第 55 卷 第 7 期 2006 年 7 月
1000-3290/2006/55(07)/3302-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.55,No.7,July,2006
©2006 Chin. Phys. Soc.

基于递阶模糊聚类的混沌时间序列预测*

刘福才† 孙立萍 梁晓明

(燕山大学电气工程学院自动化系,秦皇岛 066004)

(2005 年 10 月 8 日收到;2005 年 11 月 7 日收到修改稿)

提出一种新的基于递阶模糊聚类系统的模糊建模方法.目的在于通过一系列的步骤优化 T-S 模糊模型结构,实现非线性系统的建模和预测.首先利用最近邻聚类法初始划分输入空间,得到规则数及初始聚类中心,用模糊 C 均值算法(FCM)进一步优化聚类中心.然后利用加权最小二乘法估计模糊模型的初始参数,进一步利用带遗忘因子的递推最小二乘法优化结论参数.采用该方法对 Mackey-Glass 混沌时间序列进行预测实验,结果表明可以对 Mackey-Glass 混沌时间序列进行准确建模和预测,证明了本方法的有效性.

关键词:递阶模糊聚类, 模糊建模, 混沌时间序列, 最小二乘

PACC:0545

1. 引 言

模糊模型本质上是一种非线性模型,可以任意精度逼近任何非线性系统.因此对于复杂、病态、非线性动态系统,基于模糊模型的模糊逻辑已成为描述动态系统的一种有效方法.模糊聚类分析是模糊建模的一种常用方法.模糊聚类的优点是可以直接得到输入(或乘积)空间的模糊划分.许多文献[1,2]中聚类算法的初始化都试图通过多次任意的初始化来得到一个可以达到局部最优的初始值.然而任意初始化只能得到一个局部最优的结果,尤其是当数据结构非常复杂或者数据很分散时,效果不理想.因此,聚类算法的发展应该尽量不依赖于初始化,Wang 提出的最近邻聚类法解决了这个问题[3]. Tsekouras 等人在此基础上提出了一种递阶模糊聚类建模方法[4],采用最近邻聚类初始模糊聚类,通过加权模糊 C 均值算法优化聚类参数.

非线性混沌时间序列的建模、预测与控制是当今学术界的研究热点.谭文等运用神经网络对几类混沌系统进行了辨识和预测[5—9];张家树等采用少参数二阶 Volterra 滤波器及自适应高阶非线性滤波方法对混沌时间序列进行预测研究[10];叶美盈等提出一种基于在线最小二乘法支持向量机回归的混沌时间序列预测方法[11];王宏伟等采用模糊竞争学习方法,提出一种基于模糊模型的混沌时间序列预测方法[12].本文在文献[4]的基础上提出了一种基于 T-S模糊模型的混沌时间序列预测方法.采用递阶模糊聚类优化 T-S 模糊模型结构,用加权最小二乘法得到初始结论参数,通过带遗忘因子的递推最小二乘法在线优化结论参数,实现非线性系统的建模和预测.采用本文方法对 Mackey-Glass 混沌时间序列进行预测试验,仿真结果验证本文方法的有效性.

2. T-S 模糊模型

T-S 模型是最有效的一种模糊模型[13]. T-S 模型的特点是输入-输出关系以局部线性化表示,其规则形式如下:

$$R^i: \text{if } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ and} \cdots \text{and } x_r \text{ is } A_r^i$$
$$\text{then } y^i = b_0^i + b_1^i x_1 + \cdots + b_r^i x_r \quad (1 \leqslant i \leqslant c), \tag{1}$$

式中 $x_j(1 \leqslant j \leqslant r)$ 是输入变量, $y^i(1 \leqslant i \leqslant c)$ 是输出变量. A_j^i 是模糊集合, b_j^i 是常数.

当给定输入 $x = (x_1, x_2, \cdots, x_r)^{\mathrm{T}} \in U \subset R^r$ 时, T-S 模糊模型推理输出计算如下:

$$y = \sum_{i=1}^{c} \omega^i y^i / \sum_{i=1}^{c} \omega^i, \tag{2}$$

$$\omega^i = \mu_{A_1^i} \wedge \mu_{A_2^i} \wedge \cdots \wedge \mu_{A_r^i}, \tag{3}$$

* 燕山大学博士基金(批准号:B111)资助的课题.

† E-mail:lfc_xb@263.net

式中 $\mu_{A_j^i}$ 是由模糊划分得出的,∧符号是取小运算.

3. 基于递阶模糊聚类的模糊建模方法

建模过程如图 1 所示:1)利用最近邻聚类法初始划分输入数据,得到模糊聚类数和初始聚类中心;2)利用 FCM 算法优化模糊聚类中心;3)利用加权最小二乘法辨识模型的初始结论参数;4)利用带遗忘因子的递推最小二乘法优化结论参数,实现 T-S 模型的在线学习.

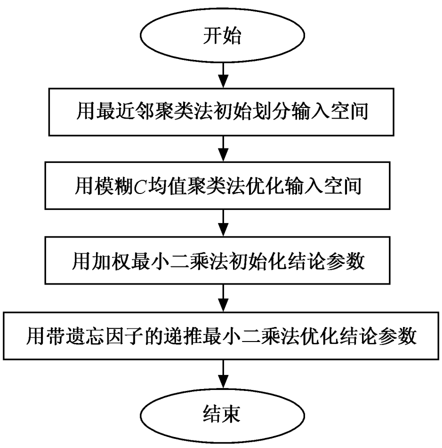

图 1 基于递阶模糊聚类的模糊建模过程图

3.1. 输入空间初始划分

最近邻聚类法是一种最简单的聚类算法.在此算法中,首先把第一个数据作为第一组的聚类中心.接下来,如果一个数据距该聚类中心的距离小于某个预期值,就把这个数据放到此组中,即该组的聚类中心应是和这个数据最接近的;否则,把该数据设为新一组的聚类中心.假设给定 N 个输入-输出数据对 (x_k, y_k) $(k=1,2,\cdots,N)$, $x_k \in \mathscr{R}^r$.详细算法如下:

步骤 1 从第一个输入-输出数据对 $(x_0^1; y_0^1)$ 开始,把 x_0^1 设为一个聚类中心 x_c^1,并令 $A^1(1)=y_0^1$, $B^1(1)=1$,设定半径 d.

步骤 2 假定考虑第 k 对输入-输出数据 $(x_0^k; y_0^k)$ $(k=2,3,\cdots)$ 时,已经存在聚类中心分别为 $x_c^1, x_c^2, \cdots, x_c^M$ 的 M 个聚类.分别计算 x_0^k 到这 M 个聚类中心的距离 $|x_0^k - x_c^l|$ $(l=1,2,\cdots,M)$.设这些距离中最小的距离为 $|x_0^k - x_c^{l_k}|$,即 $x_c^{l_k}$ 为 x_0^k 的最近邻聚类原则,则

1) 如果 $|x_0^k - x_c^{l_k}| > d$,则把 x_0^k 作为一个新的聚类中心 $x_c^{M+1} = x_0^k$,令 $A^{M+1}(k)=y_0^k$, $B^{M+1}(k)=1$,令 $A^l(k)=A^l(k-1)$, $B^l(k)=B^l(k-1)$ $(l=1,2,\cdots,M)$.

2) 如果 $|x_0^k - x_c^{l_k}| < d$,则做如下计算:

$$A^{l_k}(k) = A^{l_k}(k-1) + y_0^k, \tag{4}$$

$$B^{l_k}(k) = B^{l_k}(k-1) + 1. \tag{5}$$

当 $l = l_k$, $l=1,2,\cdots,M$ 时,令

$$A^l(k) = A^l(k-1), \tag{6}$$

$$B^l(k) = B^l(k-1). \tag{7}$$

步骤 3 令 $k=k+1$,返回步骤 2.

3.2. 优化输入空间模糊划分

在所提出的基于递阶模糊聚类建模方法的第二步中,通过应用模糊 C 均值算法(FCM)优化第一步中由最近邻聚类法得出的聚类中心 x_c.

FCM 算法的目标在于找到 $U \in [\mu_{ik}] \in M_{fc}$ 和 $V = (v_1, \cdots, v_c)$,使得

$$J = \sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(\mu_{ik})^m \| x_k - v_i \|^2 \quad (i=1,2,\cdots,c; k=1,2,\cdots,n) \tag{8}$$

最小,其中 m 是一个加权指数.

FCM 算法如下:

步骤 1 初始化参数.给定 c 和 m, c 为算法第一步中由最近邻聚类算法得到的聚类数, m 一般取 2,选择 v_i 的初始值为第一步中得到的初始聚类中心.

步骤 2 计算 μ_{ij}:

$$\mu_{ik} = \left[\sum_{J=1}^{c}\left(\frac{x_k - v_i}{x_k - v_j}\right)^{2/(m-1)}\right]^{-1}, \quad i=1,2,\cdots,c; k=1,2,\cdots,n. \tag{9}$$

步骤 3 根据下式更新 v_i:

$$v_i = \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k (\mu_{ik})^m}{\sum_{k=1}^{n}(\mu_{ik})^m}, \quad i=1,2,\cdots,c. \tag{10}$$

步骤 4 如果 $\| U^{(k)} - U^{(k-1)} \| < \varepsilon$, ε 为阈值,则停止,否则转步骤 2.

3.3. 初始化结论参数

当给定一组输入-输出数据 $x_{1i}, x_{2i}, \cdots, x_{ri} \rightarrow y_i$ $(i=1,\cdots,N)$ 时,可以用加权最小二乘法辨识模糊模型的后件参数.分别给定输入变量、输出及加权矩

阵，即

$$X = [x_1, x_2, \cdots, x_N],$$
$$Y = [y_1, y_2, \cdots, y_N],$$
$$W_i = \mathrm{diag}(\mu_{i1}, \mu_{i2}, \cdots, \mu_{iN}). \tag{11}$$

利用加权最小二乘法辨识初始结论参数

$$p_i = [X^{\mathrm{T}} W_I X]^{-1} X^{\mathrm{T}} W_I Y. \tag{12}$$

3.4. 优化结论参数

对于实际系统，其结构一般不会发生变化，即模糊模型的规则数目，输入变量和输入空间划分等一般不会发生变化，因此本文只对模型规则的结论参数进行在线学习优化.

采用带遗忘因子的递推最小二乘法实现模型参数的在线学习，即

$$P_{k+1} = P_k + K_{k+1}(y_{k+1} - x_{k+1}^{\mathrm{T}} * P_k), \tag{13}$$

$$K_{k+1} = \frac{1}{\lambda}\left(K_k - \frac{K_k \cdot x_{k+1} \cdot x_{k+1}^{\mathrm{T}} K_x}{\lambda + x_{k+1}^{\mathrm{T}} \cdot K_k \cdot x_{k+1}}\right), \tag{14}$$

其中 λ 为遗忘因子，λ 越小，对新数据的学习能力越强；当 $\lambda = 1$ 时，该算法转化为普通的递推最小二乘法.

4. Mackey-Glass 混沌时间序列建模与预测

将本文建模方法用于 Mackey-Glass 混沌时间序列建模与预测，以证明本文模糊建模方法的有效性. 混沌时间序列是通过时滞微分方程

$$\dot{x} = \frac{0.2x(t-\tau)}{1 + x^{10}(t-\tau)} - 0.1x(t) \tag{15}$$

得到的[14]，Mackey-Glass 方程成为时滞参数 τ 的函数，当 $\tau > 17$ 时，系统呈混沌状态. 图 2 为 $\tau = 17$ 时 Mackey-Glass 混沌时间序列，并具有分形维数近似为 2.1 的奇异吸引子，图 3 为 $\tau = 17$ 时系统的相图.

对于 Mackey-Glass 系统预测的目的是根据 t 时刻以前的一组数据 $x(\cdot)$，去预测 $x(t+\Delta t)$，其中 Δt 为时滞参数，取 N 个点，即 $x(t-(N-1)\Delta t), \cdots, x(t-\Delta t), x(t)$ 去预测将来时刻 $x(t+\Delta t)$，若 m 为整数，仿真研究的任务是利用模糊模型构造函数，即

$$y(t + \Delta t) = f(x(t), x(t - \Delta t), \cdots, x(t - m\Delta t)), \tag{16}$$

式中 $f(\cdot)$ 为 $m+1$ 维空间上映射，$y(t+\Delta t)$ 为模糊模型的输出，x 取 $y(t+\Delta t) = f(x(t), x(t-\Delta t), \cdots x(t-m\Delta t))$ 为模糊模型的输入量，并取 $x(t+\Delta t) = y(t+\Delta t)$，令 $\Delta t = 6$，选取 1000 对样本数据，即 $[x(t-18), x(t-12), x(t-6), x(t); x(t+6)]$，$t = 19, 20, \cdots, 1018$，其中前 4 个变量数据作为输入，最后一个变量数据作为输出. 前 500 对当作训练数据，其余 500 对作为测试数据以验证模糊模型的有效性. 采用本文方法，经过学习取模糊规则数为 5，对图 2 的混沌时间序列进行建模与预测. 先用 500 个训练数据建立模糊规则并形成混沌系统的模糊模型，使系统性能指标达到期望值；然后采用后 500 对数据进行预测估计. 图 4 到图 7 给出了仿真研究结果.

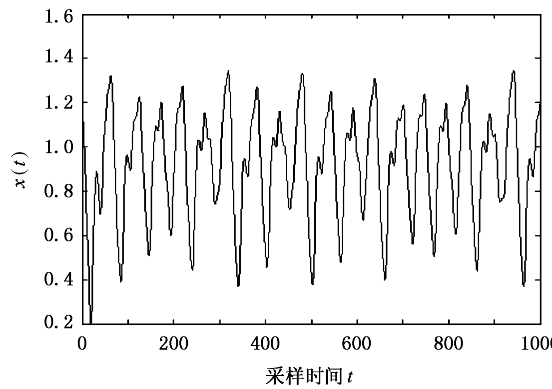

图 2 Mackey-Glass 混沌时间序列

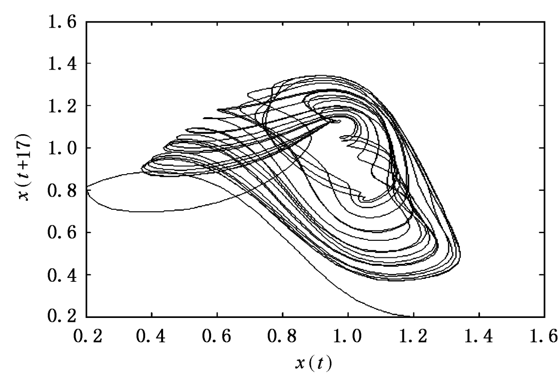

图 3 混沌系统的相图

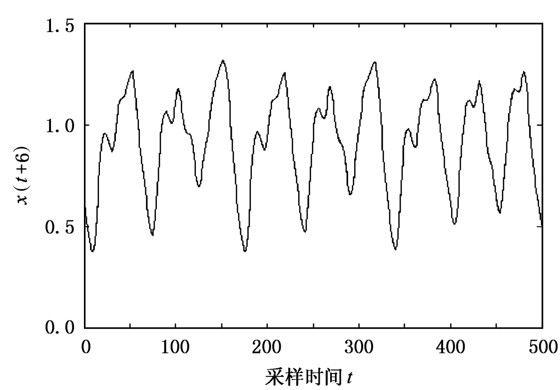

图 4 训练数据的模糊模型输出曲线（实线）与预测曲线（虚线）

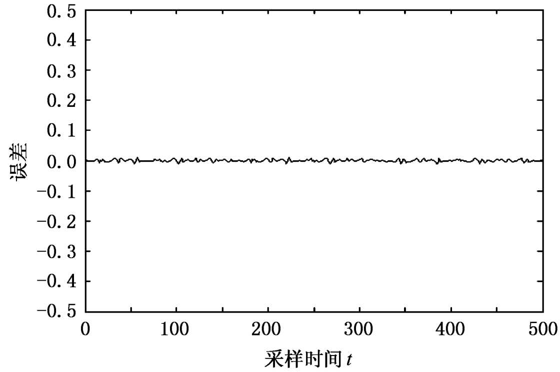

图 5　训练数据预测误差曲线

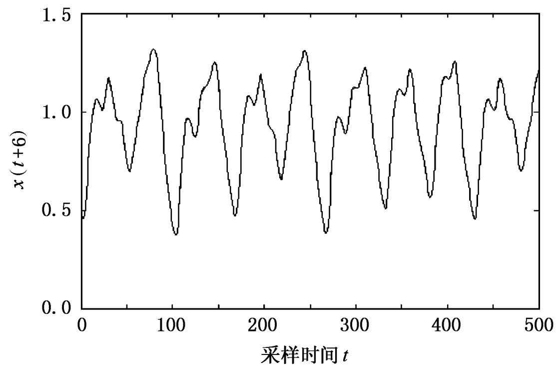

图 6　在线预测的模糊模型输出曲线(实线)与预测曲线(虚线)

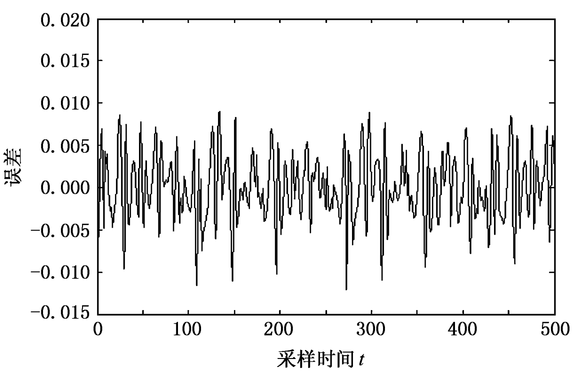

图 7　在线数据预测误差曲线

模糊模型参数如表 1 和表 2.

表 1　模糊模型的参数

规则	初始中心向量	规则	优化后中心向量
1	(0.7148,0.7697,0.8273,0.8870)	1	(0.9125,0.9131,0.9131,0.9131)
2	(0.5287,0.5699,0.6147,0.6631)	2	(0.6998,0.7015,0.7027,0.7043)
3	(0.3778,0.3772,0.3872,0.4050)	3	(0.4785,0.4777,0.4772,0.4773)
4	(1.0282,0.9821,0.9378,0.9028)	4	(1.0797,1.0805,1.0812,1.0816)
5	(1.2051,1.1867,1.1696,1.1552)	5	(1.2174,1.2178,1.2183,1.2186)

表 2　模糊模型的结论参数向量

规则	结论参数向量
1	[0.0170,0.0170,0.0318,0.0089,0.0451]
2	[9.0076,8.4252,9.5842,8.0415,8.3180]
3	[−17.8519,−15.9433,−20.9571,−15.1178,−16.2524]
4	[13.5882,11.5710,18.3202,11.0705,12.5631]
5	[−3.7638,−3.0743,−5.9722,−3.0041,−3.6704]

由仿真结果可以看出,本文提出的基于递阶模糊聚类的模糊建模方法能够对混沌系统进行有效的建模与预测.

5. 结　　论

基于递阶模糊聚类的模糊建模方法,通过一系列步骤优化 T-S 模糊模型结构,实现非线性系统的建模和预测.递阶模糊聚类克服了聚类中心的任意初始化只能得到一个局部最优的结果,尤其是当数据结构非常复杂或者数据很分散时,效果不理想的缺点.采用带遗忘因子的递推最小二乘法又实现了系统结论参数的在线优化,为复杂非线性系统辨识和混沌时间序列预测、控制提供了一条实际有效的途径.

[1] Dickerson J A, Kosko B 1996 *IEEE Trans. on System Man Cybernet.* **26** 542
[2] Klawonn F, Kruse R 1997 *Fuzzy Sets and Systems* **85** 177
[3] Wang L X 1994 *Adaptive Fuzzy Systems and Control* (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ)
[4] Tsekouras G, Sarimveis H, Kavakli E, Bafas G 2005 *Fuzzy Sets and Systems* **150** 245
[5] Tan W, Wang Y N, Liu Z R, Zhou S W 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2463 (in Chinese) [谭　文、王耀南、刘祖润、周少武 2002 物理学报 **51** 2463]
[6] Zhang S, Liu H X, Gao D T, Du S D 2003 *Chin. Phys.* **12** 594
[7] Guan X P, Tang Y G, Fan Z P, Wang Y Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2112 (in Chinese) [关新平、唐英干、范正平、王益群 2001 物理学报 **50** 2112]

[8] Liu D, Ren H P, Kong Z Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 531 (in Chinese) [刘 丁、任海鹏、孔志强 2003 **物理学报** **52** 531]

[9] Zhang J S, Xiao X C 2000 *Chin. Phys. Lett.* **17** 88

[10] Zhang J S, Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 403 (in Chinese) [张家树、肖先赐 2000 **物理学报** **49** 403]

[11] Ye M Y, Wang X D, Zhang H R 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2568 (in Chinese) [叶美盈、汪晓东、张浩然 2005 **物理学报** **54** 2568]

[12] Wang H W, Ma G F 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3293 (in Chinese) [王宏伟、马广富 2004 **物理学报** **53** 3293]

[13] Takagi T, Sugeno M 1985 *IEEE Trans. on Systems Man Cybernet.* **15** 116

[14] Tan W, Wang Y N 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 795 (in Chinese) [谭 文、王耀南 2003 **物理学报** **52** 795]

Prediction of chaotic time series based on hierarchical fuzzy-clustering*

Liu Fu-Cai† Sun Li-Ping Liang Xiao-Ming

(*Department of Automation, Yanshan University, Qinhuangdao* 066004, *China*)

(Received 8 October 2005; revised manuscript received 7 November 2005)

Abstract

The paper introduces a new method for fuzzy modeling based on a hierarchical fuzzy-clustering scheme. The method consists of a sequence of steps aiming at developing a Takagi-Sugeno (TS) fuzzy model of optimal structure. The premise parameters' identification consists of two steps: Start from an initial fuzzy partition of input space by a nearest-neighbor clustering method to get the number of rules and the initial clustering center; then premise parameters are further processed using a fuzzy C-means algorithm (FCM). The conclusion parameters are identified by the weighted least square method and further optimized by selective recursive least square method. To illustrate the performance of the proposed method, simulations on chaotic Mackey-Glass time series prediction are performed. The results show that the chaotic Mackey-Glass time series are accurately predicted, which demonstrates the effectiveness of this method.

Keywords: hierarchical fuzzy-clustering, fuzzy modeling, chaotic time series, least square

PACC: 0545

* Project supported by the Doctor Foundation of Yanshan University (Grant No. B111).

† E-mail: lfc_xb@263.net