

各向异性磁化等离子体涂敷三维 导体目标 FDTD 分析*

徐利军† 刘少斌 莫锦军 袁乃昌

(国防科技大学电子科学与工程学院, 长沙 410073)

(2005 年 11 月 24 日收到 2005 年 12 月 18 日收到修改稿)

把电流密度卷积-时域有限差分法(JEC-FDTD)推广应用于三维各向异性色散介质——磁化等离子体中,该算法同时解决了电磁波在各向异性和频率色散介质中传播的难题,给出了各向异性磁化等离子体中 JEC-FDTD 迭代公式.计算了各向异性磁化等离子体涂敷二面角反射器和球锥体后其 RCS 的变化情况,分析了电子回旋频率对其 RCS 的影响.计算结果表明磁化等离子体吸收性能更好.

关键词:时域有限差分方法,各向异性磁化等离子体

PACC:5225, 5240, 5265, 4270

1. 引 言

时域有限差分法(FDTD)^[1]自提出以来,已广泛地应用于各种介质的电磁仿真.近年来,出现了大量处理色散介质电磁仿真的 FDTD 算法文献,其中包括递归卷积法(RC)^[2],辅助方程法(ADE)^[3-5],Z 变换法^[6],电流密度卷积法(JEC)^[7],Young 氏直接积分法^[8-10]以及分段线性递归卷积法(PLRC)^[11].上述算法中,递归卷积法计算效率最高,但精度较低.直接积分法需要较少的存储单元,效率也较高,计算精度也较精确.分段线性递归卷积法则具有最高的计算精度.

等离子体隐身技术是近年才出现的具有新概念、新原理的隐身技术.而 FDTD 方法则为仿真等离子体与电磁波的相互作用提供了一种较好的分析手段.但是很多文献^[12,13]仅仅研究了非磁化等离子体的隐身性能.其实磁化等离子体有更加独特的特性,当电磁波在磁化等离子体中传播时,等离子体不仅能够衰减入射波的能量,而且还能改变它的传播方向和极化方向.因此通过运用磁化等离子体吸收雷达波和形成波形畸变来减少突防飞行器的雷达散射截面,可以缩减雷达的探测距离,从而使飞行器具有

雷达隐身性能,所以研究磁化等离子体的散射特性很有意义.最近文献^[14]基于 Z 变换用 FDTD 方法对磁化等离子体进行了研究,但是此文献只计算了二维等离子体的散射特性,本文基于 JEC 方法把 FDTD 推广应用于三维各向异性色散介质-磁化等离子体中,给出了各向异性磁化等离子体中 FDTD 迭代公式.计算了各向异性磁化等离子体涂敷二面角反射器和球锥体后的 RCS,计算结果表明磁化等离子体吸收性能更好.

2. 各向异性磁化等离子体中的 FDTD 算法

对于各向异性磁化等离子体,Maxwell 和等离子体的关联方程为

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} + \nu \mathbf{J} = \epsilon_0 \omega_p^2 \mathbf{E} + \omega_b \times \mathbf{J}, \quad (3)$$

式中 \mathbf{E} 是电场强度, \mathbf{H} 是磁场强度, \mathbf{J} 是电流密度, ϵ_0 , μ_0 分别是真空中的介电常数和磁导率, ν 是等离子体碰撞频率, ω_p 是等离子体角频率, $\omega_b = e\mathbf{B}_0/$

* 国家自然科学基金(批准号 60471002)资助的课题.

† E-mail: xulijinmm@tom.com

m 是电子回旋频率, B_0 是外磁场强度. 设外磁场沿直角坐标的 $+z$ 方向, 则 (3) 式可写为

$$\frac{dJ_x}{dt} + \nu J_x = \varepsilon_0 \omega_p^2 E_x - \omega_b J_y, \quad (4)$$

$$\frac{dJ_y}{dt} + \nu J_y = \varepsilon_0 \omega_p^2 E_y + \omega_b J_x, \quad (5)$$

$$\frac{dJ_z}{dt} + \nu J_z = \varepsilon_0 \omega_p^2 E_z. \quad (6)$$

由 (4) 和 (5) 式可以发现, 电流密度的两个分量相互耦合, 因此电流密度两个分量的 FDTD 迭代方程必须同时求解. (4) 式转化到频域则可以得到

$$J_x(\omega) = \frac{\varepsilon_0 \omega_p^2}{j\omega + \nu} E_x(\omega) - \frac{\omega_b}{j\omega + \nu} J_y(\omega). \quad (7)$$

上式转化为时域可得到

$$J_x(t) = \int_0^t \alpha(t-\tau) E_x(\tau) d\tau - \int_0^t \xi(t-\tau) J_y(\tau) d\tau, \quad (8)$$

式中

$$\alpha(t) = \varepsilon_0 \omega_p^2 \exp(-\nu t), t > 0, \quad (9)$$

$$\xi(t) = \omega_b \exp(-\nu t), t > 0. \quad (10)$$

取 $t = (n + 1/2)\Delta t$ 时刻得

$$\begin{aligned} J_x^{n+1/2} &= e^{-\nu(n+1/2)\Delta t} \int_0^{(n+1/2)\Delta t} e^{\nu\tau} [\varepsilon_0 \omega_p^2 E_x(\tau) - \omega_b J_y(\tau)] d\tau \\ &= e^{-\nu(n+1/2)\Delta t} \left(\int_0^{(n-1/2)\Delta t} e^{\nu\tau} [\varepsilon_0 \omega_p^2 E_x(\tau) - \omega_b J_y(\tau)] d\tau \right. \\ &\quad \left. + \int_{(n-1/2)\Delta t}^{(n+1/2)\Delta t} e^{\nu\tau} [\varepsilon_0 \omega_p^2 E_x(\tau) - \omega_b J_y(\tau)] d\tau \right). \quad (11) \end{aligned}$$

取 $t = (n - 1/2)\Delta t$ 时刻得

$$\begin{aligned} J_x^{n-1/2} &= e^{-\nu(n-1/2)\Delta t} \int_0^{(n-1/2)\Delta t} e^{\nu\tau} [\varepsilon_0 \omega_p^2 E_x(\tau) - \omega_b J_y(\tau)] d\tau. \quad (12) \end{aligned}$$

由上两式可得

$$\begin{aligned} J_x^{n+1/2} &= e^{-\nu\Delta t} J_x^{n-1/2} + e^{-\nu(n+1/2)\Delta t} \\ &\quad \times \int_{(n-1/2)\Delta t}^{(n+1/2)\Delta t} e^{\nu\tau} [\varepsilon_0 \omega_p^2 E_x(\tau) \\ &\quad - \omega_b J_y(\tau)] d\tau. \quad (13) \end{aligned}$$

令

$$f(\tau) = e^{\nu\tau} [\varepsilon_0 \omega_p^2 E_x(\tau) - \omega_b J_y(\tau)], \quad (14)$$

则 (13) 式变为

$$\begin{aligned} J_x^{n+1/2} &= e^{-\nu\Delta t} J_x^{n-1/2} + e^{-\nu(n+1/2)\Delta t} \\ &\quad \times \int_{(n-1/2)\Delta t}^{(n+1/2)\Delta t} f(\tau) d\tau, \quad (15) \end{aligned}$$

式中的积分项用泰勒级数展开可以写为

$$\begin{aligned} &\int_{(n-1/2)\Delta t}^{(n+1/2)\Delta t} f(\tau) d\tau \\ &= \int_{(n-1/2)\Delta t}^{(n+1/2)\Delta t} [f(n\Delta t) + f^{(1)}(n\Delta t)(\tau - n\Delta t) \\ &\quad + f^{(2)}(n\Delta t)\frac{(\tau - n\Delta t)^2}{2} + O(\Delta t^3)] d\tau \\ &= \Delta t e^{\nu n\Delta t} [\varepsilon_0 \omega_p^2 E_x(n\Delta t) - \omega_b J_y(n\Delta t)] + O(\Delta t^3). \quad (16) \end{aligned}$$

(16) 式代入到 (15) 式则可以得到

$$\begin{aligned} J_x^{n+1/2} &= e^{-\nu\Delta t} J_x^{n-1/2} + \Delta t e^{-\nu\Delta t/2} [\varepsilon_0 \omega_p^2 E_x^n \\ &\quad - \frac{\omega_b}{2} (J_y^{n+1/2} + J_y^{n-1/2})]. \quad (17) \end{aligned}$$

同样处理 (5) 式可得

$$\begin{aligned} J_y^{n+1/2} &= e^{-\nu\Delta t} J_y^{n-1/2} + \Delta t e^{-\nu\Delta t/2} [\varepsilon_0 \omega_p^2 E_y^n \\ &\quad + \frac{\omega_b}{2} (J_x^{n+1/2} + J_x^{n-1/2})]. \quad (18) \end{aligned}$$

研究三维情况下, 各向异性磁化等离子体中的 FDTD 差分格式, 取电场 E 的值位于整数时间步, 磁场 H 和电流密度 J 位于半个时间步, 并且取 J 分量与 E 分量的位置相同. 对 (1) 式进行中心差分近似可以得到

$$\begin{aligned} E^{n+1} &= E^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} (\nabla \times H)^{n+1/2} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} J^{n+1/2}. \quad (19) \end{aligned}$$

磁场 H 的迭代方程与非磁化等离子体介质的方程完全相同. 由 (17) 和 (18) 式可以得到 J_x 和 J_y 的迭代公式:

$$\begin{aligned} J_x \Big|_{i+1/2, j, k}^{n+1/2} &= \frac{(4 - \omega_b^2 \Delta t^2) e^{-\nu\Delta t}}{4C_0} J_x \Big|_{i+1/2, j, k}^{n-1/2} \\ &\quad + \frac{\varepsilon_0 \omega_p^2 \Delta t e^{-\nu\Delta t/2}}{C_0} E_x \Big|_{i+1/2, j, k}^n \\ &\quad - \frac{\omega_b \Delta t e^{-\nu\Delta t/2}}{2C_0} (1 + e^{-\nu\Delta t}) J_y \Big|_{i+1/2, j, k}^{n-1/2} \\ &\quad - \frac{\varepsilon_0 \omega_b \omega_p^2 \Delta t^2 e^{-\nu\Delta t}}{2C_0} E_y \Big|_{i+1/2, j, k}^n, \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_y \Big|_{i, j+1/2, k}^{n+1/2} &= \frac{(4 - \omega_b^2 \Delta t^2) e^{-\nu\Delta t}}{4C_0} J_y \Big|_{i, j+1/2, k}^{n-1/2} \\ &\quad + \frac{\varepsilon_0 \omega_p^2 \Delta t e^{-\nu\Delta t/2}}{C_0} E_y \Big|_{i, j+1/2, k}^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\omega_b \Delta t e^{-\nu \Delta t / 2}}{2 C_0} (1 + e^{-\nu \Delta t}) J_x \Big|_{i, j+1/2, k}^{n-1/2} \\
 & + \frac{\epsilon_0 \omega_b \omega_p^2 \Delta t^2 e^{-\nu \Delta t}}{2 C_0} E_x \Big|_{i, j+1/2, k}^n. \quad (21)
 \end{aligned}$$

有同样的方式可以得到 J_z 的迭代格式:

$$\begin{aligned}
 & J_z \Big|_{i, j, k+1/2}^{n+1/2} \\
 & = \frac{(4 - \omega_b^2 \Delta t^2) e^{-\nu \Delta t}}{4 C_0} J_z \Big|_{i, j, k+1/2}^{n-1/2} \\
 & + \frac{\epsilon_0 \omega_p^2 \Delta t e^{-\nu \Delta t / 2}}{C_0} E_z \Big|_{i, j, k+1/2}^n, \quad (22)
 \end{aligned}$$

这里 $C_0 = 1 + \frac{\omega_b^2 \Delta t^2}{4} e^{-\nu \Delta t}$, 特别需要注意的是, FDTD 中 E_y 的采样点在 $(i, j+1/2, k)$, 因此 (20) 式中的 $E_y \Big|_{i+1/2, j, k}^n$ 和 $J_y \Big|_{i+1/2, j, k}^n$ 分别用周围的 4 点进行平均, 即

$$\begin{aligned}
 E_y \Big|_{i+1/2, j, k}^n & = \frac{1}{4} \left(E_y \Big|_{i, j+1/2, k}^n + E_y \Big|_{i, j-1/2, k}^n \right. \\
 & \left. + E_y \Big|_{i+1, j+1/2, k}^n + E_y \Big|_{i+1, j-1/2, k}^n \right) \quad (23)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_y \Big|_{i+1/2, j, k}^n & = \frac{1}{4} \left(J_y \Big|_{i, j+1/2, k}^n + J_y \Big|_{i, j-1/2, k}^n \right. \\
 & \left. + J_y \Big|_{i+1, j+1/2, k}^n + J_y \Big|_{i+1, j-1/2, k}^n \right). \quad (24)
 \end{aligned}$$

(23) 和 (24) 式代入 (20) 式可得到

$$\begin{aligned}
 & J_x \Big|_{i+1/2, j, k}^{n+1/2} \\
 & = \frac{(4 - \omega_b^2 \Delta t^2) e^{-\nu \Delta t}}{4 C_0} J_x \Big|_{i+1/2, j, k}^{n-1/2} \\
 & + \frac{\epsilon_0 \omega_p^2 \Delta t e^{-\nu \Delta t / 2}}{C_0} E_x \Big|_{i+1/2, j, k}^n \\
 & - \frac{\omega_b \Delta t e^{-\nu \Delta t / 2}}{8 C_0} (1 + e^{-\nu \Delta t}) \left(J_y \Big|_{i, j+1/2, k}^n + J_y \Big|_{i, j-1/2, k}^n \right. \\
 & \left. + J_y \Big|_{i+1, j+1/2, k}^n + J_y \Big|_{i+1, j-1/2, k}^n \right) \\
 & - \frac{\epsilon_0 \omega_b \omega_p^2 \Delta t^2 e^{-\nu \Delta t}}{8 C_0} \left(E_y \Big|_{i, j+1/2, k}^n \right. \\
 & \left. + E_y \Big|_{i, j-1/2, k}^n + E_y \Big|_{i+1, j+1/2, k}^n + E_y \Big|_{i+1, j-1/2, k}^n \right). \quad (25)
 \end{aligned}$$

采用和 J_x 相同的处理方式, 可得到 J_y 的迭代格式.

3. 计算结果

3.1. 磁化等离子体涂敷二面角反射器

如图 1 所示, 二面角反射器由两块正交放置且边长均为 30cm 的正方形金属平板构成, 平板厚度 1cm, 等离子体涂敷厚度为 2cm. 空间网格尺寸 $\delta = 0.5\text{cm}$, 时间步长 $\Delta t = \delta/2c$, FDTD 计算区域 $90 \times 90 \times 90\delta^3$, 入射波频率 4GHz, 等离子体碰撞频率 $\nu = 10\text{GHz}$, 等离子体角频率 $\omega_p = 4\pi \times 10^9 \text{ rad/s}$, 电子回旋频率分别为 $\omega_b = 0$ (非磁化等离子体) 及 $\omega_b = 20 \times 10^9 \text{ rad/s}$ (磁化等离子体) 情况下, 涂敷等离子体后二面角在 $\theta = 90^\circ$ 平面内 HH 极化单站 RCS, VV 极化单站 RCS. 从图中我们发现二面角反射器涂敷等离子体后其 RCS 能显著地减少, 特别是各向异性磁化等离子体与各向同性等离子体相比, 能进一步降低其 RCS. 同时还发现, 涂敷磁化等离子体后, 对于水平极化方式, 其 RCS 在 0° 到 180° 之间不对称, 这是因为外磁场为 z 方向, 由 (3) 式可以看出, z 轴的外磁场使得水平极化电场相互耦合, 等离子体表现出各向异性特性, 其 RCS 在 0° 到 180° 范围不再左右对称. 而对于垂直极化的电磁波, 其极化方向与外磁场平行, 由 (3) 式可以看出, 外磁场对其不起作用, 所以这种情况下, 其 RCS 在 0° 到 180° 范围仍然左右对称.

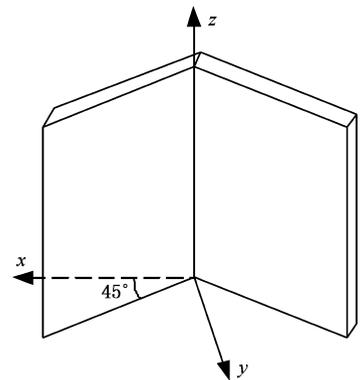


图 1 二面角示意图

3.2. 磁化等离子体涂敷球锥体

导体球锥体示意图如图 3, 未涂敷尺寸: 球半径 $a = 7.5\text{cm}$, 锥高 $h = 15\text{cm}$, 涂敷等离子体后尺寸: 球半径 $a_1 = 9.5\text{cm}$, 锥高 $h_1 = 19\text{cm}$, 入射波频率为 4GHz, 迎头部入射, 等离子体碰撞频率 $\nu = 10\text{GHz}$, 等离子体角频率 $\omega_p = 4\pi \times 10^9 \text{ rad/s}$, 电子回旋频率 ω_b ,

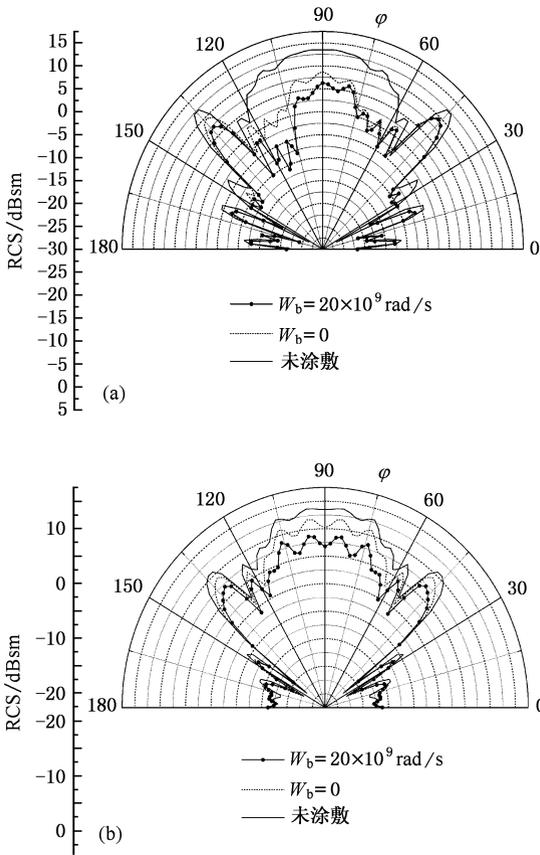


图 2 磁化等离子体涂敷二面角单站 RCS (a)HH 极化 ;(b) VV 极化

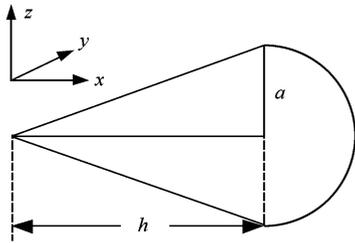


图 3 球锥体示意图

$= 20 \times 10^9 \text{ rad/s}$ 情况下 ,磁化等离子体涂敷球锥体的 RCS 其 HH 极化双站 RCS 和 VV 极化双站 RCS 如图 4.

从图中我们发现涂敷磁化等离子体能显著地减少后向及其附近的 RCS ,而对其前向散射的作用不明显 ,等离子体的碰撞吸收以及共振吸收是造成后向附近散射变小的主要原因 ,而前向散射一般正比

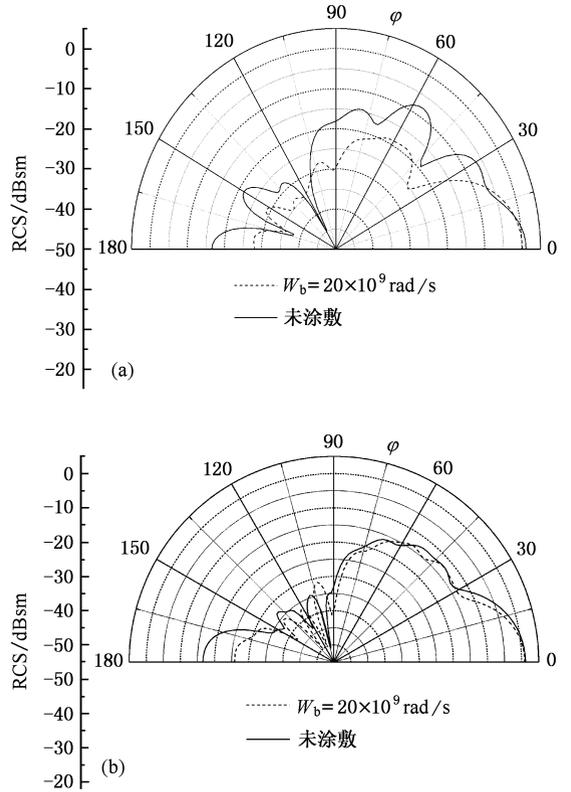


图 4 磁化等离子体涂敷球锥体的双站 RCS (a)HH 极化 ;(b) VV 极化

于目标的投影面积 ,把球锥体和等离子体包层作为一个整体看 ,其投影面积的确是增大了 ,而且就散射机理而言 ,环绕球锥体的等离子体包层是一种很好的导波结构 ,入射能量容易以行波的形式到达球体阴影面 ,可见等离子体对其前向散射作用不明显是可以理解的.

4. 结 论

采用 JEC 方法把 FDTD 推广应用于三维各向异性色散介质-磁化等离子体中 ,该算法同时解决了电磁波在各向异性频率色散介质中传播的计算问题 ,给出了各向异性磁化等离子体中 FDTD 迭代公式 .计算了各向异性磁化等离子体涂敷二面角反射器和球锥体后其 RCS 的变化情况 ,它表明 ,在大气中通过控制飞行器表面等离子体包层中外磁场的强度 ,可使飞行器在某些频段具备雷达隐身性能.

- [1] Yee K S 1966 *IEEE Trans . Antennas Propagat .* **14** 302
- [2] Luebbers R J , Hunsberger F , Kunz K S *et al* 1990 *IEEE Trans Electromagn Compat .* **32** 222
- [3] Kashiwa T , Yoshida N Y , Fukai I 1988 *IEEE Trans Antennas Propagat .* **36** 1096
- [4] Nickisch L J , Franke P M 1992 *IEEE Antennas Propagat Mag .* **34** 33
- [5] Gandhi O P , Gao B Q , Chen T Y 1993 *IEEE Trans Microwave Theory Technol .* **41** 658
- [6] Sullivan D M 1992 *IEEE Trans Antennas Propagat .* **40** 1223
- [7] Chen Q , Katsurai M , Aoyagi P H 1998 *IEEE Trans Antennas Propagat .* **46** 1739
- [8] Young J L 1994 *Radio Sci .* **29** 1513
- [9] Young J L 1995 *IEEE Trans Antennas Propagat .* **43** 422
- [10] Young J L 1996 *IEEE Trans Antennas Propagat .* **44** 1283
- [11] Kelley D F , Luebbers R J 1996 *IEEE Trans Antennas Propagat .* **44** 792
- [12] Liu S B , Mo J J , Yuan N C 2004 *Acta Phys . Sin .* **53** 778 (in Chinese) [刘少斌、莫锦军、袁乃昌 2004 物理学报 **53** 778]
- [13] Liu S B , Zhang G F , Yuan N C 2004 *Acta Phys . Sin .* **53** 2633 (in Chinese) [刘少斌、张光甫、袁乃昌 2004 物理学报 **53** 2633]
- [14] Xu L J , Liu S B , Yuan N C 2005 *Acta Phys . Sin .* **54** 4789 (in Chinese) [徐利军、刘少斌、袁乃昌 2005 物理学报 **54** 4789]

FDTD analysis of 3-D conducting target coated by anisotropic magnetized plasma^{*}

Xu Li-Jun[†] Liu Shao-Bin Mo Jin-Jun Yuan Nai-Chang

(*Institute of Electronic Science and Engineering , NUDT , Changsha 410073 , China*)

(Received 24 November 2005 ; revised manuscript received 18 December 2005)

Abstract

The JEC finite-difference time-domain (JEC-FDTD) method is extended to three dimensional anisotropic dispersive media—the magnetized plasma. The problem which incorporates both anisotropy and frequency dispersion at the same time is solved for the electromagnetic wave propagation. The three dimensional JEC-FDTD formulations for anisotropic magnetized plasma are derived. The method is applied to the electromagnetic scattering of dihedral corner reflector and sphere-cone coated with anisotropic magnetized plasma. By simulating the interaction of electromagnetic wave with magnetized plasma , some numerical results are obtained , which indicate that an appropriate plasma coating may efficiently reduce the RCS of a metallic target.

Keywords : FDTD , anisotropic magnetized plasma

PACC : 5225 , 5240 , 5265 , 4270

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No.60471002).

[†] E-mail : xulijinmm@tom.com