

# 光子晶体光纤中高阶非线性效应所致啁啾的研究

王 晶<sup>†</sup> 时延梅

(中国海洋大学光学光电子实验室, 青岛 266071)

(2005 年 10 月 17 日收到 2005 年 12 月 12 日收到修改稿)

利用广义非线性薛定谔方程, 分别数值计算了光子晶体光纤( Photonic Crystal Fiber, PCF )中的受激拉曼散射( Stimulated Raman Scattering, SRS )所致啁啾、自陡( Self-steepening, SS )所致啁啾及综合各种效应所得的总啁啾. 计算结果表明 SRS 啁啾的中心漂移而且正、负啁啾不对称, SS 啁啾主要集中在脉冲的后沿, 各种非线性总啁啾增大. 由此得出, SRS 引起频谱的红移与不对称, 而 SS 则对频谱的不对称展宽贡献最大, 各种非线性总的作用结果将产生不对称的红移的超连续( Supercontinuum, SC )谱.

关键词: 啁啾, 超连续谱, 受激拉曼散射, 自陡

PACC: 4625, 4280M, 4265C

## 1. 引 言

超连续谱产生的研究是当今光通讯领域中的热点问题, 而在光子晶体光纤中产生超连续谱更是吸引了众多研究者<sup>[1,2]</sup>. 光子晶体光纤又被称为多孔光纤( holey fiber )或微结构光纤( microstructured fiber ), 其概念最初由 Russell 等人在 1992 年提出, 并在 1996 年由南安普敦大学的 Knight 等人首先制作成功. 由于其特殊的色散和非线性、可在很宽的谱带内支持单模传输且在可见光波段具有反常色散等特性, 光子晶体光纤比传统光纤更易产生超连续谱, 且谱的平坦性更好, 需要的抽运功率更低. 渴望在光通信、飞秒激光脉冲压缩、飞秒脉冲相位控制及光频标测量等领域加以应用.

迄今, 对光纤中产生 SC 谱的原因主要有两种看法, 一种认为自相位调制( Self-phase modulation, SPM )效应是 SC 谱产生的原因<sup>[3]</sup>; 另一种则认为 SC 谱是 SPM, SRS 四波混频( Four-wave mixing, FWM )等非线性及高阶色散综合作用的结果<sup>[4-6]</sup>. 然而, 对于光纤中 SC 谱产生机理的研究还不多见, 本文基于脉冲传输所满足的广义非线性薛定谔方程的基础上, 采用分步傅里叶方法, 从 SPM, SRS 及 SS 等非线性效应在脉冲传输过程中所产生啁啾( 以下简称为

SPM 啁啾、SRS 啁啾及 SS 啁啾 )的角度, 试图解析各种非线性效应在超连续谱的产生中所起的作用.

## 2. 传输方程

飞秒激光脉冲在光子晶体光纤中传输, 由于通常所用光纤长度比吸收长度小很多, 故可忽略光纤的损耗, 在计入 SS、SRS 等高阶非线性并不考虑高阶色散时, 由广义非线性薛定谔方程描述<sup>[7]</sup>, 即

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \xi} = & \frac{i}{2} \operatorname{sgn}(\beta_2) \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} \\ & + iN^2 \left[ |u|^2 u + is \frac{\partial}{\partial \tau} (|u|^2 u) \right. \\ & \left. - \tau_R u \frac{\partial |u|^2}{\partial \tau} \right], \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $u$  为归一化振幅,  $\tau$  为归一化时间, 归一化距离  $\xi = \frac{z}{L_{ds}}$ ,  $L_{ds} = \tau_p^2 / \beta_2$  为色散长度,  $\beta_2$  为群速度( GVD )参量  $\operatorname{sgn}(\beta_2) = \pm 1$ , 由  $\beta_2$  的符号决定,  $L_{nl} = 1 / \gamma P_0$  为非线性长度,  $\gamma$  是非线性系数,  $P_0$  为输入脉冲峰值功率,  $N^2 = \frac{L_{ds}}{L_{nl}}$  为孤子阶数, 自陡系数  $s = 1 / \omega_0 \tau_p$ ,  $\tau_R$  为拉曼系数. 等式右边依次为色散效应、自相位调制、自陡、脉冲内拉曼散射, 自陡系数  $s$ 、拉曼系数  $\tau_R$  分别表征自陡和脉冲内拉曼散射效应.

<sup>†</sup> E-mail: wjing@ouc.edu.cn

在光纤中传输的脉冲可写成  $u(\xi, \tau) = |u(\xi, \tau)| \exp(i\phi(\xi, \tau))$ , 式中  $\phi(\xi, \tau)$  是与时间有关的位相, 而位相的这种瞬时变化说明光脉冲的中心频率  $\omega_0$  与两侧有不同的瞬时光频率, 其差值  $\delta\omega = \omega - \omega_0$  便表征脉冲的频率变化情况, 于是便将  $\delta\omega$  称为频率啁啾(简称啁啾), 其定义式为  $\delta\omega = -\frac{\partial\phi}{\partial\tau}$ , 式中的负号是由于推导式(1)的过程中, 电场的快变部分取的是  $\exp(-i\omega_0 t)$ . SC 谱的产生就是新频率分量不断产生和不断变化的过程, 故下面从啁啾的角度来研究非线性效应对 SC 谱产生的贡献.

### 3. 数值计算与分析

为清晰看到各种非线性效应对频谱展宽的作用, 在  $\beta_2 < 0$  ( $\text{sgn}(\beta_2) = -1$ ) 的条件下, 下面将对 SPM 啁啾、SRS 啁啾、SS 啁啾及综合各非线性效应所得的总啁啾分别进行研究, 并加以分析.

由于方程(1)无法解析求解, 故采用分步傅里叶变换方法数值求解, 并进而得到啁啾演变图.

在数值计算时, 对初始脉宽  $100\text{fs}$  ( $\tau_p = 60\text{fs}$ ) 中心波长为  $800\text{nm}$  的光脉冲, 在直径为  $2\mu\text{m}$  光子晶体光纤(零色散波长为  $767\text{nm}$ ) 中传输, 各参数取值如下<sup>[7]</sup>:  $n_2 = 3 \times 10^{-20} \text{m}^2/\text{W}$ ,  $A_{\text{eff}} = 3.14 (\mu\text{m}^2)$ ,  $\gamma = 75 (\text{W} \cdot \text{km})^{-1}$ ,  $L_{\text{ds}} = 60\text{cm}$ ,  $N^2 = 45.01$ ,  $s = 1/141.37$ ,  $\tau_R = 0.0244$ .

#### 3.1. SPM 啁啾

当只考虑 SPM 效应时, 则(1)式变为

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{i}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + iN^2 |u|^2 u, \quad (2)$$

数值模拟便可得出 SPM 效应与群速度色散 GVD 共同作用所产生的啁啾. 图 1 便是脉冲传输一个孤子周期  $\xi_0 = \frac{\pi}{2}$  上的啁啾演变. 从图 1 看到, 脉冲前沿产生负啁啾, 后沿产生正啁啾, 啁啾在前后沿是对称的. 随着传输距离的增加, 啁啾的强度也不断增大. 这恰可解释在产生 SC 谱的初始阶段新的频谱分量是对称展宽的. 因为在 SC 谱产生的初始阶段, 脉冲主要是 SPM 和反常色散的联合作用的结果<sup>[8]</sup>. 可见 SPM 效应对称地展宽了频谱.

因为只有高阶孤子方可产生 SC 谱<sup>[9]</sup> (2)式中孤子阶数  $N^2 = \frac{L_{\text{ds}}}{L_{\text{nl}}} = \frac{\tau_p^2 \gamma P_0}{\beta_2}$  与非线性系数  $\gamma$  和入射

脉冲的峰值功率  $P_0$  有关. 而由于 PCF 具有强非线性, 在  $\beta_2$  值一定的条件下, 对同一脉冲在 PCF 中传输所对应的孤子阶数  $N^2$  也就较高, 所以, 对于 PCF 而言更容易产生 SC 谱. 而且, SPM 在 PCF 中所致的啁啾的峰值要比在普通光纤中的 SPM 啁啾峰值大得多, 这就是说 SPM 效应在 PCF 中展宽的频谱宽度要远大于在普通光纤中所展宽的宽度.

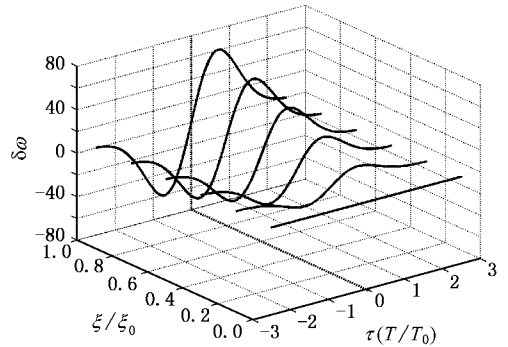


图 1 SPM, GVD 所致啁啾演变图

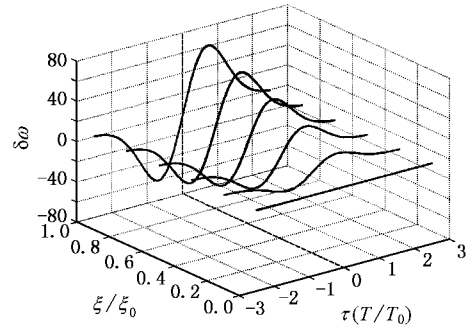


图 2 SRS, SPM 和 GVD 共同所致的啁啾演变图

#### 3.2. SRS 啁啾

当同时考虑 SPM 和 SRS 非线性效应时传输方程(1)变为

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{i}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + iN^2 \left[ |u|^2 u - \tau_R u \frac{\partial |u|^2}{\partial \tau} \right] \quad (3)$$

$\tau_R$  取为  $0.0244$ , 数值计算脉冲传输一个孤子周期, SRS、SPM 与 GVD 效应共同作用所产生的啁啾, 见图 2.

从图 2 看到, 啁啾走向上似乎与图 1 (无 SRS) 没什么差别, 脉冲前沿产生负啁啾(红移), 后沿产生正啁啾(蓝移). 但其实不然, 不妨对传输 1 个孤子周期处的 SRS 啁啾的中心区域放大进行观察, 见图 3. 这时便可以清晰看到啁啾中心已经发生漂移, 这是因

为脉冲前沿负啁啾的推进速度越来越快,将啁啾中心不断提升推移到了后沿.另外,就是啁啾不再对称,尽管啁啾整体向后沿提升致使啁啾中心漂移,但负啁啾的峰值绝对值要大于正啁啾的峰值.经计算当脉冲传到大约 150 个孤子周期时,二者之差就已达到 1 个数量级了,这说明红移的谱宽大于蓝移的谱宽.反映到频谱图上就是随着脉冲的传输,低频波不断产生并向脉冲后沿移动,即发生红移现象,并且红移的谱得到极大展宽.解释其原因就是由于拉曼增益谱与短波部分有重合,致使能量从谱的蓝端转移到红端,在此过程,脉冲的孤子特性未变,仅是中心频率的孤子向长波长处移动,这就是孤子自频移.

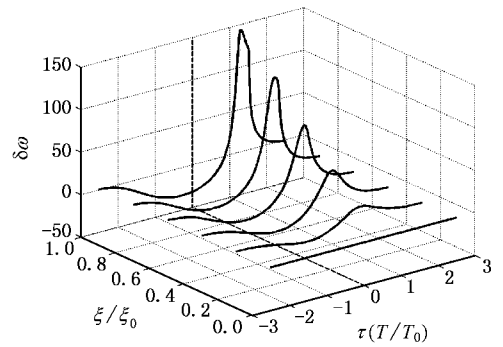


图 4 SS, SPM 和 GVD 共同所致的啁啾演变图

变图.由图 4 可见,啁啾中心快速平移且啁啾整体向后沿提升,尤其是啁啾在后沿明显变得陡峭起来.随着脉冲的传输,啁啾的这种不对称性越来越显著,并且后沿峰值急剧增大.

为了解释图 4 啁啾的变化,图 5 作出了脉冲在 3 个不同位置处所产生的啁啾(图 5(a))及其相应的位相(图 5(b)).由下而上依次是  $\xi = 0.2\xi_0, 0.6\xi_0, 1.0\xi_0$  位置处所对应的啁啾和位相.参照图 5(b)的位相图便可知图 5(a)啁啾如此变化的原因.由于脉冲的位相中心随着传输距离的延长向后沿快速漂移,相应地表现在啁啾图上就是随着传输距离的延长,整个啁啾向脉冲后沿推进;同时由于位相中心的漂移致使位相在后沿的部分很快地变得陡峭起来,相应地表现在啁啾图上就是后沿啁啾峰值急剧增大,接近峰值处变得尖锐并不规则,以致整个啁啾也就不对称起来.从 SS 产生啁啾的特点可以深入理解 SS 效应的作用结果. SS 效应乃是由于群速度与光强度有关,因而使得脉冲的峰值部分比两翼传输得慢.而且由于 PCF 的强非线性,峰值延迟得更快,使脉冲中心平移,进而导致后沿变陡.相应的其频谱展宽也就变得不对称,因而 SS 效应对 SC 谱的不对称展宽起了重要作用.同时从图 4 的演变中也可以看出

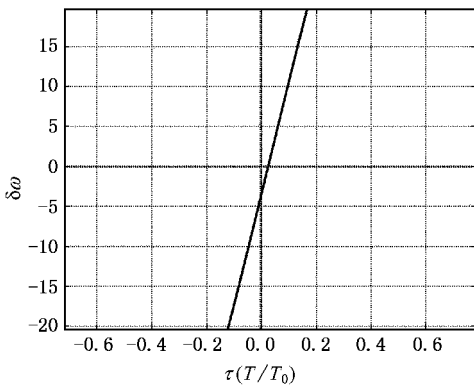


图 3 传输 1 个孤子周期的 SRS 啁啾中心放大图

### 3.3. SS 啁啾

为突出 SS 效应,在此只考虑 SPM 和 SS 非线性效应,则(1)式写为

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{i}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + iN^2 \left[ |u|^2 u + is \frac{\partial}{\partial \tau} (|u|^2 u) \right], \quad (4)$$

其中  $s = 1/141.37$ ,其余参数取值同上,数值计算满足(4)式的脉冲传输一个孤子周期所产生的啁啾.图 4 便是 SS, SPM 与 GVD 效应下数值模拟出的啁啾演

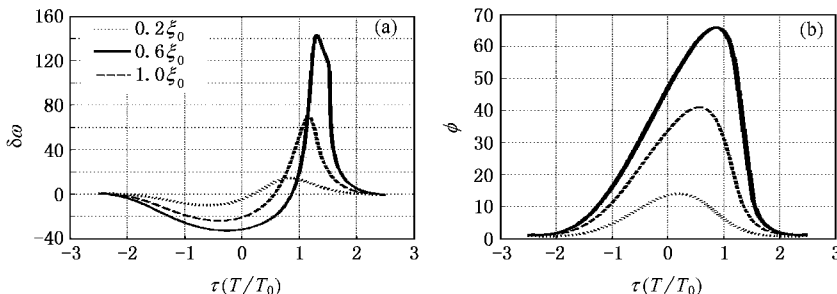


图 5 传输  $0.2\xi_0, 0.6\xi_0$  和  $1.0\xi_0$  处的啁啾(a)及相应的位相(b)

自陡是一种累积效应,随着传输距离的延长,SS 效应越来越强,即 SS 效应对频谱的不对称展宽的作用也就越来越显著。

### 3.4. SPM, SRS 与 SS 所致总啁啾

上面分别对各种非线性效应所致啁啾的分析旨在说明其各自对 SC 谱的影响,实际传输中,应将 SPM, SRS 和 SS 等非线性效应同时加以考虑,所满足的传输方程即是(1)式。

选择同上参数,数值计算得出各效应共同作用所得的总啁啾演变图,见图 6。总啁啾集中了各种啁啾的特性,为了能够更清楚看到总啁啾的变化趋势,

将传到一个孤子周期上的 SRS 啁啾、SS 啁啾和总啁啾作对比(见图 7)。由图 7 看到总啁啾不仅整体向后沿偏移,而且后沿的峰值要高于 SS 效应作用下的后沿的啁啾峰值,接近峰值处的总啁啾变得更加尖锐。这说明综合考虑各种非线性效应时,各个因素之间相互作用,各非线性特性交叉叠加,总非线性加强。如脉冲中心漂移现象加强和自陡效应加剧,故而总啁啾发生了图 7 所示的变化。

## 4. 结 论

综合上述讨论,通过对各种非线性效应所致啁啾的研究可得出以下结论:SPM 啁啾前后沿的对称传输,说明在 SPM 效应下,频谱是对称展宽的;SRS 啁啾的中心发生漂移,负啁啾峰值的绝对值大于正啁啾的峰值,这说明在 PCF 中, SRS 将主要导致频谱红移,而这与在实验中已发现的频谱红移现象<sup>[10]</sup>是吻合的,并且由于红移现象, SRS 对频谱的不对称展宽有一定贡献;对于 SS 啁啾而言,其整体向后沿提升,后沿的主峰急剧增大并变得不规则起来,这说明在 PCF 中 SS 效应使脉冲峰值延迟得更大,表现在 SC 谱中就是 SS 效应主要引起了频谱的不对称展宽,这便可解释文献 7 中的现象。此外,通过对综合各种效应所得的总啁啾进行分析得出,各种非线性效应之间相互作用使得总啁啾后沿的峰值强度更高,接近峰值处变得更加尖锐和不规则,这说明由各种非线性效应引起的一些特性得到了加强,如脉冲中心的漂移加速、峰值延迟加快等,相应地表现在频谱图上就是频谱的红移现象及不对称展宽也就得到了加强。因此,在 PCF 中产生的 SC 谱是群速度色散、自相位调制、受激拉曼散射和自陡共同作用的结果,只是各自所起的作用不同,最终产生不对称的红移超连续谱。

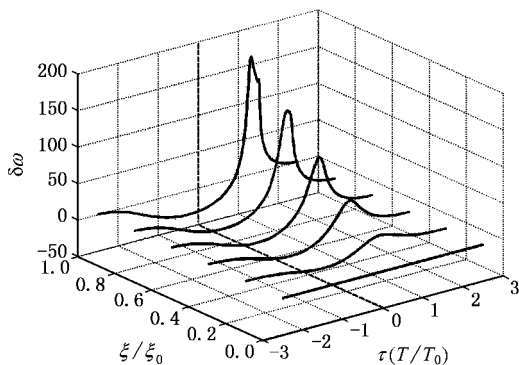


图 6 总啁啾演变图

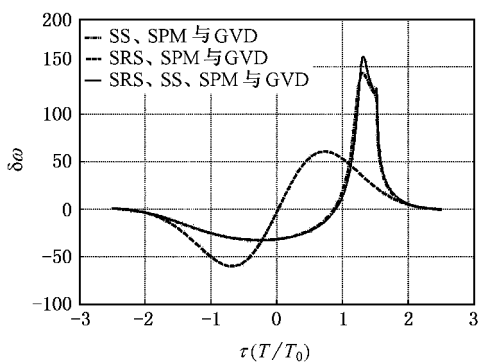


图 7 传输一个孤子周期的 SRS 啁啾、SS 啁啾及总啁啾

[1] Hu M L, Wang Q Y, Li Y F *et al* 2004 *Chin. Phys. Soc.* **53** 4243 (in Chinese) [胡明列、王清月、栗岩峰等 2004 物理学报 **53** 4243]

[2] Li S G, Ji Y L, Zhou G Y *et al* 2004 *Chin. Phys. Soc.* **53** 478 (in Chinese) [李曙光、冀玉领、周桂耀等 2004 物理学报 **53** 478]

[3] Jia D F, Ding Y K, Hu Z Y *et al* 2004 *Optoelectronics · Laser* **15** 615 (in Chinese) [贾东方、丁永奎、胡志勇等 2004 光电子·激光 **15** 615]

[4] Genty G, Lehtonen M, Ludvigsen H 2002 *Optics Express* **10** 1084

[5] Nicolas Y, Joly, Fiorenzo G Omenetto, Anatoly Efimov *et al* 2005 *Optics Communications* **248** 283

- [ 6 ] <http://www.optics.unm.edu/sbahae/physics555/termpapers05/Seletskiy-Supercontinuum.pdf> 光 **15** 1453 ]
- [ 7 ] Cheng C F , Wang X F , Lu B 2004 *Chin. Phys. Soc.* **53** 1827 ( in Chinese ) [ 成纯富、王晓方、鲁波 2004 物理学报 **53** 1827 ]
- [ 8 ] Han W , Wu J H , Wen S C *et al* 2004 *Optoelectronics. Laser* **15** 1453 ( in Chinese ) [ 韩文、吴锦花、文双春等 2004 光电子·激光 **15** 1453 ]
- [ 9 ] Karen Marie Hilligsoe , Henrik Norgaard Paulsen , Jan Thogersen *et al* 2003 *J. Opt. Soc. Am. B* **20** 1887
- [ 10 ] Yan P H , Ruan S C , Du C L *et al* 2003 *Acta Photonica Sinica* **32** 1300 ( in Chinese ) [ 阎培光、阮双琛、杜晨林等 2003 光子学报 **32** 1300 ]

## Study of chirps induced by the higher-order nonlinear effects in the photonic crystal fiber

Wang Jing<sup>†</sup> Shi Yan-Mei

( *Optics and Optoelectronics Laboratory , Ocean University of China , Qingdao 266071 , China* )

( Received 17 October 2005 ; revised manuscript received 12 December 2005 )

### Abstract

Based on nonlinear Schrödinger equation , the stimulated Raman scattering ( SRS ) chirp , self-steepening ( SS ) chirp and total chirps induced by all nonlinear effects in photonic crystal fiber ( PCF ) are simulated numerically . The results show that the center of SRS chirp wanders and the chirps of the leading edge and the trailing edge are asymmetrical , the central SS chirp mainly shifts to the trailing edge , and the total chirps increases . Thus , SRS leads to the shift of spectrum to the longer wavelength and the asymmetric broadening of spectrum , and SS is the most important contributor to the asymmetry spectrum broadening . Consequently , asymmetrical red-shift supercontinuum ( SC ) spectrum is finally resulted due to all nonlinear effects mentioned above .

**Keywords** : chirp , supercontinuum spectrum , stimulated Raman scattering , self-steepening

**PACC** : 4625 , 4280M , 4265C

<sup>†</sup> E-mail : wjing@ouc.edu.cn