

一类混沌系统的非自治反馈控制*

蒋书敏 田立新

(江苏大学非线性科学研究中心, 镇江 212013)

(2005 年 4 月 21 日收到, 2005 年 11 月 1 日收到修改稿)

提出一种自治系统的非自治反馈控制方法, 并利用非自治系统的稳定性理论证明了该方法的正确性, 最后就江苏-西部能源需求-供给模型及 Arneodo 系统进行了数值仿真, 结果表明该方法是正确可行的.

关键词: 自治系统, 非自治反馈控制, Lyapunov 函数

PACC: 0545, 4265

1. 引言

混沌现象广泛存在于现实世界中, 表面上混沌现象呈现无规律的特性, 但隐藏在其后面的有序本质逐渐被人们揭示出来. 由于混沌现象的复杂性, 人们总是期望能够找到一些方法来控制混沌, 使混沌系统中不稳定周期轨道控制到所预期的稳定轨道上. 随着人们对混沌本质的认识以及它在各学科所显现出的极大的、广泛的应用价值, 混沌控制^[1]及同步^[2]研究进展迅速, 与此同时, 也产生了各种控制方法^[3-10]. 通常, 混沌控制的方式可以分为两类: 反馈控制^[11]和非反馈控制. 反馈控制方式是一种十分成熟而且应用广泛的控制方式, 但其要求有一个比较精确的数学模型和输入目标函数或轨道; 非反馈控制主要利用一个小的外部扰动来控制混沌, 该控制方法的设计和使用都十分简单, 但无法确保控制过程的稳定性. 所以, 在研究中大多采用反馈控制来达到控制的目的. 在反馈控制中, 目前研究较多的是添加一不显含时间的控制器来实现自治性的反馈控制^[12]. 但是对于普遍关注的一些大型实际系统, 如能源的供给需求、水资源的合理利用、物流系统的合理预测等, 虽然系统本身不显含时间, 但是它们的实现过程都是与时间密切相关的. 此时如果仍然沿用自治的控制方法将无法正确地反映其复杂的控制过程, 也无法很好地对其进行实时的、有效的控制. 本文提出添加一显含时间的控制器的方法来实现对上述系统的非自治反馈控制, 经过分析证明和计算机

数值仿真表明该方法是切实可行的, 并可以获得较精确的控制结果, 具有较高的实用价值. 同时该方法也可以应用于对多数系统如 Lorenz 系统、Arneodo 系统等的控制.

2. 控制器的设计

考虑系统

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + f(x) \quad (1)$$

的受控反馈系统

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + f(x) - B(t)x + u(t), \quad (2)$$

这里 A 为常数矩阵, $x, u \in R^n$, $-B(t)x + u(t)$ 为非自治反馈控制器.

命题 1 (见文献 [13]) 对于微分方程 $\frac{dx}{dt} = g(t, x)$, 若 $g(t, x) = \text{col}(g_1(t, x), g_2(t, x), \dots, g_n(t, x))$ 在 $I \times \Omega$ 上连续, 且满足 Lipschitz 条件, 则 $\forall (t_0, x_0) \in I \times \Omega$, 总存在常数 $t^* > 0$, 使得在区间 $[t_0 - t^*, t_0 + t^*]$ 内存在唯一的解 $x(t, t_0, x_0)$ 满足

$$\begin{cases} \frac{dx(t, t_0, x_0)}{dt} = g(t, x(t, t_0, x_0)), \\ x(t_0, t_0, x_0) = x_0. \end{cases}$$

命题 2 (见文献 [14]) 对于扰动方程组 $\frac{dx}{dt} = X(t, x)$, $X(t, 0) \equiv 0$, 其中 $x \in R^n$, $X: T_0 \times R^n \rightarrow R^n$, 如果存在李雅普诺夫函数 $V(t, x)$ 满足下列条件:

1) 函数 $V(t, x)$ 关于 $(t, x) \in T_0 \times S(t)$ 连续可微;

* 国家自然科学基金(批准号 90210004)和江苏省高校自然科学基金(批准号 05KJB110018)资助的课题.

2) 函数 $V(t, x)$ 在区域 $T_0 \times S(t)$ 上的值是有限大的;

3) 函数 $\frac{dV}{dt}(t, x)$ 是 $V(t, x)$ 关于方程组 $\frac{dx}{dt} = X(t, x), X(t, 0) \equiv 0$ 的全导数

$$\frac{dV}{dt}(t, x) = \frac{\partial V}{\partial t} + (\text{grad} V(t, x), X(t, x)),$$

且当 $x=0$ 时, 它与函数 $V(t, x)$ 同时取零;

4) 函数 $V(t, x)$ 在区域 $T_0 \times S(t)$ 上是李雅普诺夫意义的正定函数;

5) 函数 $V(t, x)$ 在区域 $T_0 \times S(t)$ 上满足李雅普诺夫关系式

$$V(t, x(t)) = V(t_0, x_0) + \int_{t_0}^t \frac{dV}{ds}(s, x(s)) ds, \\ t \in T_0.$$

且对所有的 $x \in S$ 满足条件:

- 1) $V(t, x)$ 在 $T_0 \times S(t)$ 上负定;
- 2) 当 $x \rightarrow 0$ 时有 $V(t, x) \rightarrow 0, x \in S$;

$$3) \sup_{x \in \text{int} S_0} V(t_0, x) \leq \inf_{x \in S} V(t, x), \forall t \in T_0.$$

则方程组 $\frac{dx}{dt} = X(t, x), X(t, 0) \equiv 0$ 的未受扰动运动是实用渐进稳定的.

定理 对于满足 $\|f(x)\| \leq \sum_{i=1}^r \beta_i \|x\|^i$ 的系统(2), 如果反馈控制器 $-B(t)x + u(t)$ 满足 $u(t) = Kx + \bar{\theta} \frac{\partial V^T(x)}{\partial x}$, 其中 $V(x) = \sum_{i=1}^r V_i, V_i = \frac{1}{i} (x^T P x)^i$, 而 K 和 P 满足李雅普诺夫代数方程 $P(A + K) + (A + K)^T P = -Q$, Q 是正定矩阵, P 和 $B(t)$ 满足霍尔茨正定定理的条件, 即 $PB(t)$ 的所有顺序主子式大于零, 则系统(2)将渐进稳定.

$$\text{证明 令 } \dot{\bar{\theta}} = -l \left\| \frac{\partial V}{\partial x} \right\|^2, \bar{\theta} = \sum_{i=1}^r \frac{\beta_i^2}{4\gamma_i},$$

构造 Lyapunov 函数 $L = V(x) + \frac{1}{2} (\bar{\theta} + \theta)^2$, 显然 $L > 0$. 它对时间 t 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{L} &= \sum_{i=1}^r \dot{V}_i + \mathcal{K}(\bar{\theta} + \theta) \mathcal{I}(\bar{\theta} + \theta)_i = \mathcal{K}(\bar{\theta} + \theta) \mathcal{I}(\bar{\theta} + \theta)_i + \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{i-1} 2x^T P \dot{x} \\ &= \mathcal{K}(\bar{\theta} + \theta) \mathcal{I}(\bar{\theta} + \theta)_i + \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{i-1} 2x^T P (Ax(t) + f(x) - B(t)x + u(t)) \\ &= \mathcal{K}(\bar{\theta} + \theta) \mathcal{I}(\bar{\theta} + \theta)_i + \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{i-1} 2x^T P \left(Ax(t) + f(x) - B(t)x + Kx + \bar{\theta} \frac{\partial V^T(x)}{\partial x} \right) \\ &= \mathcal{K}(\bar{\theta} + \theta) \mathcal{I}(\bar{\theta} + \theta)_i + \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{i-1} (2x^T P(A + K)x + 2x^T P f(x)) \\ &\quad + \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{i-1} 2x^T P \bar{\theta} \frac{\partial V^T(x)}{\partial x} - \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{i-1} 2x^T P B(t)x. \end{aligned}$$

由于 $P(A + K) + (A + K)^T P = -Q$, 代入得

$$\begin{aligned} \dot{L} &= \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{i-1} (2x^T P(-P^{-1}Q - P^{-1}(A + K)^T P)x + 2x^T P f(x)) \\ &\quad + \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{i-1} 2x^T P \bar{\theta} \frac{\partial V^T(x)}{\partial x} - \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{i-1} 2x^T P B(t)x + \mathcal{K}(\bar{\theta} + \theta) \mathcal{I}(\bar{\theta} + \theta)_i \\ &= \mathcal{K}(\bar{\theta} + \theta) \mathcal{I}(\bar{\theta} + \theta)_i + \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{i-1} (-2x^T Q - 2x^T (A + K)^T P x + 2x^T P f(x)) \\ &\quad + \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{i-1} 2x^T P \bar{\theta} \frac{\partial V^T(x)}{\partial x} - \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{i-1} 2x^T P B(t)x \\ &= -2 \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{i-1} x^T Q - 2 \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{i-1} x^T (A + K)^T P x + 2 \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{i-1} x^T P f(x) \\ &\quad + \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{i-1} 2x^T P \bar{\theta} \frac{\partial V^T(x)}{\partial x} - \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{i-1} 2x^T P B(t)x + \mathcal{K}(\bar{\theta} + \theta) \mathcal{I}(\bar{\theta} + \theta)_i \\ &= \mathcal{K}(\bar{\theta} + \theta) \mathcal{I}(\bar{\theta} + \theta)_i - 2 \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{i-1} x^T Q - 2 \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{i-1} x^T (A + K)^T P x + \frac{\partial V}{\partial x} f(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} 2x^T P \bar{\theta} \frac{\partial V^l(x)}{\partial x} - \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} 2x^T P B(t)x \\
= & \kappa(\bar{\theta} + \theta \chi \bar{\theta} + \theta)_i - 2 \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} x^T Q - 2 \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} x^T (A + K)^T P x + \frac{\partial V}{\partial x}(x) \\
& + \bar{\theta} \left\| \frac{\partial V}{\partial x} \right\|^2 - \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} 2x^T P B(t)x \\
\leq & \kappa(\bar{\theta} + \theta \chi \bar{\theta} + \theta)_i - 2 \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} x^T Q - 2 \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} x^T (A + K)^T P x \\
& + \sum_{i=1}^r \left\| \frac{\partial V}{\partial x} \right\| \beta_i \|x\|^i + \bar{\theta} \left\| \frac{\partial V}{\partial x} \right\|^2 - \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} 2x^T P B(t)x \\
\leq & \kappa(\bar{\theta} + \theta \chi \bar{\theta} + \theta)_i - 2 \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} x^T Q - 2 \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} x^T (A + K)^T P x \\
& + \sum_{i=1}^r \left[\left\| \frac{\partial V}{\partial x} \right\| \frac{\beta_i}{4\gamma_i} + \gamma_i \|x\|^{2i} \right] + \bar{\theta} \left\| \frac{\partial V}{\partial x} \right\|^2 - \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} 2x^T P B(t)x \\
\leq & \kappa(\bar{\theta} + \theta \chi \bar{\theta} + \theta)_i - 2 \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} x^T Q - 2 \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} x^T (A + K)^T P x \\
& + \sum_{i=1}^r \gamma_i \|x\|^{2i} + (\bar{\theta} + \theta) \left\| \frac{\partial V}{\partial x} \right\|^2 + \kappa(\bar{\theta} + \theta \chi \bar{\theta} + \theta)_i - \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} 2x^T P B(t)x \\
= & \kappa(\bar{\theta} + \theta \chi \bar{\theta} + \theta)_i - 2 \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} x^T Q - 2 \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} x^T (A + K)^T P x \\
& + \sum_{i=1}^r \gamma_i \|x\|^{2i} + (\bar{\theta} + \theta) \left(-\frac{\bar{\theta}}{l} \right) + \kappa(\bar{\theta} + \theta \chi \bar{\theta} + \theta)_i - \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} 2x^T P B(t)x.
\end{aligned}$$

由于 θ 为常数, 所以 $\dot{\theta} = 0$, 从而有

$$\begin{aligned}
\dot{L} & \leq -2 \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} x^T Q - 2 \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} x^T (A + K)^T P x + \sum_{i=1}^r \gamma_i \|x\|^{2i} - \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} 2x^T P B(t)x \\
& \leq -2\lambda_{\min}(Q)\lambda_{\min}^{i-1}(P) \sum_{i=1}^r \|x\|^{2i} + \sum_{i=1}^r \gamma_i \|x\|^{2i} - 2 \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} x^T (A + K)^T P x \\
& \quad - \sum_{i=1}^r (x^T P x)^{j-1} 2x^T P B(t)x.
\end{aligned}$$

当 γ_i 满足 $-2\lambda_{\min}(Q)\lambda_{\min}^{i-1}(P) + \gamma_i \leq 0$, 则有 $\dot{L} \leq 0$, 且有当 $x \rightarrow 0$ 时有 $L(t, x) \rightarrow 0, x \in S; \sup_{x \in \text{int} S_0} L(t_0, x) \leq \inf_{x \in S} L(t, x), \forall t \in T_0$. 根据命题 2, 这时系统将渐进稳定.

注 1) 特别地, 当 P 和 $B(t)$ 取对角阵时, 则只需满足 $PB(t)$ 的主对角占优. 此时就可以保证 $PB(t)$ 的所有顺序主子式大于零, 则系统 (2) 将渐进稳定. 2) 文献 [12] 所研究的反馈控制是本文的特殊情况.

3. 数值仿真

下面利用本文所建立的非自治反馈控制方法来

控制江苏-西部能源需求-供给模型. 该系统存在与其他吸引子不同的能源吸引子, 我们将根据实际^[15]添加适当的非自治反馈控制器. 其微分方程为

$$\frac{dx_1}{dt} = a_1 x_1 \left(1 - \frac{x_1}{M} \right) - a_2 (x_2 - K) - a_2 x_3,$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -b_1 (x_2 - K) - b_2 x_3 + b_3 x_1 [N - (x_1 - x_3)],$$

$$\frac{dx_3}{dt} = c_1 x_3 (c_2 x_1 - c_3),$$

其中, x_1 为江苏省能源需求缺口, x_2 为西部能源供给量, x_3 为江苏省能源进口量. 仿真中 $a_1 = 0.09, a_2 = 0.15, b_1 = 0.06, b_2 = 0.082, b_3 = 0.07, c_1 = 0.2, c_2 = 0.5, c_3 = 0.4, M = 1.8, N = 1, K = 0.4$, 当初始值取 $[0.82, 0.29, 0.48]$ 时, 系统的最大 Lyapunov 指数为

0.068. 此时系统是混沌的. 如图 1 所示.

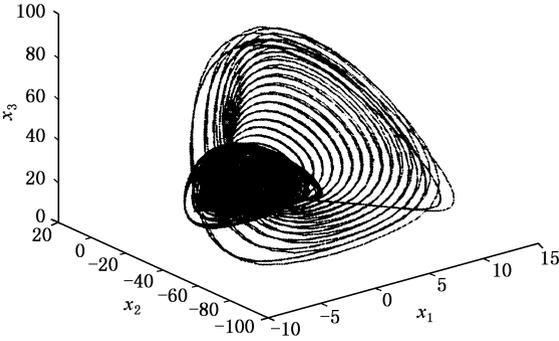


图 1 东部能源缺口量、西部能源供给和江苏能源进口量的三维混沌图

对于该能源系统的控制必须注意两点：一要防止引发东西联动的能源系统的经济过热，导致整个国民经济的恶性通货膨胀；二要防止西部用于东部消费的能源初始产量满足不了东部的能源需求，从而影响东部对西部的投资热情，长期发展下去，可能会导致西部为东部生产能源产量的下降。而不管是江苏的能源缺口量还是西部的能源供给量都是随着时间的变化而变化的。因此在设计控制器时必须充分考虑该因素，在此，我们采用非自治反馈控制来解决该问题。下面分两种情况来设计控制器，都可以使得东部对西部的投资与西部对东部的供给在一段时间内保持在一个相对稳定的状态中，即生产、消费和投资三者之间保持着相对稳定的平衡状态。

1) 只考虑东西部联动

$$\text{取 } B(t) = \begin{pmatrix} 10t & 0 & 0 \\ 0 & 5t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, u(t) = \begin{pmatrix} 0.0002\sin t \\ 0.0001\sin t \\ 0 \end{pmatrix} \text{ 分}$$

别表示宏观调控和微观扰动，则受控系统为

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 0.09x_1 \left(1 - \frac{x_1}{1.8} \right) - 0.15(x_2 - 0.4) - 0.15x_3 - 10tx_1 + 0.0002\sin t, \\ \frac{dx_2}{dt} = -0.06(x_2 - 0.4) - 0.082x_3 + 0.07x_1[(1 - (x_1 - x_3))] - 5tx_2 + 0.0001\sin t, \\ \frac{dx_3}{dt} = 0.2x_3(0.5x_1 - 0.4), \end{cases}$$

此时系统将渐进稳定，如图 2 所示。

2) 在考虑东西部联动的同时，国家采取宏观调控

在加大西部能源资源开发的力度，确保西部经济顺利发展所需能源的同时尽可能多地向东部地区

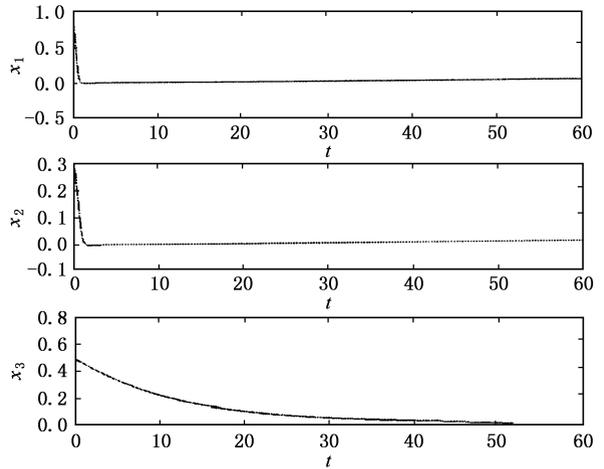


图 2 东部能源缺口量、西部能源供给和江苏能源进口的时间响应图

输送能源时，由于西部能源资源也不是无限的，而且能源的开发、输出受西部地区经济发展、生态环境等众多要素的影响，因此东部能源需求缺口问题并不能完全由西部输入能源来解决，势必还要依靠国外进口能源，因此国家应采取宏观调控措施来实现生产、消费和投资三者之间的相对稳定平衡状态。

$$\text{取 } B(t) = \begin{pmatrix} 10t & 0 & 0 \\ 0 & 5t & 0 \\ 0 & 0 & 2t \end{pmatrix}, u(t) = \begin{pmatrix} 0.0002\sin t \\ 0.0001\sin t \\ 0.0005\sin t \end{pmatrix},$$

则国家参与宏观调控时受控系统为

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 0.09x_1 \left(1 - \frac{x_1}{1.8} \right) - 0.15(x_2 - 0.4) - 0.15x_3 - 10tx_1 + 0.0002\sin t, \\ \frac{dx_2}{dt} = -0.06(x_2 - 0.4) - 0.082x_3 + 0.07x_1[(1 - (x_1 - x_3))] - 5tx_2 + 0.0001\sin t, \\ \frac{dx_3}{dt} = 0.2x_3(0.5x_1 - 0.4) - 2tx_3 + 0.0005\sin t, \end{cases}$$

此时系统也将渐进稳定，如图 3 所示。

比较图 2 和图 3 可以发现，图 3 的收敛速度和稳定性比图 2 好。这说明国家参与宏观调控措施更有利于生产、消费和投资三者之间的相对稳定。

对于 Arneodo 系统^[16]，关于其控制已经讨论了很多^[17]，但是它也满足定理 1 的条件，同样可以采用本文所建立的控制方法

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -cx_1 - bx_2 - ax_3 + dx_1^3. \end{cases}$$

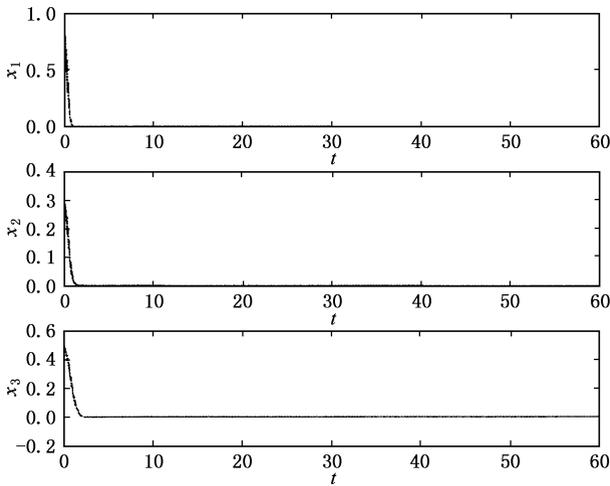


图 3 东部能源缺口量、西部能源供给和江苏能源进口的时间响应图

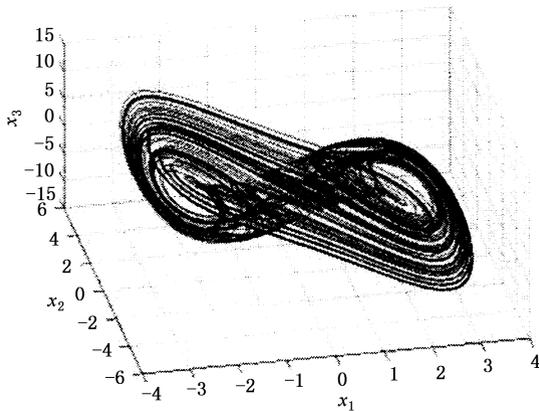


图 4 Arneodo 系统在状态空间产生的轨迹

取 $a = 1, b = 3.5, c = -5.5, d = -1$, 该系统为一混沌系统, 如图 4 所示. 其中三个分量 x_1, x_2, x_3 分别表示对流体的运动状态, 水平方向的温度变化, 垂直

方向的温度变化, 它们都是随时间变化的. 下面将通过温度的调节使得系统渐进稳定.

$$\text{取 } B(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^t & 0 \\ 0 & 0 & e^t \end{pmatrix}, u(t) = 0, \text{ 则受控系统}$$

将渐进稳定, 如图 5.

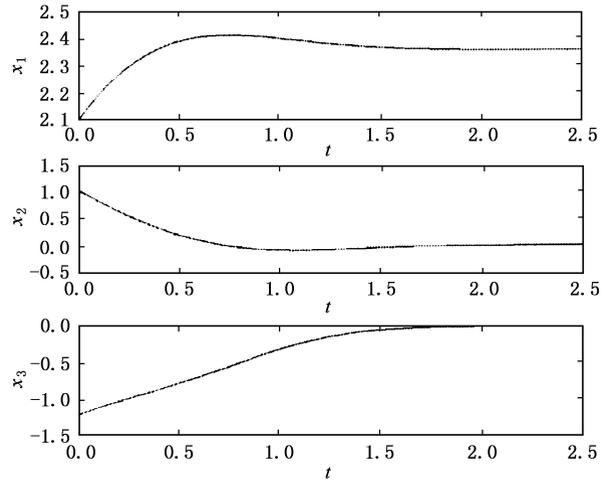


图 5 受控 Arneodo 系统的系统响应图

4. 结 论

本文提出了一种非自治控制法, 该方法不要求原混沌系统的参数信息, 只要选取适当的矩阵, 就可以使处在混沌状态的非线性系统渐进稳定. 通过对受控的江苏-西部能源需求-供给模型及 Arneodo 系统的数值仿真, 结果表明该方法是正确可行的, 并可以获得较精确的控制结果. 因此该方法的提出具有较强的理论价值和实际应用价值.

[1] Ott E, Grebogi C, Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **11** 1196
 [2] Pecora L M, Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **8** 821
 [3] Guan X P, Fan Z P, Peng H P, Wang Y Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2108 (in Chinese) [关新平、范正平、彭海朋、王义群 2001 物理学报 **50** 2108]
 [4] Wang X D, Tian L X 2004 *Solitons and Fractals* **21** 193
 [5] Chen G R, Fang J Q, Hong Y G, Qin H S 1999 *Chin. Phys.* **8** 416
 [6] Hua C C, Guan X P 2004 *Chin. Phys.* **13** 1391
 [7] Zhang X Y, Guan X P, Li H G 2005 *Chin. Phys.* **14** 476
 [8] Yu J Z, Su N, Vincent 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 397 (in Chinese) [余建祖、苏楠、Vincent 1998 物理学报 **47** 397]

[9] Yang B L, Yang T 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 24 (in Chinese) [杨宝林、杨涛 2000 物理学报 **49** 24]
 [10] Guan X P, Chen C L, Fan Z P 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 753 (in Chinese) [关新平、陈彩莲、范正平 2002 物理学报 **51** 753]
 [11] Lai Y C, Ding M, Grebogi C 1993 *Phys. Rev. E* **47** 86
 [12] Hua C C, Guan X P, Shi P 2005 *Chaos, Solitons and Fractals* **23** 757
 [13] Liao X X 1999 *Theory methods and application of stability* (Huazhong University of Science and Technology Publishing House) p2 (in Chinese) [廖晓昕 1999 稳定性的理论、方法和应用 (华中科技大学出版社 第 2 页)]

- [14] Marlowe A , Sun Z Q 2004 *Stability and application*(Science Press) p33—50 (in Chinese) [阿 玛尔德纽克、孙振绮 2004 实用稳定性及应用(科学出版社)第 33—50 页]
- [15] Sun M , Tian L X , Fu Y , Qian W 2006 *Chaos , Solitons and Fractals* , In Press
- [16] Wu C W , Chua L O , Inf J 1996 *Bif. & Chaos* . **6** 801
- [17] Liu F , Mu Z L , Qiu Z L 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 2191(in Chinese) [刘 锋、穆肇骊、邱祖廉 1999 物理学报 **48** 2191]

Non-autonomous feedback control for a class of chaotic systems *

Jiang Shu-Min Tian Li-Xin

(*Nonlinear Scientific Research Center , Faculty of Science , Jiangsu University , Zhenjiang 212013 , China*)

(Received 21 April 2005 ; revised manuscript received 1 November 2005)

Abstract

This paper proposes a method of non-autonomous feedback control , and proves its validity by the stability theory. This method is used in numerical emulation of energy resource chaotic system and Arneodo system. The result indicates that it is correct and feasible.

Keywords : autonomous system , non-autonomous feedback control , Lyapunov function

PACC : 0545 , 4265

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant No. 90210004) and the Natural Science Foundation of Jiangsu Higher Education Institutions of China(Grant No. 05KJB110018).