第 55 卷 第 7 期 2006 年 7 月
1000-3290/2006/55(07)/3360-03

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.55,No.7,July,2006

非均匀寿命分布电导调制基区中非平衡载流子的 WKB 解

方 健 林 薇 周贤达 李肇基

(电子科技大学微电子与固体电子学院,成都 610054)

(2005 年 7 月 8 日收到;2005 年 11 月 8 日收到修改稿)

针对非均匀寿命分布情况,建立了描述电导调制基区的双极输运方程,并利用 Liouville-Green 变换获得该方程在不同边界条件下的 WKB 解. 其结果可用于局域寿命控制下电导调制器件的建模分析.

关键词:寿命控制,电导调制,非平衡载流子,WKB

PACC:0750,6180,7200

1. 引 言

采用质子或电子辐照可有效地在半导体器件中实现局域寿命控制,影响器件的电学特性[1]. 特别地,对于工作于大注入状态下的电导调制器件而言,局域寿命控制可改善正向压降和关断时间的折衷关系,较掺 Au,Pt 等的传统寿命控制方法更优. 近年来,人们开始采用多种局域寿命控制方法,在 Si 材料中的不同深度形成多个局域寿命控制区,以期获得更佳的寿命控制效果. 多区多类型辐照对非平衡载流子分布的影响,以及对固体器件电参数的影响的研究,为当前国际学术界所关注. Raineri 提出低能量、大剂量 He 注入局域寿命控制,它提供了更优的局域性、温度稳定性和工艺兼容性,使得多区/任意寿命分布控制成为可能[2,3]. Hazdra 采用电子和质子辐照进行了双区局域寿命控制试验,证实其对于电导调制器件特性的提高,较单区寿命控制更优[4]. 作者在寿命突变近似下获得了分区解,在一定条件下,其结果与试验较符合[5,6]. 显然,采用寿命突变近似未能虑及寿命分布和"拖尾"情况,必将带来误差. 因此,Vobecky 指出在分析寿命控制对器件特性影响时,应虑及寿命空间分布[7]. 目前已报道的多区寿命控制的研究仍停留在实验层面,缺乏多区或任意寿命分布对器件特性影响的统一理论分析. 此外,辐照引入缺陷同时会对 Si 材料的寿命和迁移率造成影响. 而现有文献在分析时仅考虑缺陷对寿命的作用,未虑及迁移率下降的效应. 这也将导致所获得分析结果的偏差.

本文在同时考虑迁移率和寿命下降的基础上,建立了非均匀寿命分布下的基区双极输运方程,并得到其 WKB 解,计算出稳态情况下基区的非平衡载流子分布. 基于该 WKB 解,进而可获得电导调制型器件的稳态和瞬态特性. 本文将相关假设减小到了最低程度,故其结果及方法适用于缓变寿命分布的各种情况.

2. 任意寿命分布下双极输运方程及 WKB 解

在大注入下,基区会出现电导调制效应. 该效应在 IGBT(insulate gate bipolar transistor),BJT(bipolar junction transistor)和 PIN(P-i-N Diode)器件中均会出现. 此时,上述器件的基区将满足双极输运方程. 显然,基区中非平衡载流子将受载流子寿命和迁移率影响. 在辐照引入缺陷的情况下,Si 材料的寿命和迁移率均为空间的函数. 根据爱因斯坦关系,迁移率下降将导致扩散长度的下降. 这里虑及寿命分布为空间位置的函数 $\tau_H/f(x)$,其中 $1/f(x)$ 是寿命分布函数. 扩散长度亦为空间位置的函数,即 $D_{n,p}(x)=D_{n0,p0}/g(x)$,其中 $1/g(x)$ 为扩散系数分布函数,D_{n0} 和 D_{p0} 分别为无辐照情况下,电子和空穴的扩散系数. 显然 $f(x)$ 和 $g(x)$ 均与缺陷密度、缺陷能级和俘获截面相关.

作为一级近似,辐照后的迁移率 μ 可写成如下形式:

$$\frac{1}{\mu}=\frac{1}{\mu_{\mathrm{ID}}}+\frac{1}{\mu_{\mathrm{L}}}+BN_{\mathrm{T}}(x)\left(1-\exp\left(\frac{E_{\mathrm{T}}-E_{\mathrm{F}}}{kT}\right)\right),\tag{1}$$

其中 μ_{ID} 为掺杂原子散射的贡献，右边第三项为位移缺陷作为散射中心的贡献，B 为给定温度下的常数. 考虑到 E_{T} 主要与辐照的类型有关，这里近似认为在辐照区域 E_{T} 为常数，因此迁移率的下降只与位移缺陷的密度分布相关. 而位移缺陷的分布可由计算和实验获得.

同时考虑到寿命和迁移率的下降及空间分布，将分布函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 合并，并记 $\Theta(x)=f(x)g(x)$. 于是，在任意寿命分布下，电导调制基区中非平衡载流子浓度服从以下的稳态下双输运方程：

$$\frac{\mathrm{d}^2\Delta p(x)}{\mathrm{d}x^2}-\frac{\Delta p(x)}{L_{\mathrm{A}}^2}\Theta(x)=0,\tag{2}$$

其中 $L_{\mathrm{A}}=\sqrt{D_{\mathrm{A}}\tau_{\mathrm{H}}}$ 为无辐照引入位移缺陷情况下本征双极扩散长度，$D_{\mathrm{A}}=2D_{\mathrm{n0}}D_{\mathrm{p0}}/(D_{\mathrm{n0}}+D_{\mathrm{p0}})$ 为本征双极扩散系数，τ_{H} 为无位移缺陷情况下本征非平衡载流子大注入寿命. $\Delta p(x)$ 为基区中非平衡载流子浓度. 于是任意局域寿命分布情况下，基区非平衡载流子问题，可以归结为非线性微分方程的定解问题. 当寿命分布为缓变的情况下，$1/L_{\mathrm{A}}$ 为大参数，这样采用 WKB 方法可获得其近似解.

对方程(2)做 Liouville-Green 变换，令 $z=\varphi(x)$，$v=\psi(x)\Delta p(x)$，并令 $\varphi''-\frac{2\varphi'\psi'}{\psi}=0$，方程(2)可写成

$$\frac{\mathrm{d}^2v}{\mathrm{d}z^2}-\frac{1}{L_{\mathrm{A}}^2}v=\delta v,\tag{3}$$

这里 $\delta=\left(\frac{1}{4}\frac{\Theta''}{\Theta^2}-\frac{5}{16}\frac{\Theta'^2}{\Theta^3}\right)$，且 $\psi=(\Theta(x))^{1/4}$，$\varphi=\int_0^x\sqrt{\Theta(x)}\mathrm{d}\tau$. 若 δ 与 $\frac{1}{L_{\mathrm{A}}}$ 相比是小量，即 $\delta v\to0$，这时方程化简成

$$\frac{\mathrm{d}^2v}{\mathrm{d}z^2}-\frac{1}{L_{\mathrm{A}}^2}v=0.\tag{4}$$

方程(4)的通解为

$$\Delta p(x)=\frac{1}{\sqrt[4]{\Theta(x)}}\left[A\cosh\left(\frac{\int_0^x\sqrt{\Theta(x)}\mathrm{d}\tau}{L_{\mathrm{A}}}\right)+B\sinh\left(\frac{\int_0^x\sqrt{\Theta(x)}\mathrm{d}\tau}{L_{\mathrm{A}}}\right)\right].\tag{5}$$

在实际器件中，因结构不同，方程(2)的边界条件是不同的. 下面，我们将对不同边界条件下的解逐一加以考察.

3. 固定边界条件下的基区非平衡载流子分布

对于 BJT 和 IGBT 中的 BJT 结构，其电导调制基区为固定边界条件. 考虑到集电结反偏，则准基区的有效宽度为 $W=W_{\mathrm{B}}-\sqrt{2\varepsilon_{\mathrm{Si}}(V_{\mathrm{bc}}+V_{\mathrm{bi}})/qN_{\mathrm{B}}}$. 这里 $V_{\mathrm{bi}}=0.7\mathrm{V}$，$\varepsilon_{\mathrm{Si}}$ 为硅的介电常数，V_{bc} 为集电结反向偏压，N_{B} 为基区掺杂浓度，W_{B} 为基区的几何宽度. 在上述准基区内，$x=W$ 处，因集电极反偏，所以 $\Delta p(W)=0$；在 $x=0$ 处，并考虑大注入情况，有 $\Delta p(0)\approx p_0=n_i\exp(qV_{\mathrm{A}}/kT)$. 可以求出电导调制基区内非平衡载流子分布为

$$\Delta p=p_0\frac{\sinh[(\widetilde{W}-\tilde{x})/L_{\mathrm{A}}]}{\sinh[(\widetilde{W})/L_{\mathrm{A}}]}\cdot\left(\frac{\Theta(0)}{\Theta(x)}\right)^{1/4}.\tag{6}$$

这里记：$\widetilde{W}=\int_0^W\sqrt{\Theta(\tau)}\mathrm{d}\tau$，$\tilde{x}=\int_0^x\sqrt{\Theta(\tau)}\mathrm{d}\tau$. 在无局域寿命控制或寿命均匀的情况下，$\Theta(x)\equiv1$. 描述非平衡载流子分布的(6)式可退化成常见的形式

$$\Delta p=p_0\frac{\sinh[(W-x)/L_{\mathrm{A}}]}{\sinh(W/L_{\mathrm{A}})}.\tag{7}$$

4. 自由边界条件下的基区非平衡载流子分布

对于 PIN 和 IGBT 中的 PIN 结构，其电导调制基区为自由边界条件，即 $J_{\mathrm{p}}(0)=J_{\mathrm{pin}}$，$J_{\mathrm{n}}(0)=0$，$J_{\mathrm{p}}(W)=0$，$J_{\mathrm{n}}(W)=J$. 其中 J_{n}，J_{p} 和 J 分别为电子电流、空穴电流和总电流. 上述边界条件与以下条件等价.

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\Delta p}{\mathrm{d}x}\Big|_{x=0}&=-\frac{J}{2qD_{\mathrm{p}}},\\ \frac{\mathrm{d}\Delta p}{\mathrm{d}x}\Big|_{x=W}&=\frac{J}{2qD_{\mathrm{n}}}.\end{aligned}\tag{8}$$

采用 WKB 近似解和上述边界条件，可以得到缓变寿命分布下，基区中非平衡载流子分布为

$$\Delta p(x)=\frac{L_{\mathrm{A}}J}{4q}\frac{\left[\frac{A^{(0)}(x)}{A_0^0}\left(\frac{1}{D_{\mathrm{n}}}\exp\left(\frac{\tilde{x}}{L_{\mathrm{A}}}\right)+\frac{1}{D_{\mathrm{p}}}\exp\left(\frac{\tilde{x}-W}{L_{\mathrm{A}}}\right)\right)\right]+\left[\frac{B^{(0)}(x)}{B_0^0}\left(\frac{1}{D_{\mathrm{n}}}\exp\left(-\frac{\tilde{x}}{L_{\mathrm{A}}}\right)-\frac{1}{D_{\mathrm{p}}}\exp\left(\frac{W-\tilde{x}}{L_{\mathrm{A}}}\right)\right)\right]}{\sinh(\widetilde{W}/L_{\mathrm{A}})},\tag{9}$$

其中

$$A^{(0)}(x)=A\left(-\frac{L_{\mathrm{A}}}{4}[\Theta(x)]^{-5/4}+[\Theta(x)]^{1/4}\right),$$

$$B^{(0)}(x)=B\left(\frac{L_{\mathrm{A}}}{4}[\Theta(x)]^{-5/4}+[\Theta(x)]^{1/4}\right),$$

$$A_0^0=A_W^0=\frac{L_{\mathrm{A}}J}{4q}\frac{\frac{1}{D_{\mathrm{n}}}-\frac{1}{D_{\mathrm{p}}}\exp(\widetilde{W}/L_{\mathrm{A}})}{\sinh(\widetilde{W}/L_{\mathrm{A}})},$$

$$B_0^0=B_W^0=\frac{L_{\mathrm{A}}J}{4q}\frac{\frac{1}{D_{\mathrm{n}}}+\frac{1}{D_{\mathrm{p}}}\exp(-\widetilde{W}/L_{\mathrm{A}})}{\sinh(\widetilde{W}/L_{\mathrm{A}})}.$$

这里假定 $A_0^0=A_W^0$，$B_0^0=B_W^0$，它意味着在 $x=0$ 和 $x=W$ 处的非平衡载流子寿命相等．对于更一般的情况，亦可求出．限于篇幅，这里从略．在无寿命控制或寿命均匀的情况下，$\Theta(x)\equiv1$．描述非平衡载流子分布的(9)式可退化成常见的形式：

$$\Delta p(x)=\frac{L_{\mathrm{A}}J}{2q}\frac{\frac{1}{D_{\mathrm{n}}}\cosh\left(\frac{x}{L_{\mathrm{A}}}\right)+\frac{1}{D_{\mathrm{p}}}\sinh\left(\frac{x-W}{L_{\mathrm{A}}}\right)}{\sinh\left(\frac{W}{L_{\mathrm{A}}}\right)}.\tag{10}$$

5．结 论

本文建立了在非均匀寿命分布下，基区的双极输运方程，并得到其 WKB 解，计算出稳态情况下基区的非平衡载流子分布．基于该 WKB 解，进而可获得电导调制型器件的稳态和瞬态特性．由于在分析中将相关的假设降到最小程度，故本文结果适用于缓变寿命分布的情况．

[1] He C H，Geng B 2003 *Acta Phys*. *Sin*. **52** 180（in Chinese）［贺朝会、耿 斌 2003 物理学报 **52** 180］

[2] Raineri V，Fallica P G 1995 *J*. *Appl*. *Phys* **78** 3727

[3] Raineri V，Saggio M 1998 *Solid-State Electronics* **42** 2295

[4] Hazdra P，Vobecky J 2001 *Proc*. *ISPSD* **01** 123

[5] Fang J，Li Z J 2001 *Acta Electronica Sinica* **29** 1072（in Chinese）［方 健、李肇基 2001 电子学报 **29** 1072］

[6] Fang J，Tang X W 2004 *Chinese Journal of Semiconductors* **25** 1048（in Chinese）［方 健、唐新伟 2004 半导体学报 **25** 1048］

[7] Vobecky J，Hazdra P 1994 *Proc*. *ISPSD* **94** 265

A WKB solution of excess carriers in conductivity modulation base with non-uniform lifetime

Fang Jian　Lin Wei　Zhou Xian-Da　Li Zhao-Ji

（*University of Electronic Science and Technology of China*，*Chengdu* 610054，*China*）

（Received 8 July 2005；revised manuscript received 8 November 2005）

Abstract

Base on the establishment of an ambipolar transport equation of conductivity modulation base with non-uniform lifetime，WKB solutions of excess carrier profiles under different boundary conditions have been obtained by using Liouville-Green transform. The results can be used in modeling of conductivity modulation power devices under localized lifetime control.

Keywords：lifetime control，conductivity modulation，excess carriers，WKB

PACC：0750，6180，7200