第 55 卷 第 7 期 2006 年 7 月
1000-3290/2006/55(07)/3393-03
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol.55,No.7,July,2006


# 边界振动的微腔中的二能级原子

曲照军 柳盛典 杨传路 马晓光
(烟台师范学院物理系,烟台 264000)
(2005 年 11 月 25 日收到;2006 年 1 月 16 日收到修改稿)

采用全量子理论,对注入腔内的二能级原子、单模腔场和振动边界(视为频率为 $\omega_m$ 的量子谐振子)构成的系统,在相互作用绘景中,求解了该系统的态函数随时间的演化关系,在此基础上得到了原子布居数随时间的演化关系,结果显示布居数在初始值附近振荡,这说明边界的振动是周期性的,它对原子布居数的影响也是周期性的.

关键词:边界振动的微腔,二能级原子,布居数
PACC:3280P,3280,4250V

## 1.引 言

近年来,人们对于边界振动的光学微腔的兴趣越来越大,一方面,这种研究具有十分重要的理论价值,可以揭示大量精巧的量子效应,例如,具有共振振动边界的微腔显示出非常强的动力学 Casimir 效应,可以比固定边界的微腔显示的静态 Casimir 力大数百倍以上[1—5],而且,这种动力学 Casimir 效应具有很好的位相相干性[1],并能从真空中产生大量的光子[1—5].同时,具有振动边界的微腔在制备非经典态(例如薛定谔猫态)方面也有若干优越性[6,7].另一方面,这种研究也具有很重要的潜在技术应用背景,例如,随着大规模集成电路的集成度越来越高(每个元件都可以看成是微腔结构),微型化激光器的尺寸越来越小,微腔边界振动产生的量子效应将对这些微型化高新技术产品产生重要影响.然而,有关微腔边界振动对注入腔内的原子的影响(严格地说,微腔边界振动影响腔场,腔场影响原子)如何?或者说,边界振动的微腔中原子的动力学行为如何?到目前为止还没有人研究.由于它是实际系统中所真实存在的问题,因此研究它是很有必要的.

## 2.系统的态函数随时间的演化

考虑一个二能级原子缓慢进入边界振动的微腔(或微波激射器)的单模辐射腔场中,微腔的一个振动边界(频率为 $\omega_m$)看成是量子谐振子[7],则整个系统(由原子、场和振动边界构成)的哈密顿量为[7—11]

$$H = \hbar\omega a^+ a + \frac{1}{2}\hbar\omega_o\sigma_z + \hbar g_1(a^+\sigma_- + a\sigma_+) + \hbar\omega_m b^+ b - \hbar g_2 a^+ a(b + b^+), \tag{1}$$

式中 $a^+(a)$是频率为 $\omega$ 的单模辐射场的产生(湮没)算符,$b^+(b)$是频率为 $\omega_m$ 的量子谐振子的产生(湮没)算符.$\omega_o$ 是原子内部电子态$|2\rangle$和$|1\rangle$之间的跃迁频率,$\sigma_+ = |2\rangle\langle 1|$,$\sigma_- = |1\rangle\langle 2|$,$\sigma_z = |2\rangle\langle 2| - |1\rangle\langle 1|$是赝自旋算符,$g_1$ 是单模辐射场与原子的耦合系数,$g_2$[7] $= \frac{\omega}{l}\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_m}}$($l$ 是微腔的长度,$m$ 是振动边界的质量)是单模辐射场与振动边界的耦合常数.

记 $H_o = \hbar\omega a^+ a + \hbar\omega_m b^+ b + \frac{1}{2}\hbar\omega_o\sigma_z$,$H_1 = \hbar g_1(a^+\sigma_- + a\sigma_+) - \hbar g_2 a^+ a(b + b^+)$,取 $\omega - \omega_o = \omega_m$,由公式 $H_I(t) = e^{\frac{i}{\hbar}H_o t}H_1 e^{-\frac{i}{\hbar}H_o t}$得到相互作用绘景中的有效哈密顿量为

$$H_I(t) = [\hbar g_1(a^+\sigma_- + a\sigma_+) - \hbar g_2 a^+ a(b + b^+)]\cos\omega_m t. \tag{2}$$

引入一个幺正变换 $U(t)(U(0) = 1)$,使得

$$|\varphi_I(t)\rangle = U(t)|\varphi_I(0)\rangle, \tag{3}$$

式中$|\varphi_I(t)\rangle$和$|\varphi_I(0)\rangle$分别表示系统在 $t$ 时刻和初始时刻的态函数.将(3)式代入相互作用绘景中的薛定谔方程 $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\varphi_I(t)\rangle = H_I(t)|\varphi_I(t)\rangle$得

$$\frac{dU(t)}{dt} = \frac{1}{i\hbar}H_I(t)U(t).$$

对上式积分并运用迭代插入法得

$$U(t)=1+\frac{\mathrm{i}}{\omega_{\mathrm{m}}}[g_2a^+a(b+b^+)$$
$$-g_1(a^+\sigma_-+a\sigma_+)]\sin\omega_{\mathrm{m}}t \qquad (4)$$

(上式已取一级近似,因 $\sin\omega_{\mathrm{m}}t$ 方次越高越小).

设原子初始所处的状态为 $|\varphi(0)\rangle_A=\sqrt{P_{11}}|1\rangle+\sqrt{P_{22}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi}|2\rangle$(即原子初始处在能态$|1\rangle$,$|2\rangle$的相干叠加态),而场和边界所处的状态分别为 Fock 态 $|n\rangle$和$|m\rangle$,则

$$\begin{aligned}|\varphi_I(0)\rangle&=|\varphi(0)\rangle_A|n\rangle|m\rangle\\&=\sqrt{P_{11}}|1,n,m\rangle\\&\quad+\sqrt{P_{22}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi}|2,n,m\rangle.\end{aligned}\qquad(5)$$

将(4),(5)式代入(3)式得

$$\begin{aligned}|\varphi_I(t)\rangle=&\sqrt{P_{11}}|1,n,m\rangle+\sqrt{P_{22}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi}|2,n,m\rangle\\&+\frac{\mathrm{i}}{\omega_{\mathrm{m}}}[g_2n(\sqrt{P_{11}m}|1,n,m-1\rangle\\&+\sqrt{P_{11}(m+1)}|1,n,m+1\rangle)\\&+g_2n\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi}(\sqrt{P_{22}m}|2,n,m-1\rangle\\&+\sqrt{P_{22}(m+1)}|2,n,m+1\rangle)\\&-g_1\sqrt{P_{11}n}|2,n-1,m\rangle\\&-g_1\sqrt{P_{22}(n+1)}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi}|1,n+1,m\rangle]\\&\times\sin\omega_{\mathrm{m}}t.\end{aligned}\qquad(6)$$

上式即为相互作用绘景中系统的态函数随时间的演化关系.

## 3. 原子的布居数随时间的演化

在相互作用绘景中原子的约化密度算符为

$$\rho_I^A(t)=\sum_{n,m=0}^{\infty}\langle n,m|\varphi_I(t)\rangle\langle\varphi_I(t)|n,m\rangle,$$

经过冗长的计算得上式在原子基($|1\rangle=[1\quad 0]^{\mathrm{T}}$,$|2\rangle=[0\quad 1]^{\mathrm{T}}$)下的矩阵形式为

$$\rho_I^A(t)=\begin{pmatrix}\rho_{11}&\rho_{12}\\\rho_{21}&\rho_{22}\end{pmatrix},\qquad(7)$$

其中

$$\begin{aligned}\rho_{11}=&P_{11}-\frac{2}{\omega_{\mathrm{m}}}g_1\sqrt{P_{11}P_{22}(n+1)}\sin\phi\sin\omega_{\mathrm{m}}t\\&+\frac{1}{\omega_{\mathrm{m}}^2}[g_2^2n^2P_{11}(\sqrt{m}+\sqrt{m+1})^2\\&+g_1^2P_{22}(n+1)-2g_1g_2n\sqrt{P_{11}P_{22}(n+1)}\\&\times(\sqrt{m}+\sqrt{m+1})\cos\phi]\sin^2\omega_{\mathrm{m}}t,\end{aligned}\qquad(7\mathrm{a})$$

$$\begin{aligned}\rho_{12}=&\sqrt{P_{11}P_{22}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi}+\frac{\mathrm{i}}{\omega_{\mathrm{m}}}g_1(P_{11}\sqrt{n}\\&-P_{22}\sqrt{n+1})\sin\omega_{\mathrm{m}}t\\&+\frac{1}{\omega_{\mathrm{m}}^2}[g_2^2n^2\sqrt{P_{11}P_{22}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi}(\sqrt{m}+\sqrt{m+1})^2\\&-g_1g_2n(P_{11}\sqrt{n}+P_{22}\sqrt{n+1})\\&\times(\sqrt{m}+\sqrt{m+1})\\&+g_1^2\sqrt{P_{11}P_{22}n(n+1)}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi}]\sin^2\omega_{\mathrm{m}}t,\end{aligned}\qquad(7\mathrm{b})$$

$$\begin{aligned}\rho_{21}=&\sqrt{P_{11}P_{22}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi}-\frac{\mathrm{i}}{\omega_{\mathrm{m}}}g_1(P_{11}\sqrt{n}\\&-P_{22}\sqrt{n+1})\sin\omega_{\mathrm{m}}t\\&+\frac{1}{\omega_{\mathrm{m}}^2}[g_2^2n^2\sqrt{P_{11}P_{22}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi}(\sqrt{m}+\sqrt{m+1})^2\\&-g_1g_2n(P_{11}\sqrt{n}+P_{22}\sqrt{n+1})\\&\times(\sqrt{m}+\sqrt{m+1})\\&+g_1^2\sqrt{P_{11}P_{22}n(n+1)}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi}]\sin^2\omega_{\mathrm{m}}t\\=&\rho_{12}^*,\end{aligned}\qquad(7\mathrm{c})$$

$$\begin{aligned}\rho_{22}=&P_{22}+\frac{2}{\omega_{\mathrm{m}}}g_1\sqrt{P_{11}P_{22}n}\sin\phi\sin\omega_{\mathrm{m}}t\\&+\frac{1}{\omega_{\mathrm{m}}^2}[g_2^2n^2P_{22}(\sqrt{m}+\sqrt{m+1})^2\\&+g_1^2P_{11}n-2g_1g_2n\sqrt{P_{11}P_{22}n}\\&\times(\sqrt{m}+\sqrt{m+1})\cos\phi]\sin^2\omega_{\mathrm{m}}t.\end{aligned}\qquad(7\mathrm{d})$$

(7a),(7d)式正是 $t$ 时刻原子处在能级$|1\rangle$,$|2\rangle$的布居数(原子初始处在能级$|1\rangle$,$|2\rangle$的布居数分别为 $P_{11}$,$P_{22}$),换言之,它们给出原子布居数随时间的演化关系. 从这两式可以看出,原子处在能级$|1\rangle$,$|2\rangle$的布居数分别在 $P_{11}$和 $P_{22}$值附近振荡. 这说明不仅光场对原子布居数产生了影响,而且边界振动对原子布居数也产生了影响. 当 $t=\frac{n\pi}{\omega_{\mathrm{m}}}$($n$ 为正整数)时,$\rho_{11}=P_{11}$,$\rho_{22}=P_{22}$,即此时原子又回到了初态,而场和边界各自也回到了初态. 由以上的讨论可见,边界的振动是周期性的,它对原子布居数的影响也是周期性的.

## 4. 结 论

研究微腔边界振动对注入腔内的二能级原子的动力学行为的影响具有重要的意义. 本文采用全量子理论,对注入腔内的二能级原子、单模腔场和振动边界(视为频率为 $\omega_{\mathrm{m}}$ 的量子谐振子)构成的系统,

在相互作用绘景中，求解了该系统的态函数随时间的演化关系，在此基础上得到了原子布居数随时间的演化关系，结果表明布居数在初始值附近振荡，当 $t=\frac{n\pi}{\omega_m}$（$n$ 为正整数）时，布居数回到了初始值，即此时原子又回到了初态，而场和边界各自也回到了初态．总之，边界的振动是周期性的，它对原子布居数的影响也是周期性的．


[1] Law C K 1994 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **73** 1931

[2] Wu Y，Chan K W，Chu M C *et al* 1999 *Phys*. *Rev*. A **59** 1662

[3] Dodonov V V，Klimov A B 1996 *Phys*. *Rev*. A **53** 2664

[4] Jauregui R，Villarreal C 1996 *Phys*. *Rev*. A **54** 3480

[5] Jaekel M T，Reynaud S 1992 *J*. *Phys*. I **2** 149

[6] Mancini S，Man'ko V I，Tombesi P 1997 *Phys*. *Rev*. A **55** 3042

[7] Bose S，Jacobs K，Knight P L 1997 *Phys*. *Rev*. A **56** 4175

[8] Liu X，Fang M F 2002 *Chin*. *Phys*. **11** 635

[9] Zhou M，Fang J Y，Huang C J 2003 *Acta Phys*. *Sin*. **52** 1916（in Chinese）［周　明、方家元、黄春佳 2003 物理学报 **52** 1916］

[10] Wu S D，Qu Z J，Zhan Z M *et al* 2001 *Acta Phys*. *Sin*. **50** 1925（in Chinese）［吴曙东、曲照军、詹志明等 2001 物理学报 **50** 1925］

[11] Qu Z J，Liu S D，Yang C L 2005 *Acta Phys*. *Sin*. **54** 1156（in Chinese）［曲照军、柳盛典、杨传路等 2005 物理学报 **54** 1156］


# A two-level atom in a cavity with a moving mirror


Qu Zhao-Jun　Liu Sheng-Dian　Yang Chuan-Lu　Ma Xiao-Guang

（*Department of Physics*，*Yantai Normal University*，*Yantai*　264000，*China*）



（Received 25 November 2005；revised manuscript received 16 January 2006）



Abstract

It has great meaning to study the effect of a moving mirror in a cavity on the dynamic behavior of a two-level atom injected in the cavity. In this paper，for a system composed of a two-level injected atom and a single-mode field and a moving mirror in the cavity（the moving mirror to be regarded as a quantum harmonic oscillator with frequency $\omega_m$），the time-evolution of its state is obtained by means of complete quantum theory in the interaction picture. The time-evolution of the atomic population is derived on the basis of former investigations. It is found that the atomic population oscillates near its initial value. The result shows that the periodic motion of the mirror has a periodic effect on the atomic population.



**Keywords**：cavity with a moving mirror，two-level atom，population

**PACC**：3280P，3280，4250V