Ge D B , Yan Y B 2005 *FDTD Method of Electromagnetic Wave* (Xi 'an : Xidian University Press) p279 [葛德彪、闫玉波 2005 *电磁波时域有限差分方法* (西安 : 西安电子科技大学出版社) 第 279 页]
- [7] Thevenot M , Reineix A , Jecko B 1999 *Microwave and Optical Technology Letters* **21** 25
- [8] Wang H , Li Y P 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2172 (in Chinese) [王 辉、李永平 2001 *物理学报* **50** 2172]
- [9] Kong J A 2002 *Electromagnetic Wave Theory* (Higher Education Press) p392 [孔金瓯 2002 *电磁波理论* (北京 : 高等教育出版社) 第 392 页]
- [10] Akira I 1991 *Electromagnetic Wave Propagation , Radiation , and Scattering* (New Jersey : prentice Hall) p43
- [11] Kohn G A , Kohn T M 1987 *Handbook of Mathematical* (BeiJing : Worker Press) p620 [G. A. 科恩、T. M. 科恩 1987 *数学手册* (周民强等译) (北京 : 工人出版社) 第 620 页]

Estimation method of high-reflecting region of periodic layered media^{*}

Zheng Kui-Song[†] Ge De-Biao

(Department of Physics , Xidian University , Xi 'an 710071 , China)

(Received 9 November 2005 ; revised manuscript received 30 November 2005)

Abstract

A concise method of estimating high-reflection range for layered media composed of finite periodic unit is presented. Based on the Floquet theorem, the photonic bandgap properties of periodic layered media are analyzed, and the wavelength range of high-reflection region for periodic layered media is discussed. The relation between high-reflection region of layered media and forbidden band of the periodic unit is discussed. Numerical results show that the center wavelength of high-reflection region coincides with the one of the forbidden band of periodic unit. Furthermore, as the periodic unit number of layered media is increased, the depth and width of high-reflection region become close to those of forbidden band of the periodic unit. Finally, the variations of photonic bandgap properties of periodic layered media with respect to the incidence angle and polarization have also been discussed.

Keywords : layered media, bandgap property, periodic unit, high-reflection region

PACC : 4270Q, 7865

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60371018).

† E-mail : kszheng@126.com