

# 一种新的蔡氏电路设计与硬件实现\*

李 亚<sup>1)</sup> 禹思敏<sup>2)</sup> 戴青云<sup>1)</sup> 刘明华<sup>1,3)</sup> 刘 庆<sup>4)</sup>

1) 广东工业大学信息工程学院, 广州 510090)

2) 广东工业大学自动化学院, 广州 510090)

3) 井冈山学院物理系, 吉安 343009)

4) 湖南涉外经济学院信息与电子工程系, 长沙 410205)

(2005 年 10 月 26 日收到, 2005 年 11 月 28 日收到修改稿)

提出了一种基于蔡氏无量纲状态方程新的电路设计方法. 首先对蔡氏无量纲状态方程各变量进行比例压缩变换、微分-积分转换和时间尺度变换. 其次根据变换后的方程设计出各模块电路, 再将各模块按方程中各状态变量的对应关系联结起来. 整个电路只由反相加法器、积分器和反相器三大模块构成, 电路结构对称. 与现有其他的混沌电路设计相比, 该方法具有三个主要特点: (1) 直观性强, 实现了电路的模块化设计, 并总结出了这类混沌电路更一般的设计原理, 具有普适性, 可用于其他无量纲连续状态方程的电路设计; (2) 由于采用了反相加法器, 各个电路参数独立可调, 互不影响, 便于电路实现; (3) 可根据需要, 通过调节积分电阻或积分电容的大小来改变混沌信号的频谱分布范围, 便于实际应用. 根据这一方法, 设计了一种用多项式产生三涡卷混沌吸引子的新型蔡氏电路, 并进行了相应的硬件实验研究. 电路实验结果与计算机模拟结果完全符合, 由此证实了该方法的可行性.

关键词: 蔡氏电路, 多项式, 模块化设计, 硬件实验

PACC: 0545

## 1. 引 言

近年来, 混沌在非线性科学、信息科学、保密通信以及其他工程领域获得了广泛的应用, 已成为非线性电路与系统的一个热点课题<sup>[1]</sup>. 在混沌电路的实现方面, 国内外已提出了许多新的方法来设计各种不同类型的混沌电路<sup>[2-17]</sup>. 我们知道, 蔡氏电路是目前众多混沌电路中最具代表性的一种, 其典型的电路结构已成为理论和实验研究混沌的一个范例<sup>[18]</sup>. 在此基础上, 人们还进一步研究了蔡氏电路的其他形式, 如对偶蔡氏电路<sup>[10]</sup>、变形蔡氏电路<sup>[11]</sup>、多涡卷蔡氏电路等<sup>[4, 5, 12]</sup>. 然而, 从目前已有的文献报道看, 尽管人们在试图改进和探索一类新型蔡氏电路的过程中取得了一系列研究成果, 但始终都是遵循一种典型的蔡氏电路模型, 即用电容、电感、电阻和蔡氏二极管来构建蔡氏电路. 这种典型的蔡氏电路模式已被国内外研究者所广泛接受, 并用于双涡卷和多涡卷蔡氏电路的设计.

本文提出一种有别于传统蔡氏电路设计的新方法, 并以文献 19 给出的用多项式  $ax + bx|x| + cx^3$  产生三涡卷混沌吸引子为例, 通过一种模块化的系统设计方法, 对蔡氏无量纲状态方程进行了电路设计. 这种方法不仅可用于蔡氏电路的设计, 还可在其他的一些连续混沌系统的电路设计中获得应用而不失其一般性.

## 2. 用多项式 $ax + bx|x| + cx^3$ 产生三涡卷混沌吸引子

研究结果表明, 除用分段线性函数和正弦函数可以从蔡氏电路中获得双涡卷和多涡卷外, 还可以用诸如指数函数和多项式等一类更光滑的连续函数来产生蔡氏混沌吸引子<sup>[19, 20]</sup>. 例如, 文献 20 提出用多项式  $ax + bx|x|$ ,  $ax + bx^3$ ,  $a_0 + ax + bx^2 + cx^3$  产生双涡卷, 文献 19 则研究用多项式  $ax + bx|x| + cx^3$  产生三涡卷.

用多项式产生三涡卷蔡氏混沌吸引子的无量纲

\* 国家自然科学基金(批准号: 60572073)、广东省自然科学基金(批准号: 32469, 5001818)和广州市科技计划(批准号: 2004J1-C0291)资助的课题.

归一化状态方程为<sup>[19]</sup>

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\tau} &= \alpha(y - h(x)), \\ \frac{dy}{d\tau} &= x - y + z, \\ \frac{dz}{d\tau} &= -\beta y, \end{aligned} \quad (1)$$

式中  $\alpha = 12.8, \beta = 19.1, h(x) = ax + bx|x| + cx^3$ , 参数  $a = 0.6, b = -1.1, c = 0.45$ , 对应的曲线如图 1 所示. 图 1 中的 5 个平衡点用  $x_i (i = 0, 1, 2, 3, 4)$  表示, 4 个转折点用  $e_i (i = 1, 2, 3, 4)$  表示, 5 个区域用  $D_i (i = 0, 1, 2, 3, 4)$  表示. 由 (1) 式得到的产生三涡卷的计算机模拟结果如图 2 所示.

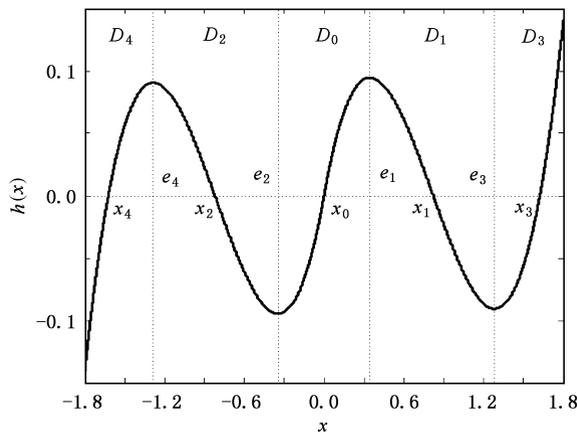


图 1  $h(x)$  及其 5 个区域表示

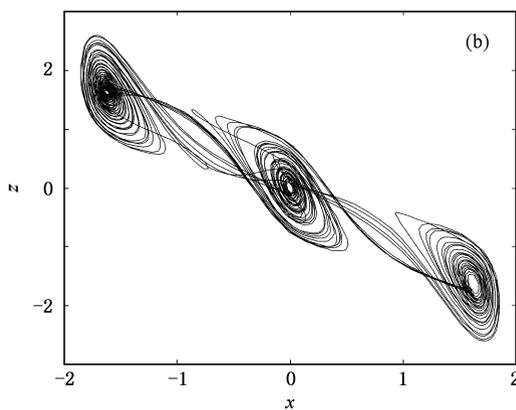
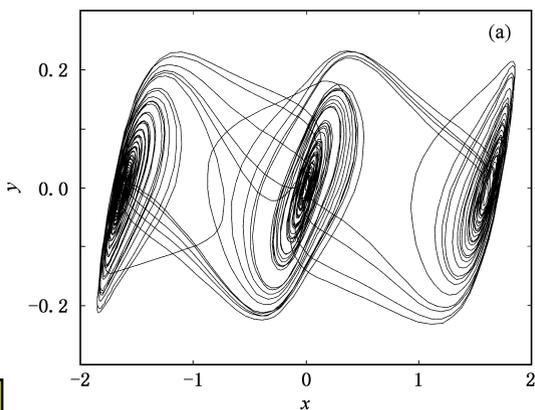


图 2 三涡卷蔡氏混沌吸引子的计算机模拟结果 (a)  $x$ - $y$  平面上的相图 (b)  $x$ - $z$  平面上的相图

(1) 式中关于变量  $x$  的 5 个平衡点  $x_i (i = 0, 1, 2, 3, 4)$  分别为

$$\begin{aligned} x_0 &= 0, \\ x_{1,2} &= \pm (-b - \sqrt{b^2 - 4ac}) / (2c) = \pm 0.8216, \\ x_{3,4} &= \pm (-b + \sqrt{b^2 - 4ac}) / (2c) = \pm 1.6228. \end{aligned} \quad (2)$$

进一步可得 (1) 式在各平衡点的 Jacobian 矩阵为

$$J_F(x_i) = \begin{bmatrix} -\alpha \frac{\partial h(x_i)}{\partial x_i} & \alpha & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -\beta & 0 \end{bmatrix} \quad (i = 0, 1, 2, 3, 4). \quad (3)$$

由此可得关于平衡点  $x_i (i = 0, 1, 2, 3, 4)$  的特征值为

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= -8.9494, \\ \sigma_0 \pm j\omega_0 &= 0.1347 \pm j4.0463, \\ \gamma_{1,2} &= 5.0922, \\ \sigma_{1,2} \pm j\omega_{1,2} &= -1.1502 \pm j3.5916, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{3,4} &= -8.7757, \\ \sigma_{3,4} \pm j\omega_{3,4} &= 0.1431 \pm j4.0349. \end{aligned} \quad (4)$$

由 (4) 式可知, 平衡点  $x_0, x_3, x_4$  为指标 2 的鞍焦点, 在这 3 个平衡点所对应的区域中形成涡卷, 而平衡点  $x_1, x_2$  则为指标 1 的鞍焦点, 在这 2 个平衡点所对应的区域中形成键带, 从而可产生图 2 所示的三涡卷混沌吸引子.

### 3. 电路设计原理

基于无量纲蔡氏状态方程的变量比例压缩变换、微分-积分转换和时间尺度变换, 下面提出一种有别于常规蔡氏电路的设计方法, 它不仅可用于蔡氏电路的设计, 还可在其他的一些连续混沌系统的电路设计中获得应用.

首先对 (1) 式进行变量的比例压缩变换

$$\begin{aligned} u &= kx, \\ v &= ky, \\ w &= kz, \end{aligned} \quad (5)$$

式中  $k$  为变量的比例压缩因子. 将(1)式两边同时乘以  $k$  得

$$\frac{d(kx)}{d\tau} = \alpha \left\{ ky - \left[ \alpha(kx) + \frac{b}{k}(kx)|(kx)| + \frac{c}{k^2}(kx)^3 \right] \right\}, \quad (6)$$

$$\frac{d(ky)}{d\tau} = (kx) - (ky) + (kz),$$

$$\frac{d(kz)}{d\tau} = -\beta(ky).$$

将(5)式代入(6)式得

$$\begin{aligned} \frac{du}{d\tau} &= \alpha \left[ v - \left( au + \frac{b}{k}u|u| + \frac{c}{k^2}u^3 \right) \right], \\ \frac{dv}{d\tau} &= u - v + w, \\ \frac{dw}{d\tau} &= -\beta v. \end{aligned} \quad (7)$$

需要特别强调的是,上述进行变量比例压缩变换的目的主要是考虑到运算放大器的动态范围有限的原因.常用的运算放大器 OP 的型号有 TL082 等,电源电压为  $\pm 15$  V,线性动态范围只有  $\pm 13.5$  V.而对于其他许多连续混沌,其无量纲状态方程中变量的动态范围一般将远远超出运算放大器的线性动态范围.如果不对原方程作变量比例压缩变换,就无法用硬件电路加以实现. $k$  的大小可根据 Matlab 程序的计算结果来确定.一般通过变量比例压缩后,可将变量的变化范围限制在运算放大器的动态范围之内.而对于图 2 所示的三涡卷蔡氏混沌吸引子,由于变量的动态范围已在运算放大器的线性动态范围之内,因此,可取变量的比例压缩因子  $k=1$ .

(7)式为状态方程的微分形式,其积分形式可表示为

$$\begin{aligned} u &= \int \left[ -a_{11}(-v) - a_{12}h(u) \right] d\tau, \\ v &= \int \left[ -a_{21}(-u) - a_{22}v - a_{23}(-w) \right] d\tau, \\ w &= \int -a_{31}v d\tau, \end{aligned} \quad (8)$$

式中  $a_{ij}$  ( $i, j=1, 2, 3$ ) 为系统的参数,其中  $a_{11} = \alpha = 12.8$ ,  $a_{12} = \alpha = 12.8$ ,  $a_{21} = 1$ ,  $a_{22} = 1$ ,  $a_{23} = 1$ ,  $a_{31} = \beta = 19.1$ ;  $h(u) = au + (b/k)u|u| + (c/k^2)u^3$ , 其中  $a = 0.6$ ,  $b = -1.1$ ,  $c = 0.45$ ,  $k = 1$ . 根据(8)式,可得基

于模块化设计的硬件电路如图 3 所示.

图 3 中的运算放大器 OP 型号为 TL082,乘法器采用 AD633,在实验中应注意到 AD633 的增益为 0.1.图中所有有源器件的电源电压均为  $\pm 15$  V,所有电阻均采用精密可调电阻或精密可调电位器.图 3 中的运算放大器 OP1, OP4, OP7 为反相加法器模块, OP2, OP5, OP8 为反相积分器模块, OP3, OP6, OP9 为反相器模块.图 3(a)为基本蔡氏电路,图 3(b)为多项式  $h(u) = au + (b/k)u|u| + (c/k^2)u^3$  信号产生器,其中虚框所示的电路为绝对值电路.根据叠加原理,绝对值电路的输出与输入的关系可表示为  $u_0 = -u - 2u_1$ .当  $u < 0$  时,二极管  $D_1, D_2$  导通,  $u_1 = 0$ , 得  $u_0 = -u > 0$ .当  $u > 0$  时,二极管  $D_1$  截止,  $D_2$  导通,  $u_1 = -u$ , 得  $u_0 = -u + 2u = u > 0$ .综合上述两种情况,得  $u_0 = |u|$ .

考虑到乘法器的增益为 0.1,由图 3(b)可得多项式信号产生器的输入输出关系为

$$\begin{aligned} h(u) &= \left( \frac{R_n}{R_a} \right) u + \left( -0.1 \frac{R_n}{R_b} \right) u|u| \\ &+ \left( 0.01 \frac{R_n}{R_c} \right) u^3. \end{aligned} \quad (9)$$

由此可得多项式的三个系数分别为

$$\begin{aligned} a &= R_n/R_a, \\ b/k &= -0.1R_n/R_b, \\ c/k^2 &= 0.01R_n/R_c, \end{aligned}$$

其中  $k=1$ .当  $R_n$  固定不变时,调节图 3(b)中的电阻  $R_a, R_b$  和  $R_c$ ,可分别独立调节多项式  $h(u)$  的三个参数  $a, b/k$  和  $c/k^2$ ,互不影响.

根据图 3,可得电路的状态方程为

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{R_0 C_0} \int f_u dt \\ &= \frac{1}{R_0 C_0} \int \left[ -\frac{R_f}{R_{11}}(-v) - \frac{R_f}{R_{12}}h(u) \right] dt, \\ v &= \frac{1}{R_0 C_0} \int f_v dt \\ &= \frac{1}{R_0 C_0} \int \left[ -\frac{R_f}{R_{21}}(-u) - \frac{R_f}{R_{22}}v - \frac{R_f}{R_{23}}(-w) \right] dt, \\ w &= \frac{1}{R_0 C_0} \int f_w dt \\ &= \frac{1}{R_0 C_0} \int \left[ -\frac{R_f}{R_{31}}v \right] dt. \end{aligned} \quad (10)$$

进一步对(10)式作时间尺度变换,令  $\tau =$

$t/(R_0 C_0)$  其中  $1/(R_0 C_0)$  为时间尺度变换因子, 同时也是图 3 中积分器的积分常数. 根据实际需要, 通过改变  $R_0$  或  $C_0$  的大小, 从而可改变混沌信号的频谱分布范围. 当  $R_0$  或  $C_0$  减小时, 可使混沌信号的频谱分布范围移至高频端, 而当  $R_0$  或  $C_0$  增加时, 可使混沌信号的频谱分布范围移至低频端. 因此, 可

通过调节积分电阻  $R_0$  或积分电容  $C_0$  的大小来改变混沌信号的频谱分布范围, 便于实际应用. 与典型的蔡氏电路相比, 这种电路设计方法具有便于调节频谱分布范围的特点. 因为对于典型的蔡氏电路, 由于电路中的电容和电感都是固定不变的, 因此不便于调节其频谱分布范围.

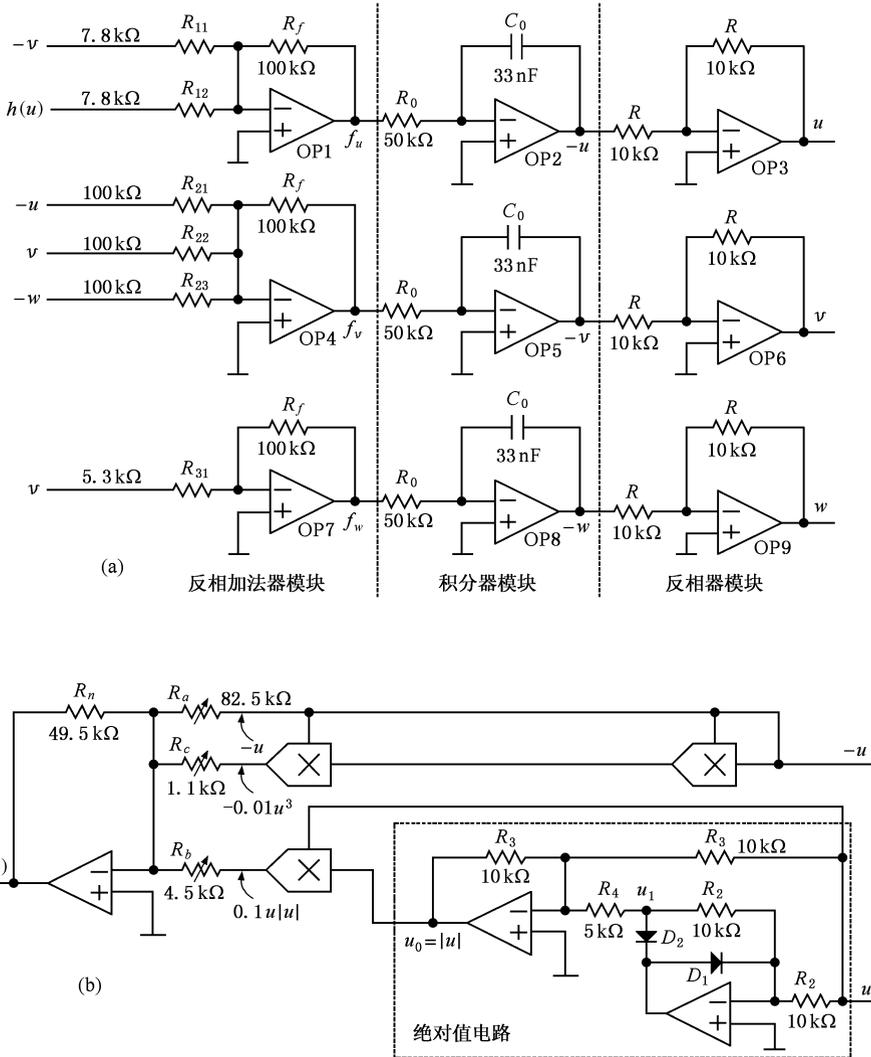


图 3 用多项式产生三涡卷混沌吸引子的蔡氏电路图 (a) 基本蔡氏电路 (b) 多项式  $h(u) = au + (b/k)u|u| + (c/k^2)u^3$  信号产生器电路

基于时间尺度变换, 令  $\tau = t/(R_0 C_0)$ , 可将 (10) 式表示为无量纲状态方程的形式

$$\begin{aligned}
 u &= \int \left[ -\frac{R_f}{R_{11}}(-v) - \frac{R_f}{R_{12}}h(u) \right] d\tau, \\
 v &= \int \left[ -\frac{R_f}{R_{21}}(-u) - \frac{R_f}{R_{22}}v \right. \\
 &\quad \left. - \frac{R_f}{R_{23}}(-w) \right] d\tau,
 \end{aligned}$$

$$w = \int \left[ -\frac{R_f}{R_{31}}v \right] d\tau. \tag{11}$$

比较 (8) 和 (11) 式, 得到系统参数与电路参数之间的对应关系分别为

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= R_f/R_{11}, \\
 a_{12} &= R_f/R_{12}, \\
 a_{21} &= R_f/R_{21}, \\
 a_{22} &= R_f/R_{22},
 \end{aligned}$$



$$a_{23} = R_f / R_{23},$$

$$a_{31} = R_f / R_{31}.$$

取  $R_f = 100 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{11} = 7.8 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{12} = 7.8 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{21} = 100 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{22} = 100 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{23} = 100 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{31} = 5.3 \text{ k}\Omega$ , 可得  $a_{11} = 12.8$ ,  $a_{12} = 12.8$ ,  $a_{21} = 1$ ,  $a_{22} = 1$ ,  $a_{23} = 1$ ,  $a_{31} = 19.1$ . 由于采用了反相加法器模块, 当  $R_f$  固定不变时, 通过调节电路中的各个电阻  $R_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ), 可独立调节蔡氏电路中的各个参数  $a_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ), 互不影响, 这也是本文模块化设计电路的特点之一.

#### 4. 硬件电路实验结果

根据图 3 进行硬件电路实验, 可产生三涡卷蔡氏混沌吸引子, 实验结果如图 4—图 9 所示. 其中图 4 为混沌吸引子在  $u-v$  平面上的相图, 图 5 为混沌吸引子在  $u-w$  平面上的相图, 图 6 为混沌吸引子在  $v-w$  平面上的相图, 图 7 为图 3 中运算放大器 OP3 输出的变量  $u$  的时域波形, 图 8 为图 3 中运算放大器 OP6 输出的变量  $v$  的时域波形, 图 9 为图 3 中运算放大器 OP9 输出的变量  $w$  的时域波形. 显而易见, 电路实验结果与计算机模拟结果完全符合, 证明了本文方法是可行的.

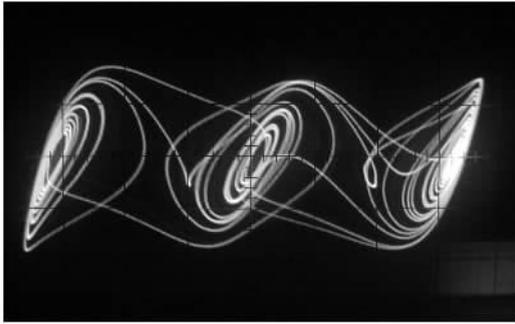


图 4 混沌吸引子在  $u-v$  平面上的相图



图 5 混沌吸引子在  $u-w$  平面上的相图

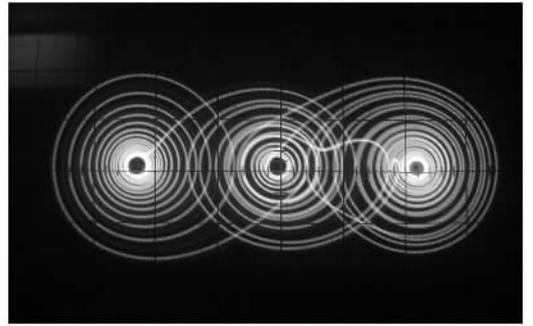


图 6 混沌吸引子在  $v-w$  平面上的相图

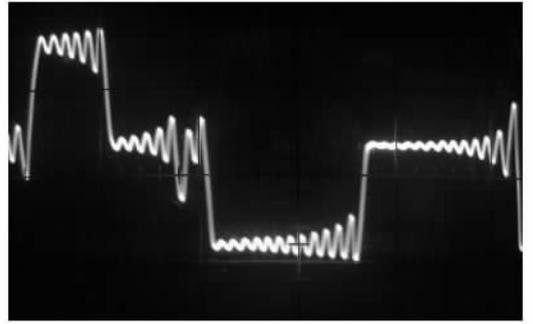


图 7 变量  $u$  的时域波形

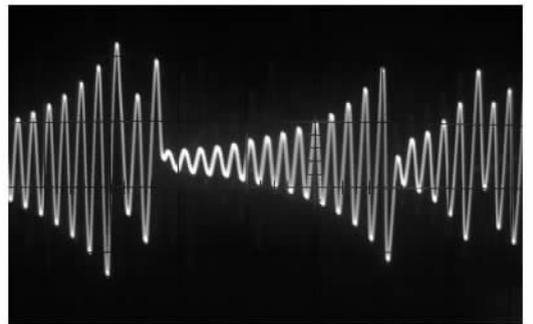


图 8 变量  $v$  的时域波形

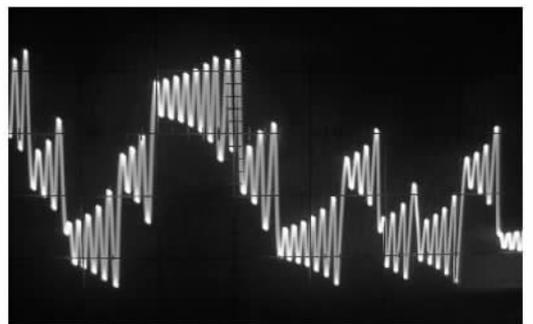


图 9 变量  $w$  的时域波形

## 5. 结 论

根据文献 [19] 提出的多项式产生三涡卷混沌吸引子的原理,本文提出了一种基于模块化的电路设计方法,对三涡卷蔡氏无量纲状态方程进行了电路设计.基于变量比例压缩变换、微分-积分转换和时间尺度变换,设计了一种新型的三涡卷蔡氏混沌电路,并进行了与之相应的电路实验,给出了实验结果.电路实验结果与计算机模拟结果完全符合.进行变量比例压缩变换,是设计其他一类连续型混沌电路的重要步骤,基于模块化的电路设计,可独立调节

电路中各个参数而互不影响.与典型蔡氏电路相比,这种设计方法具有以下特点:(1)直观性强,实现了电路的模块化设计,并可用于其他连续型混沌电路设计而不失一般性;(2)采用了反相加法器模块,各个电路参数独立可调,便于电路实现;(3)可根据需要,通过调节积分电阻或积分电容的大小来改变混沌信号的频谱分布范围,便于实际应用;(4)使用示波器测量混沌信号更方便.在典型蔡氏电路中,只能用示波器测量电容两端的电压,而对于电感电流的测量则需要一个附加电路进行电流-电压转换后才能完成.有关用这种方法设计其他连续混沌电路及其硬件实现问题,我们将作进一步相应的研究和报道.

- 
- [ 1 ] Lü J H , Chen G R 2002 *Int. J. Bifurc. Chaos* **12** 659
- [ 2 ] Yalcin M E , Suykens J A K , Vandewalle J 2000 *IEEE Trans. CAS- I* **47** 425
- [ 3 ] Yalcin M E , Suykens J A K , Vandewalle J 2002 *Int. J. Bifurc. Chaos* **12** 23
- [ 4 ] Tang W K S , Zhong G Q , Chen G R *et al* 2001 *IEEE Trans. CAS- I* **48** 1369
- [ 5 ] Zhong G Q , Man K F , Chen G R 2002 *Int. J. Bifurc. Chaos* **12** 2907
- [ 6 ] Lü J H , Chen G R , Yu X *et al* 2004 *IEEE Trans. CAS- I* **51** 2476
- [ 7 ] Lü J H , Yu S M , Leung H *et al* 2006 *IEEE Trans. CAS- I* **53** 149
- [ 8 ] Lü J H , Yu X , Chen G R 2003 *IEEE Trans. CAS- I* **50** 198
- [ 9 ] Yu S M , Lü J H , Leung H *et al* 2005 *IEEE Trans. CAS- I* **52** 1459
- [ 10 ] Liu C X 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1198 ( in Chinese ) [ 刘崇新 2002 物理学报 **51** 1198 ]
- [ 11 ] Yin Y Z 1996 *Int. J. Bifurc. Chaos* **6** 2101
- [ 12 ] Yu S M , Qiu S S , Lin Q H 2003 *Sci. China F* **46** 104
- [ 13 ] Yu S M , Lin Q H , Qiu S S 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 25 ( in Chinese ) [ 禹思敏、林清华、丘水生 2003 物理学报 **52** 25 ]
- [ 14 ] Yu S M , Lin Q H , Qiu S S 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2084 ( in Chinese ) [ 禹思敏、林清华、丘水生 2004 物理学报 **53** 2084 ]
- [ 15 ] Yu S M , Ma Z G , Qiu S S *et al* 2004 *Chin. Phys.* **13** 317
- [ 16 ] Yu S M 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4111 ( in Chinese ) [ 禹思敏 2004 物理学报 **53** 4111 ]
- [ 17 ] Yu S M 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1500 ( in Chinese ) [ 禹思敏 2004 物理学报 **54** 1500 ]
- [ 18 ] Keneedy M P 1993 *IEEE Trans. CAS- I* **40** 657
- [ 19 ] Yu S M , Lin Q H , Qiu S S 2003 *J. Image Graphics* **8** 266 ( in Chinese ) [ 禹思敏、林清华、丘水生 2003 中国图像图形学报 **8** 266 ]
- [ 20 ] Zhong G Q 1994 *IEEE Trans. CAS- I* **41** 934

# A novel approach for Chua 's circuit design and its hardware implementation \*

Li Ya<sup>1)</sup> Yu Si-Min<sup>2)</sup> Dai Qing-Yun<sup>1)</sup> Liu Ming-Hua<sup>1)B)</sup> Liu Qing<sup>4)</sup>

1) *College of Information Engineering , Guangdong University of Technology , Guangzhou 510090 , China )*

2) *College of Automation , Guangdong University of Technology , Guangzhou 510090 , China )*

3) *Department of Physics , Jinggongshan College , Ji'an 343009 , China )*

4) *Department of Electronics and Information Engineering , College of Hunan Foreign Trade Economy , Changsha 410205 , China )*

( Received 26 October 2005 ; revised manuscript received 28 November 2005 )

## Abstract

A novel circuit design approach for Chua 's non-dimension state equation is proposed in this paper. First , variable-scale reduction , differential to integral conversion and time yardstick transformation are made on the Chua 's non-dimension state equation. Then each module circuit based on the state equation is designed and linked with the other circuits by corresponding relationships between state variables. The circuit consists of inverted adder , integrator and inverter , and has symmetric structure. Compared with the other existing chaotic circuits , the circuit has three main characters : ( 1 ) It proposes a circuit modularization design , giving a more general design principle for a family of chaos circuits which and can be applied to circuit design of other non-dimensional state equations . ( 2 ) The circuit parameters are independent and adjustable by using inverted adder , and convenient for circuit implementation . ( 3 ) The chaotic signal spectrum can be regulated by adjusting integral resistors or capacitances , convenient for practical applications . According to this method , a novel Chua 's circuit which can generate three scrolls using polynomial is designed , and corresponding hardware experiments are performed. The computer simulations are in good agreement with hardware experiment results. This confirms the feasibility of our method.

**Keywords** : Chua 's circuit , polynomial , module design , hardware experiment

**PACC** : 0545

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 60572073 ) , the Natural Science Foundation of Guangdong Province , China ( Grant Nos. 32469 , 5001818 ) and the Science and Technology Program of Guangzhou , China ( Grant No. 2004J1-C0291 ) .