

四维系统中多涡卷混沌吸引子的仿真研究

王发强 刘崇新 逯俊杰

(西安交通大学电气工程学院,西安 710049)

(2005 年 6 月 15 日收到,2005 年 10 月 2 日收到修改稿)

通过构造一个新的非线性函数,研究一种新型四维系统多涡卷混沌信号发生器,这种多涡卷混沌信号发生器的主要特征是随着自然数 n 的增加,能产生 $2n+2$ 个多涡卷混沌吸引子,通过改变控制参数 k 可以改变多涡卷混沌吸引子的混沌边界,并在 EWB 平台上设计了具体的电路,进行仿真实验验证.

关键词:四维混沌系统,多涡卷混沌吸引子,非线性函数

PACC:0545

1. 引言

近年来,由于混沌在工程领域中存在广泛的应用前景而引起广泛的关注和获得了深入的研究^[1,2]. 特别是由于蔡氏电路结构简单,但能显示出分叉和混沌复杂的动力学特性而成为一个重要的研究对象,在此基础上,人们对比混沌动力学行为更复杂的多涡卷混沌吸引子也进行了一些初步的研究,主要是用分段线性函数^[3-5]、阶梯波^[6]、正弦函数^[7]、时滞函数^[8]等各种方法来产生多涡卷混沌吸引子,然而,在文献 3 中存在涡卷的大小很不均匀并且数量有限,在文献 5 中虽找到了产生任意涡卷的分段线性奇函数中转折电压的递推规律,但由于转折点电压计算公式较麻烦,而且后一次转折点的电压值与前一次转折电压值相关,则比较容易出错. 因此,研究新的多涡卷混沌产生的方法,在理论上和实际应用中都具有重要的价值.

本文通过构造一种新的非线性函数,不需要进行复杂的数学推导,能在四维系统中产生 $2n+2$ 个大小均匀的多涡卷混沌吸引子,并且还发现该混沌系统在参数 k 的变化下,其多涡卷混沌吸引子的幅值也发生变化,从而达到对多涡卷混沌吸引子的混沌边界的控制,以满足在工程领域中实际的需要. 并基于 EWB 平台,构建具体电路实现该多涡卷混沌吸引子,给出仿真实验结果.

2. 新型四维混沌系统的提出及其分析

文献 9,10 所提出的变型蔡氏混沌电路,其四维系统中双涡卷混沌吸引子的无量纲归一化四阶状态方程可表示为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \alpha(y - h(x)), \\ \dot{y} &= x - y + z, \\ \dot{z} &= -\beta(y - w), \\ \dot{w} &= -\gamma_2(z + \gamma_1 w), \end{aligned} \quad (1)$$

选择非线性函数

$$h(x) = \lambda(xk - \text{sgn}(kx)), \quad (2)$$

当系统参数 $\alpha = 10, \beta = 15, \gamma_1 = 16, \gamma_2 = 0.05, \lambda = 0.6, k = 1$, 有如图 1 所示的双涡卷混沌吸引子.

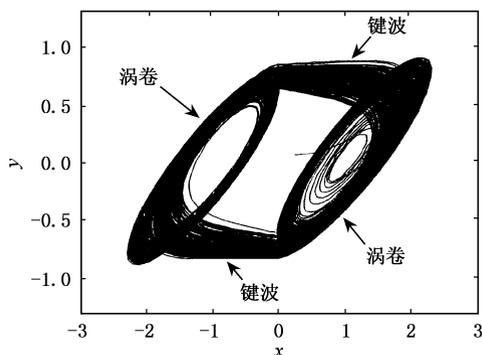


图 1 双涡卷混沌吸引子

而非线性函数 $h(x)$ 是由三个分段线性函数组成,其对应的三个区域为 $x < 0, x = 0, x > 0$, 分别称为 D_{-1}, D_0, D_1 , 如图 2 所示,其中 D_{-1}, D_1 中对应

正斜率 λk ,形成两个向外扩展的涡卷运动^[11,12] ,而 D_0 则对应于斜率 $-\infty$,形成键波运动^[13] ,在两个涡卷运动之间通过键波运动联系起来 ,就形成了一个双涡卷混沌吸引子 .

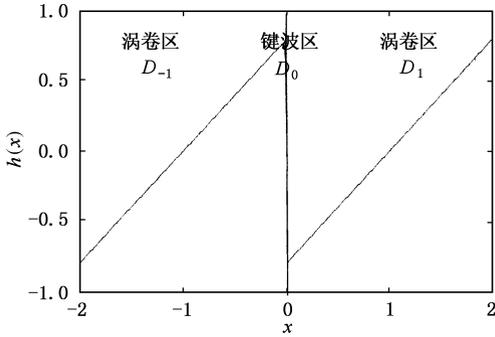


图2 产生双涡卷混沌吸引子的 $h(x)$ 图像及区域表示

在双涡卷混沌吸引子的基础上 ,通过建立一个具有一定规律的含有多个分段函数的 $h(x)$,即

$$h(x) = \lambda \left(kx - \sum_{i=-n}^n \text{sgn}(kx + 2i) \right), \quad (3)$$

则可产生 $2n + 2$ 个涡卷混沌吸引子 ,当 $n = 0$ 时 ,则产生上面所述的双涡卷混沌吸引子 .在此 ,以产生 10 涡卷混沌吸引子为例进行分析 ,这种分析方法还可以扩展到此类其他多涡卷混沌吸引子的分析之中 .为分析方便 ,令 $\lambda = 1, k = 1$.当 $n = 4$,则产生 10 涡卷混沌吸引子 ,其 $h(x)$ 的表达式可表示为

$$h(x) = x - \sum_{i=-4}^4 \text{sgn}(x + 2i), \quad (4)$$

其图像如图 3 所示 .

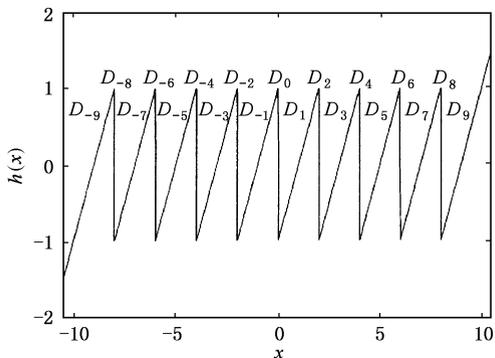


图3 产生 10 涡卷混沌吸引子的 $h(x)$ 图像及区域表示

不管从数学分析的角度还是从图像直观的看 ,都可以得出 $D_{\pm 2m}$ 对应于斜率为 $-\infty$ 的键波运动 ,而 $D_{\pm(2m+1)}$ 则对应于斜率为正的涡卷运动 ($m = 0, 1, \dots, n$) .

从而形成 $2n + 2$ 个涡卷混沌吸引子 ,当 $n = 4$ 时 ,则产生 10 个涡卷混沌吸引子 .把 λ, k 代入后 ,只不过改变了分段区域的划分以及分段区域内函数的斜率 ,并没有改变 $h(x)$ 的图像的形状 .因此 ,上述的数学分析可以扩展到 λ, k 为任何实数的情况 .又由于各个分段区域的函数斜率均相等 ,则能产生大小均匀的多涡卷混沌吸引子 .

3. 四维多涡卷混沌吸引子的数值仿真

采用 Matlab 进行仿真 ,用四阶 Runge-Kutta 法求解微分方程 ,其系统参数为 $\alpha = 12, \beta = 15, \gamma_1 = 16, \gamma_2 = 0.05$;系统的初始值为 $x(0) = 0.24, y(0) = 0.06, z(0) = 0, w(0) = 0.01$.

当取 $\lambda = 0.8, n = 1, k = 1$ 时 ,其相图如图 4 所示 ;图 5 表示 $\lambda = 0.7, n = 2, k = 1$ 的相图 ;图 6 表示 $\lambda = 0.7, n = 3, k = 1$ 的相图 ;图 7 表示 $\lambda = 0.7, n = 4, k = 1$ 的相图 ;图 8 表示 $\lambda = 0.7, n = 5, k = 1$ 的相图 ;图 9 表示 $\lambda = 0.4, n = 2, k = 2$ 的相图 .

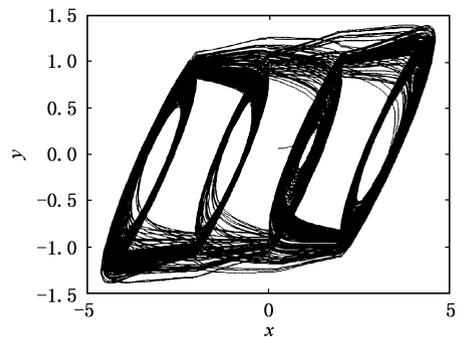


图4 4 涡卷混沌吸引子

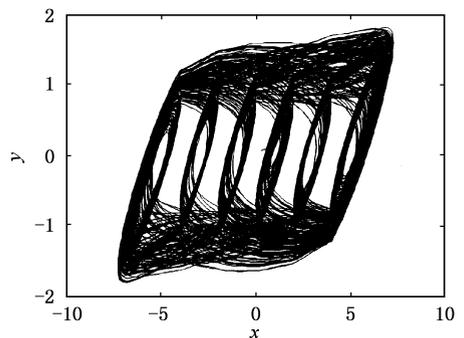


图5 6 涡卷混沌吸引子

把图 9 与图 5 相比较可得 ,其 x, y 的幅值都降

了一半,这说明通过改变控制参数 k ,再适当的调整参数 λ 的值就可以控制该混沌系统的混沌边界,从而可以满足实际工程需要。

4. 多涡卷混沌吸引子的电路设计及 EWB 仿真

根据(1)式,设计产生六涡卷混沌吸引子的电路图如图 11 所示,其中运算放大器 $OP_1—OP_{16}$ 采用 LF347,其电源供电电压为 15V,因此,可得所有运算放大器的电压饱和值 $V_{sat} \approx \pm 15V$. 其中 $OP_1—OP_{11}$ 工作在线性放大区域,而 $OP_{12}—OP_{16}$ 则利用了运算放大器的内在的非线性特性,即放大器的开环特性. 当反相端输入电压与正向端给定电压相比较从负值过零点变正值时,其放大器的输出将从正饱和值跃变到负饱和值^[14,15].

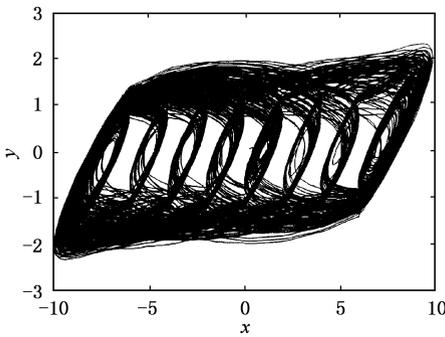


图 6 8 涡卷混沌吸引子

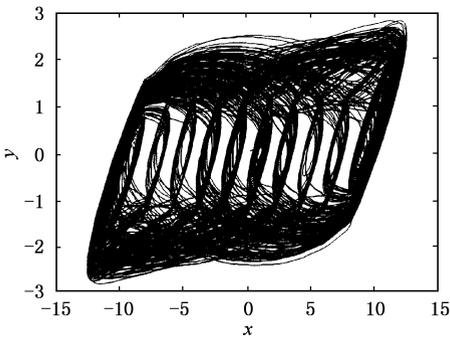


图 7 10 涡卷混沌吸引子

$$x_0 = \begin{cases} |V_{sat}|, & x < V, \\ 0, & x = V, \\ -|V_{sat}|, & x > V. \end{cases} \quad (5)$$

因此,可以根据运算放大器的特性和电路的基

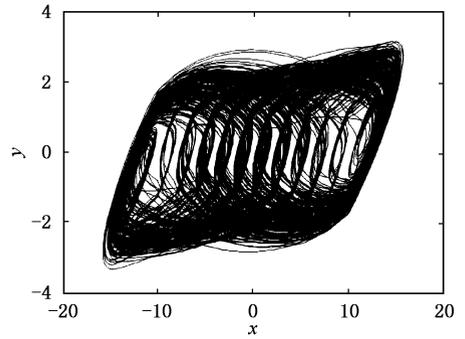


图 8 12 涡卷混沌吸引子

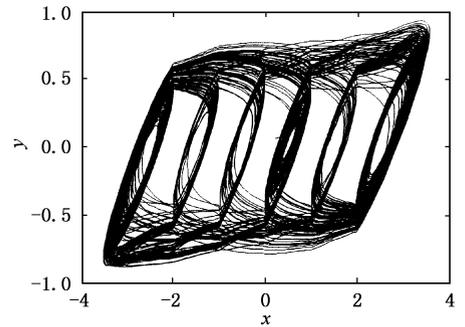


图 9 $k=2$ 时的 6 涡卷混沌吸引子

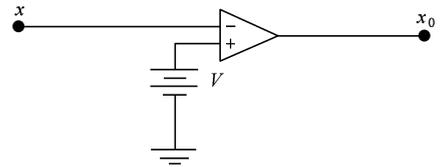


图 10 运算放大器实现符号函数的电路

本理论,推导出关于变量 x, y, z, w 的状态方程.其状态方程为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{R_1}{R_0 R_0 C_0} y - \frac{R_1}{R_6 R_0 C_0} x \\ &+ \frac{15 R_1}{R_7 R_0 C_0} \left(\sum_{i=-2}^2 \text{sgn}(x + 2i) \right), \\ \dot{y} &= \frac{R_2}{R_0 R_0 C_0} x - \frac{R_2}{R_0 R_0 C_0} y + \frac{R_2}{R_0 R_0 C_0} z, \quad (6) \\ \dot{z} &= -\frac{R_3}{R_0 R_0 C_0} y + \frac{R_4}{R_0 R_0 C_0} w, \\ \dot{w} &= -\frac{R_4}{R_5 R_0 C_0} w - \frac{R_4}{R_0 R_0 C_0} z, \end{aligned}$$

令 $R_7 = 15 R_6$, 可得

$$\alpha = \frac{R_1}{R_0 R_0 C_0}, \lambda = \frac{R_0}{R_6}, \beta = \frac{R_3}{R_0 R_0 C_0},$$

$$\gamma_2 = \frac{R_4}{R_0 R_0 C_0}, \gamma_1 = \frac{R_0}{R_5} \frac{R_2}{R_0 R_0 C_0} = 1,$$

代入(6)式 则(6)式可以变为(1)式 取

$$R_0 = 10\text{k}\Omega, R_1 = 12\text{k}\Omega, R_2 = 1\text{k}\Omega,$$

$$R_3 = 15\text{k}\Omega, R_4 = 0.05\text{k}\Omega,$$

$$R_5 = 0.625\text{k}\Omega, R_6 = 14.28\text{k}\Omega,$$

$$R_7 = 214.28\text{k}\Omega, C_0 = 10\mu\text{F},$$

并把各元件值带入(6)式中,使用 EWB 对所实现的六涡卷混沌吸引子电路进行仿真模拟实验研究,得到其相图如图 12 所示,由此可见,EWB 仿真的结果与 Matlab 的数值仿真相一致.严格的说,使用 EWB 仿真实验仍然是一种数值仿真,但由于它使用的仿真模型直接来自于实际硬件电路模型,因而其仿真结果与示波器从实际硬件电路中得到的结果相近.

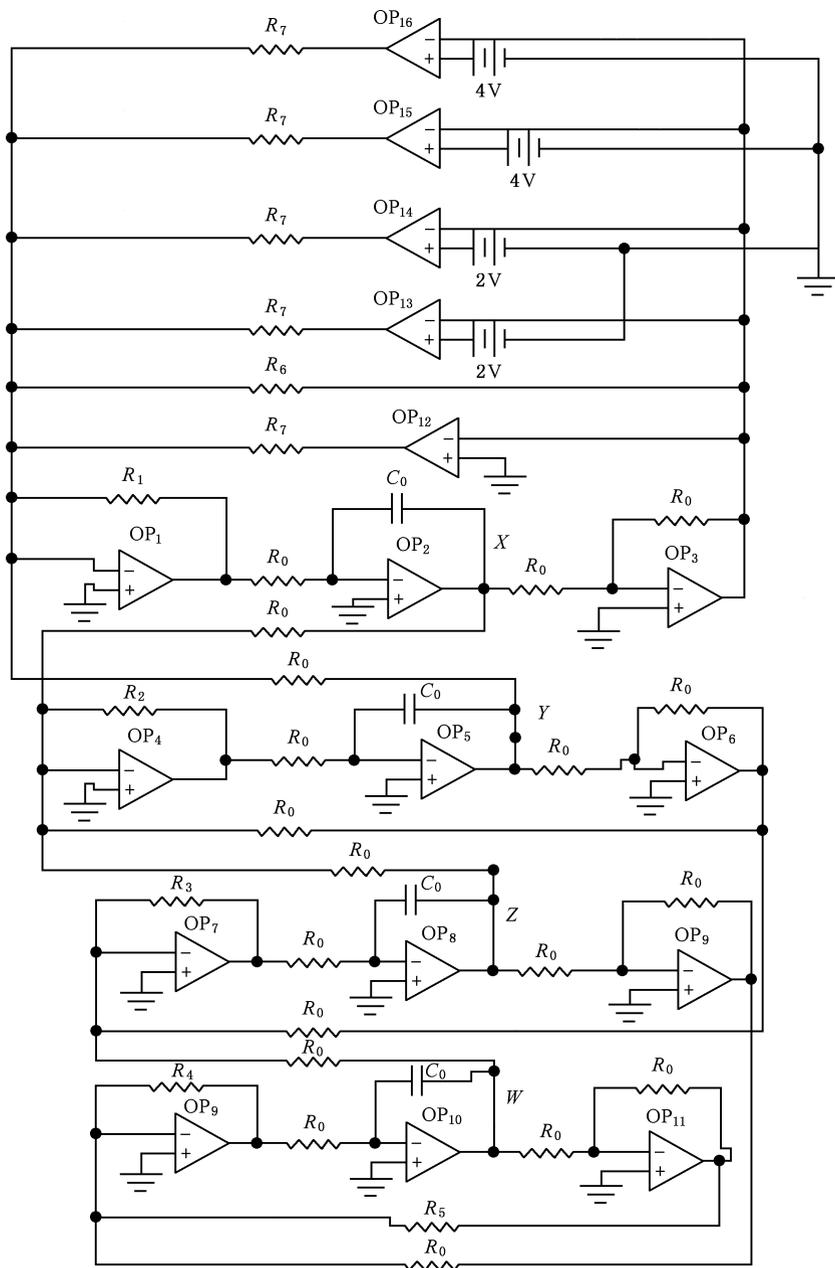


图 11 产生六涡卷混沌吸引子的电路

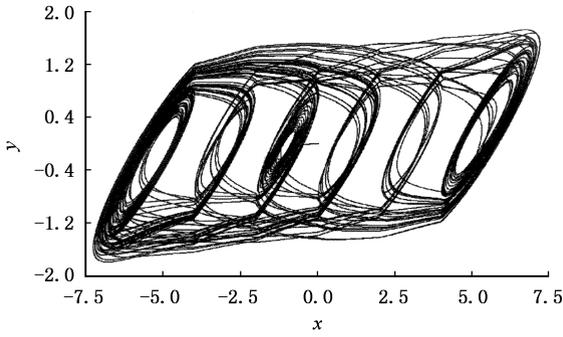


图 12 六涡卷混沌吸引子的 EWB 电路仿真相图

5. 结 论

本文通过构造一类新的非线性函数,找到了产生多涡卷混沌吸引子的一种新的方法,根据上述理

论分析和计算机仿真,我们得出结论如下:

1. 这种四维混沌系统能产生 $2n + 2$ 个大小均匀的多涡卷混沌吸引子.
2. 可以通过改变参数 k 实现对混沌边界的控制,以适应工程上的需要.
3. 不需要复杂的数学推导,当把其他的系统参数确定以后,就只需调整一个参数 λ 便可得到多涡卷混沌吸引子.
4. 利用运算放大器内在的非线性特性,即当反相端输入电压与正向端给定电压相比较从负值过零点变正值时,其放大器的输出将从正饱和值跃变到负饱和值,实现系统中的非线性函数部分. 电路简单,容易实现.

此外,本文还给出了该类混沌系统六涡卷混沌吸引子的一种具体电路的实现,其 EWB 仿真实验结果与 Matlab 的数值仿真相一致.

-
- [1] Li Y, Yang B J, Lin H B, Liu X H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1994 (in Chinese) [李月、杨宝俊、林红波、刘晓华 2005 物理学报 **54** 1994]
- [2] Xie K, Lei M, Feng Z J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1267 (in Chinese) [谢鲲、雷敏、冯正进 2005 物理学报 **54** 1276]
- [3] Suykens J, Vandewalle J 1993 *IEEE Trans. CAS21* **40** 861
- [4] Yalcin M E, Suykens J, Vandewalle J 2000 *IEEE Trans. CAS21* **47** 425
- [5] Yu S M, Lin Q H, Qiu S S 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 25 (in Chinese) [禹思敏、林清华、丘水生 2003 物理学报 **52** 25]
- [6] Yalcin M E, Suykens J A K, Vandewalle J 2002 *Int. J. Bifurc. Chaos* **12** 23
- [7] Tang K S, Zhong G Q, Chen G R, Man K F 2001 *IEEE Trans. CAS-148* 1369
- [8] Han F L, Yu X H, Wang Y Y, Feng Y, Chen G R 2003 *Electron. Lett.* **39** 1636
- [9] Yin Y Z 1996 *Int. J. Bifurc. Chaos* **6** 2101
- [10] Yin Y Z 1997 *Int. J. Bifurc. Chaos* **7** 1401
- [11] Matsumoto T, Chua L O, Komuro M 1985 *IEEE Trans. CAS21* **32** 798
- [12] Kennedy M P 1993 *IEEE Trans. CAS21* **40** 657
- [13] Qiu S S 1997 *IEEE ISCAS '97* (Hong Kong) 1033
- [14] Sprott J C 2000 *Am. J. Phys.* **68** 758
- [15] Wei N 2004 *The base and application of nonlinear science* (Science Press) p206 (in Chinese) [魏诺 2004 非线性科学基础与应用 (科学出版社) 第 206 页]



Emulation of multi-scroll chaotic attractors in four-dimensional systems

Wang Fa-Qiang Liu Chong-Xin Lu Jun-Jie

(*Institute of Electrical Engineering , Xi 'an Jiaotong University , Xi 'an 710049 ,China*)

(Received 15 June 2005 ; revised manuscript received 2 October 2005)

Abstract

A new type of four-dimensional chaotic system is studied by constructing a new nonlinear function. The characteristic of this chaotic systems is that the $2n + 2$ scroll chaotic attractors are found in our computer simulation with the natural number n increasing , and the bounds of the chaotic attractors is modified by changing the control parameter k . Finally , the circuit is designed and emulated on EWB platform.

Keywords : four-dimensional chaotic systems , multi-scroll chaotic attractors , nonlinear function

PACC : 0545