

一个新的三维混沌系统的分析、 电路实现及同步*

王繁珍¹⁾ 齐国元^{2)†} 陈增强¹⁾ 张宇辉²⁾ 袁著祉¹⁾

1) 南开大学信息技术科学学院, 天津 300071)

2) 天津科技大学电子信息与自动化学院, 天津 300222)

(2005 年 11 月 16 日收到, 2006 年 4 月 10 日收到修改稿)

中心流形理论提供了一个将高维系统降维研究的方法, 应用该理论研究了一个新的混沌系统的基本特性, 给出中心流形上流方程, 分析这个新的混沌系统的叉式分岔. 通过构建电路实现了该混沌系统, 从而验证了系统的混沌行为, 证实了混沌吸引子的存在. 同时说明了由于电路信号频率与数值信号频率的不同所带来的数值仿真与物理实现之间在应用上有着重要区别. 最后利用单变量反馈控制方法实现了新系统的同步控制, 并给出了完整的同步实现电路.

关键词: 三维混沌系统, 中心流形, 电路实现, 同步

PACC: 0545, 0540

1. 引 言

混沌具有丰富的非线性动力学特性, 在过去的 40 年中, 混沌在数学和工程通信等方面得到了广泛的研究^[1-4]. 混沌研究包括混沌生成、混沌分析、非线性电路实现及混沌应用等.

混沌生成是指有目的地产生新的混沌系统或者强化原有的混沌系统的混乱度, 它不仅是混沌理论研究的需要, 而且已成为混沌应用的关键. 在 Lorenz 系统的基础上, 1999 年 Chen 等^[5]利用混沌反控制方法成功实现了 Chen 系统, 此后, 文献 [6, 7] 相继构造了 Lü 系统和一个统一混沌系统即 Lorenz 系统族, 禹思敏等^[8]还构造了四维系统的涡卷混沌. 混沌动力学分析方法很多, 一般而言, 对于低维的动力学系统, 可以直接研究其动力学特性, 但对于高维系统, 其分岔行为较为复杂, 为更好地抓住问题本质, 一般采取降维措施将其化为低维方程再进行研究, 典型的有 Lyapunov-Schmidt 方法和中心流形方法^[9, 10], 其中中心流形方法是一种简单有效的研究混沌分岔的方法. 混沌的电路实现是研究混沌动力学特性和证

实混沌吸引子存在的重要手段, 2002 年 Zhong 等^[11]首次运用模拟电路实现了 Chen 系统. 2004 年李世华等^[12]通过对 Chen 系统的深入研究, 修改了文献 [10] 中的电路参数, 给出了正确可行的电路实现方案. 混沌电路应用于保密通信已经成为极为活跃的研究领域^[1, 13]. 保密通信中, 发射端将混沌电路产生信号与隐蔽信息混合调制后发出, 接收端设计电路应用同步方法将信息分离. 因此, 混沌同步是基于混沌保密通信的基本技术, 所谓混沌同步就是对混沌系统施加控制, 使该系统的轨道与另一混沌系统(或另一演化规律相同但初值不同的同类混沌系统)的轨道渐近地趋向一致^[13]. 十多年来, 随着混沌同步研究的不断深入, 提出了许多有效的混沌控制与同步的方法^[13-18]. 如驱动-响应同步方案、激活控制同步、基于观测器的自适应控制、滑模控制方案等.

最近, Qi 等^[19]发现了一个新的三维混沌系统, 该系统不同于 Lorenz 系统、Rössler 系统、Chen 系统、Lü 系统及 Lorenz 系统族, 它的每个方程均含有非线性项, 因而出现了一些与现有系统不同的复杂动力学特性. 文献 [19] 利用 Lyapunov 指数谱和分岔图分析了系统随着参数变化的演化过程和系统的基本动

* 国家自然科学基金(批准号: 60374037, 60574036), 高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 20050055013)和天津市高等学校科技发展基金(批准号: 20051528)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: qi_gy@yahoo.com.cn

力学特性. 本文拟进一步深入分析该系统的基本特性, 应用中心流形理论给出中心流形上流方程, 利用该方程能反映系统的局部动力学行为, 分析这个新的混沌系统的叉式分岔. 进一步构建新的混沌系统实际电路, 从而在物理上得到实现. 在实现过程中注意到了元器件电压值的饱和问题, 拓宽了混沌信号频率. 最后利用单变量耦合反馈控制方法对该系统的同步控制进行了电路实验研究, 实现了响应系统与驱动系统之间的同步.

2. 新的三维混沌系统的分岔分析

最近 Qi 等^[19]提出如下新的三维系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(y-x) + yz, \\ \dot{y} &= cx - y - xz, \\ \dot{z} &= xy - bz, \end{aligned} \quad (1)$$

式中 a, b, c 均为正值. 该系统共有 5 个平衡点. 令

$$\begin{aligned} d &= -2ab + abc + bc^2, \\ e &= \sqrt{b^2c^2(-4a + a^2 + 2ac + c^2)}, \\ f &= abc + bc^2, \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{d+e}{a}},$$

$$x_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{d-e}{a}},$$

$$y_1 = \sqrt{2}bc \sqrt{\frac{d+e}{a}} \frac{a}{f+e},$$

$$y_2 = \sqrt{2}bc \sqrt{\frac{d-e}{a}} \frac{a}{f-e},$$

$$z_1 = \frac{(d+e)c}{f+e},$$

$$z_2 = \frac{(d-e)c}{f-e},$$

则系统的平衡点为

$$\begin{aligned} S_1 &= [0 \ 0 \ 0], \\ S_2 &= (x_1, y_1, z_1), \\ S_3 &= (-x_1, -y_1, z_1), \\ S_4 &= (x_2, y_2, z_2), \\ S_5 &= (-x_2, -y_2, z_2). \end{aligned} \quad (2)$$

容易证明, 当 $c > 1$ 时, $d - e < 0$, 因而 x_2 和 y_2 为复数. 这时 S_1, S_2, S_3 为系统的平衡点. 下面研究系统的平衡点 S_1 的叉式分岔. 系统 (1) 可以转化为

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ c & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} yz \\ -xz \\ xy \end{bmatrix}. \quad (3)$$

容易得到 S_1 的特征值为

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -\frac{a+1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(a+1)^2 + 4a(c-1)}, \\ \lambda_2 &= -\frac{a+1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(a+1)^2 + 4a(c-1)}, \\ \lambda_3 &= -b. \end{aligned} \quad (4)$$

当 $c = 1$, 有

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 0, \\ \lambda_2 &= -(a+1), \\ \lambda_3 &= -b. \end{aligned} \quad (5)$$

这时系统有零根, 由中心流形理论^[9,10]可知, 系统 (1) 的拓扑结构将改变而出现分岔, c 为分岔参数, $c = 1$ 为局部分岔点. 系统在 S_1 点相应的特征向量为

$$\begin{aligned} v_1 &= [1 \ 1 \ 0]^T, \\ v_2 &= [a \ -1 \ 0]^T, \\ v_3 &= [0 \ 0 \ 1]^T. \end{aligned} \quad (6)$$

在 $c = 1$ 的邻域内, 令 $c = 1 + \epsilon$, 其中 ϵ 为一小量, 有

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -\frac{a+1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(a+1)^2 + 4a(c-1)} \\ &= \frac{a+1}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{4a\epsilon}{(1+a)^2}} \right] \\ &= \frac{a+1}{2} \left[-1 + \left(1 + \frac{2a\epsilon}{(1+a)^2} + O(\epsilon^2) \dots \right) \right] \\ &= \frac{a\epsilon}{(a+1)} + O(\epsilon^2). \end{aligned}$$

同理得到

$$\lambda_2 = -(a+1) - \frac{a\epsilon}{(1+a)} + O(\epsilon^2).$$

由于 ϵ 为小量, 规定 ϵ 项及 ϵ 的高阶项与常量加减时自动舍去, (5) 式转化为

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{a\epsilon}{a+1}, \\ \lambda_2 &= -(a+1), \\ \lambda_3 &= -b. \end{aligned} \quad (7)$$

用向量 v_1, v_2, v_3 作为系统 (1) 的新坐标基, 则有下列变换:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}. \quad (8)$$

系统 (1) 变为

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & -(a+1) & 0 \\ 0 & 0 & -b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} ((1-a)uw - (a^2+1)vw)(a+1) \\ (2uw + (a-1)vw)(a+1) \\ u^2 - av^2 + (a-1)uw \end{bmatrix}. \quad (9)$$

因此,系统的线性部分变为标准对角形式,这里仍然保留了 λ_1 .在坐标系 $(u \ v \ w)$ 中,在 $c=1$ 处有

$$W^c(S_1) = \{ (u \ v \ w) \in R^3 \mid v = h_1(u), w = h_2(u), |u| < \delta, h_i(0) = 0, Dh_i(0) = 0, i = 1, 2, \}. \quad (10)$$

式中 δ 为充分小的数.下面求解这个中心流形 $W^c(S_1)$.由(10)式可得, $h_i(0) = 0, Dh_i(0) = 0, i = 1, 2$ 则 $h_1(u)$ 和 $h_2(u)$ 有下列形式:

$$\begin{aligned} v &= h_1(u) = a_1 u^2 + b_1 u^3 + c_1 u^4 + \dots, \\ w &= h_2(u) = a_2 u^2 + b_2 u^3 + c_2 u^4 + \dots \end{aligned} \quad (11)$$

将(11)式代入(9)式中的第二个和第三个方程,分别比较 u^2, u^3, u^4 对应项系数,获得两个方程组,其中由(11)式中的第一个方程得到

$$0 = -(a+1)a_1 \Rightarrow a_1 = 0, \quad (12)$$

$$0 = \frac{2a_2}{a+1} - (a+1)b_1,$$

$$\frac{1}{a+1}(2a_1 a_2(1-a))$$

$$= -(a+1)c_1 + \frac{2b_2}{a+1} + \frac{(a-1)a_1 a_2}{a+1}.$$

由(11)式中的第二个方程得到

$\lambda_1 = 0$ 其对应的特征向量为 $[1 \ 0 \ 0]^T$,可见 u 轴为中心子空间 E^c .另外, $\lambda_2, \lambda_3 < 0$,因此稳定的子空间为 $E^s = \text{span} \{ [0 \ v \ w]^T \}$.由中心流形理论^[9,40]存在切于 u 轴的中心流形 W^c ,其表达式为

$$0 = 1 - ba_2 \Rightarrow a_2 = \frac{1}{b},$$

$$0 = (a-1)a_1 - bb_2 \Rightarrow b_2 = 0,$$

$$\frac{\mathcal{X}(1-a)a_2^2}{a+1} = (a-1)b_1 - bc_2 - aa_1^2. \quad (13)$$

联立方程组(12)和(13)求得

$$a_1 = 0,$$

$$b_1 = \frac{2}{(a+1)^2 b},$$

$$c_1 = 0;$$

$$a_2 = \frac{1}{b},$$

$$b_2 = 0,$$

$$c_2 = \frac{\mathcal{X}(a^2 + ab - b - 1)}{(a+1)^2 b^3}.$$

由此,我们得到了中心流形方程

$$W^c(S_1) = \left\{ \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \mid \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v = h_1(u) = \frac{2}{(a+1)^2 b} u^3 + \mathcal{O}(u^5) \\ w = h_2(u) = \frac{1}{b} u^2 + \frac{\mathcal{X}(a^2 + ab - b - 1)}{(a+1)^2 b^3} u^4 + \mathcal{O}(u^5) \end{bmatrix} \right\}. \quad (15)$$

将方程组(15)代入系统(9)中第一个方程,得到重要的中心流形上流的方程

$$\dot{u} = \lambda_1 u + \frac{1-a}{(a+1)b} u^3 + \mathcal{O}(u^5). \quad (16)$$

由于系统在 S_1 点的邻域内, $\lambda_2, \lambda_3 < 0$,因此,系统的局部动力学特性主要由中心流形上流的方程决定.方程(16)的意义在于将三维系统(1)降维到一维方程(16)来研究,这样能更好地抓住问题的本质.

由系统(16),当 $\lambda_1 < 0$,该系统只有一个稳定的平衡点 $u=0$;当 $\lambda_1 > 0$ 且 $a > 1$ 时,该系统有三个平衡点,其中 $u=0$ 为不稳定的平衡点, $u =$

$\pm \sqrt{\lambda_1(a+1)b(a-1)}$ 为两个非零平衡点,其特征值为 $-2\lambda_1$,因而稳定.图1为系统(16)的超临界叉式分岔图,图中实线代表随着参数 λ_1 变化的稳定平衡点轨迹,虚线表示不稳定平衡点轨迹.

另外,注意到在点 S_1 邻域内, $\lambda_1 = 0$ 对应于系统(1)的分岔参数 $c=1$ (即 $\epsilon=0$),因此系统(1)在 $c=1$ 处产生叉式分岔,并有 $c < 1$ 时,系统(1)只有一个平衡点,且为全局稳定的平衡点;当 $c > 1$ 系统有三个平衡点,其中原点为不稳定平衡点(由(4)式知,原点为鞍点),在 $c > 1$ 的局部邻域内的两个非零平衡点是稳定的.图2为系统(1)随着参数 c 的变化叉式分岔图,图中带有箭头的曲线表示系统轨道虽

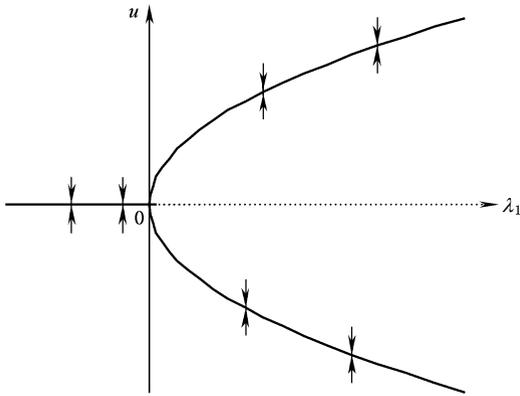


图 1 基于中心流形上流方程绘制的超临界叉式分岔图

平衡点 $S_2 = (x_1, y_1, z_1)$, $S_3 = (-x_1, -y_1, z_1)$.

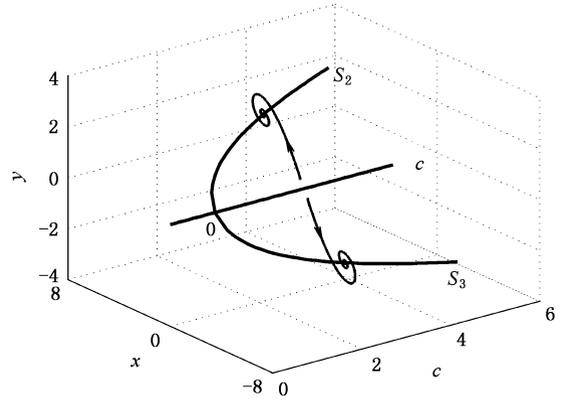


图 2 基于系统 1 绘制的叉式分岔图

然始于原点(鞍点)附近,但是远离原点而根据初值所在的吸引域收敛于其中的一个稳定的非零平衡点.

定理 当 $c = 1$ 时,系统(1)产生叉式分岔,当 $c \leq 1$ 时,有唯一的稳定的平衡点 S_1 ,在 $c > 1$ 的局部邻域内,系统有三个平衡点,包括鞍点 S_1 和稳定的

3. 新系统的电路设计与实现

由文献[19]可知,当 $a = 35, b = 8/3, 17 < c < 189$ 系统(1)有正的 Lyapunov 指数,系统为混沌系

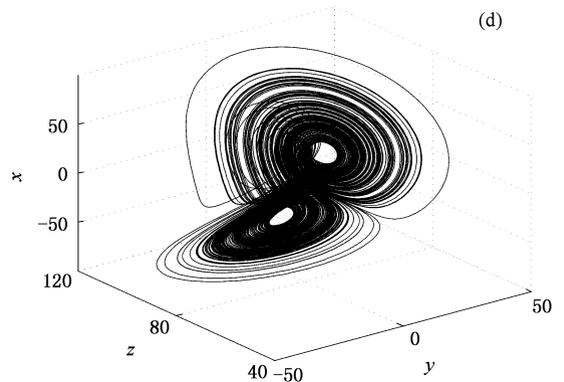
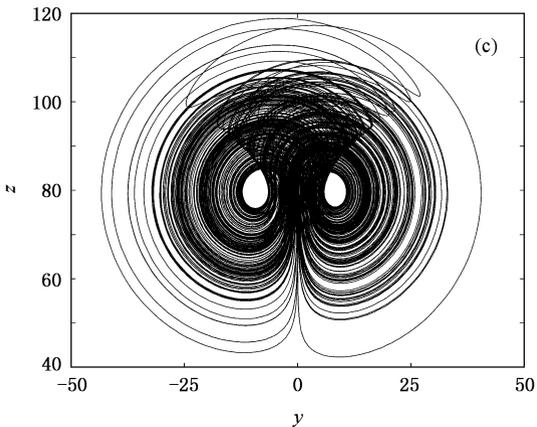
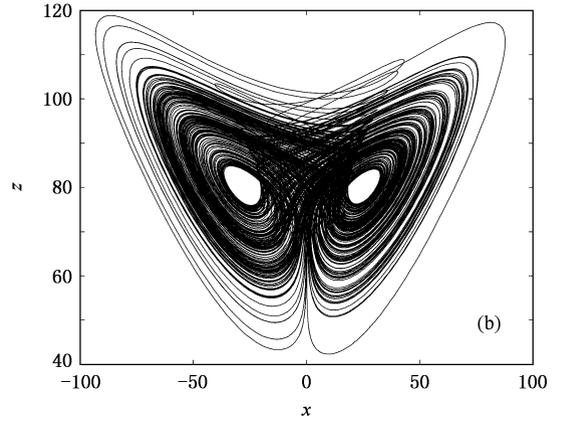
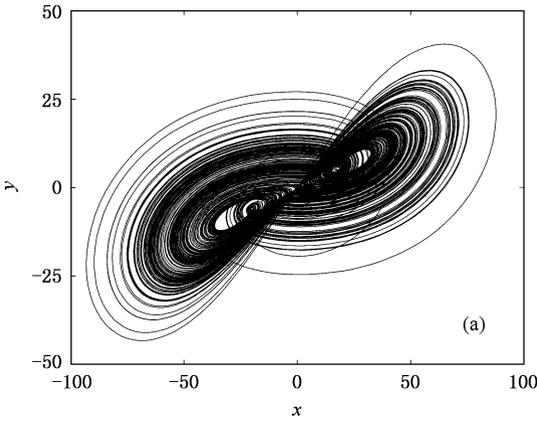


图 3 系统(1)的相平面图 $a = 35, b = 8/3, c = 80$. (a) 在 $x-y$ 上的投影 (b) 在 $x-z$ 上的投影 (c) 在 $y-z$ 上的投影 (d) 在三维空间 $y-z-x$

统,当 $c = 80$ 时,三个 Lyapunov 指数分别为 $l_1 = 5.2$, $l_2 = 0$, $l_3 = -44.2$. 数值仿真如图 3 所示.

图 4 虚线框中部分为系统的电路实现图. 该电路由三路模拟运算电路所组成,分别实现系统(1)中状态变量 x, y, z . 图 4 中运算放大器(KF347)及其外围电路可实现加、减、反相、积分运算,模拟乘法器(AD633)可实现非线性乘积项.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{R_4 R_7}{R_1 R_5 R_8 C_1} y - \frac{R_3 R_7 (R_1 + R_4)}{R_1 R_3 R_8 (R_2 + R_3) C_1} x \\ &\quad + \frac{R_7}{10 R_6 R_8 C_1} yz, \\ \dot{y} &= \frac{R_{12}}{R_{13} R_{16} C_2} x - \frac{R_{15} (R_{12} R_{13} + R_{11} R_{12} + R_{11} R_{13})}{R_{11} R_{13} R_{16} (R_{14} + R_{15}) C_2} y \end{aligned}$$

$$- \frac{R_{12}}{10 R_{11} R_{16} C_2} xz,$$

$$\dot{z} = \frac{R_{20}}{10 R_{19} R_{23} C_3} xy - \frac{R_{22} (R_{19} + R_{20})}{R_{19} R_{23} (R_{21} + R_{22}) C_3} z. \quad (17)$$

根据系统参数取值,得到电路参数值为 $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_7, R_9, R_{10}, R_{14}, R_{16}, R_{17}, R_{18}, R_{19}, R_{20}, R_{21}, R_{23}$ 均为 $10 \text{ k}\Omega$, R_{11}, R_{12} 为 $8 \text{ k}\Omega$, R_6 为 $35 \text{ k}\Omega$, R_8 为 $2.86 \text{ k}\Omega$, R_{13} 为 $1 \text{ k}\Omega$, R_{15} 为 101Ω , R_{22} 为 $1.538 \text{ k}\Omega$; C_1, C_2, C_3 均为 $10 \mu\text{F}$. 根据这组参数,可以验证得到的电路数学模型与系统(1)完全一致.

由数值仿真图 3 可知,在混沌状态下信号的一般输出电平达到 $\pm 120\text{V}$ 左右,但乘法器 AD633 的

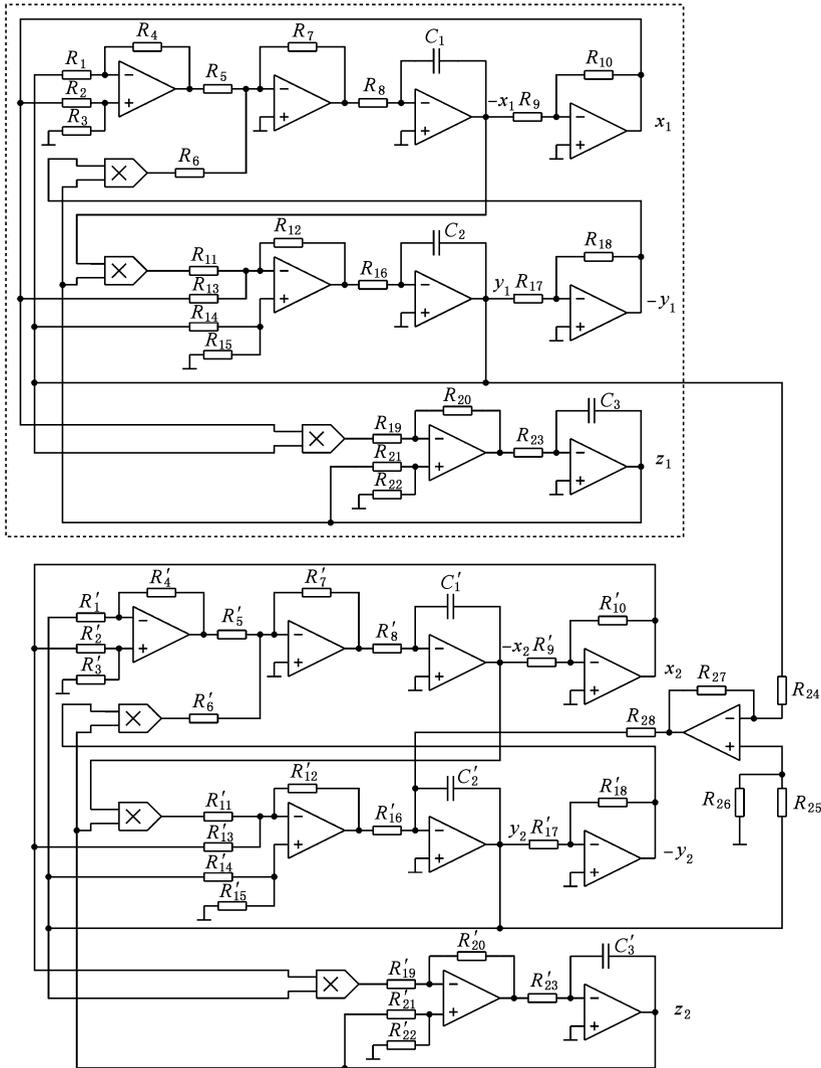


图 4 系统(1)的电路实现及同步电路实现. 虚线框中部分为系统(1)的电路实现图,整个图为同步控制图. 工作电压均为 $\pm 15\text{V}$, 上下电路图对应参数的取值相同,电路中上标“'”用以区分两个系统.

最大工作电压只能允许 $\pm 10 \text{ V}$, 一般的运算放大器 KF347 工作电压最大也只能允许 $\pm 15 \text{ V}$. 这是一个需要注意的问题, 如果直接按照 (17) 式实现系统 (1) 将出现运算放大器或乘法器饱和失真, 从而不可能在实际电路上看到混沌波形. 考虑到电路实现时的上述电压限制, 我们通过线性变换, 将电路信号幅值缩小到原来的 $1/10$, 令

$$\begin{aligned} x &= 10x_1, \\ y &= 10y_1, \\ z &= 10z_1, \end{aligned} \quad (18)$$

则系统 (1) 变换为以下的系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a(y_1 - x_1) + 10y_1z_1, \\ \dot{y}_1 &= cx_1 - y_1 - 10x_1z_1, \\ \dot{z}_1 &= 10x_1y_1 - bz_1. \end{aligned} \quad (19)$$

相应地将电路中部分参数改为 $R_6 = 3.5 \text{ k}\Omega$, $R_8 =$

$28.6 \text{ k}\Omega$, $R_{13} = 10 \text{ k}\Omega$, $R_{15} = 35.8 \Omega$, $R_{22} = 135 \Omega$, C_1, C_2, C_3 均为 $1 \mu\text{F}$, 其余参数不变. 因此信号幅值在电路元器件工作电压范围之内, 与图 3(a)–(c) 相比较, 波形保持不变, 只是电压幅值缩小到原来的 $1/10$.

目前实现的电路得到的混沌信号频率较低, 一般在 $1\text{--}10 \text{ Hz}$ 范围内, 信号很难在一般的模拟示波器上清楚地显示, 在模拟示波器上看到的只是按照混沌轨迹运动的一个亮点, 不利于分析研究和在通信加密及基于混沌信号的流体搅拌中应用. 因而必须提高其信号频率, 而提高信号频率最简单的方法是减小电容. 我们将原来电容 C_1, C_2, C_3 取值从 $1 \mu\text{F}$ 换成 470 pF 后, 其频率放大 $k = \frac{1}{470} \times 10^6$ 倍, 在普通模拟示波器上能观察到连续、清晰、完整而稳定的混沌波形, 如图 5 所示.

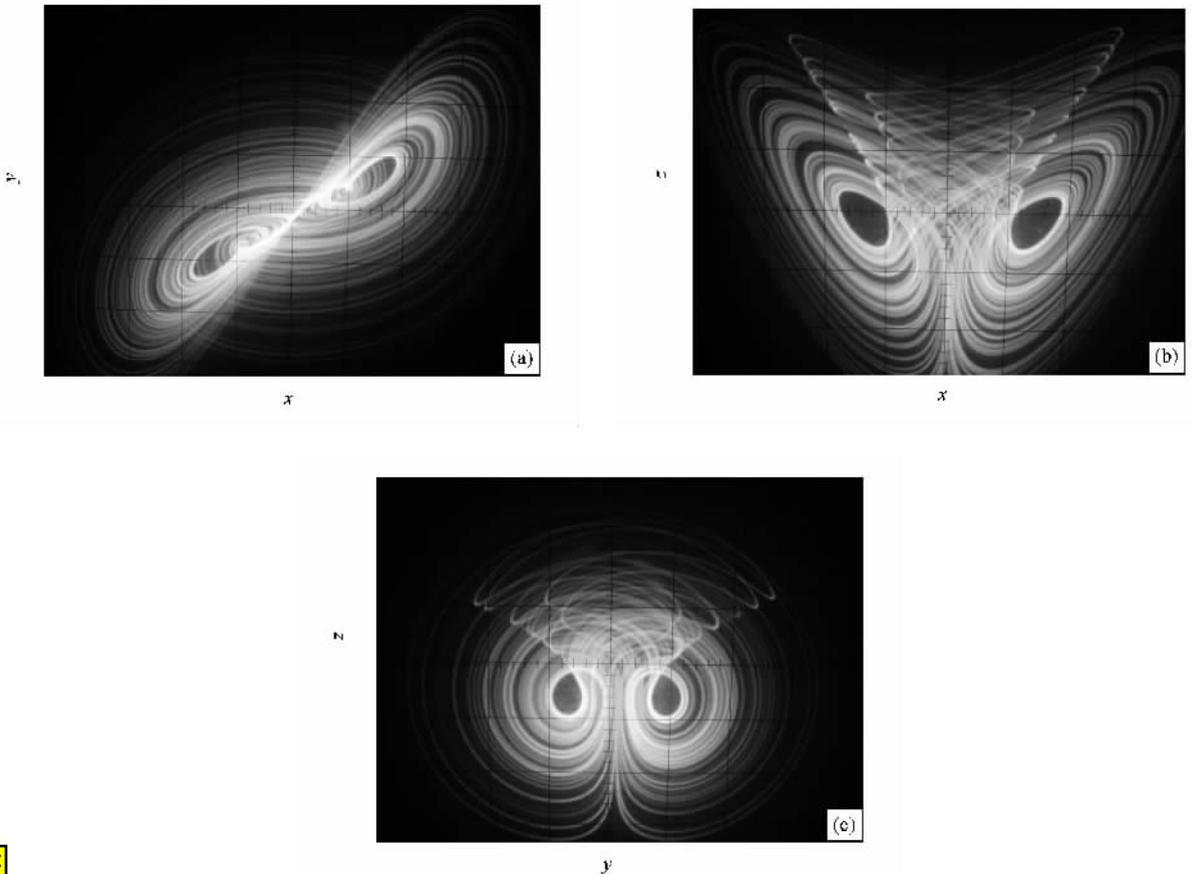


图 5 实验中观察到的混沌吸引子 (a) x - y 的平面投影 (b) x - z 的平面投影 (c) y - z 的平面投影

4. 同步控制实验研究

关于混沌同步控制的方法很多, 如驱动-响应同

步方案、自适应控制方案、激活控制同步、滑模控制同步等, 这里我们采用单变量耦合反馈控制方法^[14]来实现两个新系统之间的同步. 所谓单变量耦合反馈法就是对两个演化规律相同的自治混沌系统, 把

一个系统的某一个变量用适当的方式反馈到另一个系统中去,从而控制被反馈的系统,最终达到两个系统的同步.该方法只用驱动信号中的一个变量,容易实现.令驱动系统为

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= a(y_2 - x_2) + y_2 z_2, \\ \dot{y}_2 &= cx_2 - y_2 - x_2 z_2, \\ \dot{z}_2 &= x_2 y_2 - bz_2, \end{aligned} \quad (20)$$

响应(被控制)系统为

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= a(y_3 - x_3) + y_3 z_3, \\ \dot{y}_3 &= cx_3 - y_3 - x_3 z_3 + k(y_2 - y_3), \\ \dot{z}_3 &= x_3 y_3 - bz_3. \end{aligned} \quad (21)$$

利用数值仿真得到,当控制增益 $k > 9.8$ 时,两个混沌系统逐渐达到同步,并且随着增益 k 的增

大,两个系统达到同步的时间越来越短,效果越来越好.图 4 是我们设计的两个混沌同步的完整电路图,其中虚线框内部分为驱动系统,下半部分为响应系统,当控制增益 $k = 100$ 时,对应可变电阻 $R_{24} = R_{25} = R_{26} = R_{27} = R_{28} = 10 \text{ k}\Omega$.通过调试,在示波器上观察到状态同步图及误差如图 6 所示.由图 6 可见,系统达到了良好的同步状态.

基于同样的方法,分别针对 $x_2 - x_3$ 和 $z_2 - z_3$ 两组耦合状态进行了类似的同步控制研究.在利用 Matlab 仿真和电路实现中发现,利用这两组耦合状态进行同步控制,控制效果明显较差.可见,在采用单变量耦合反馈同步法情况下,用 $y_2 - y_3$ 作同步控制的输入信号效果最好,最容易控制.

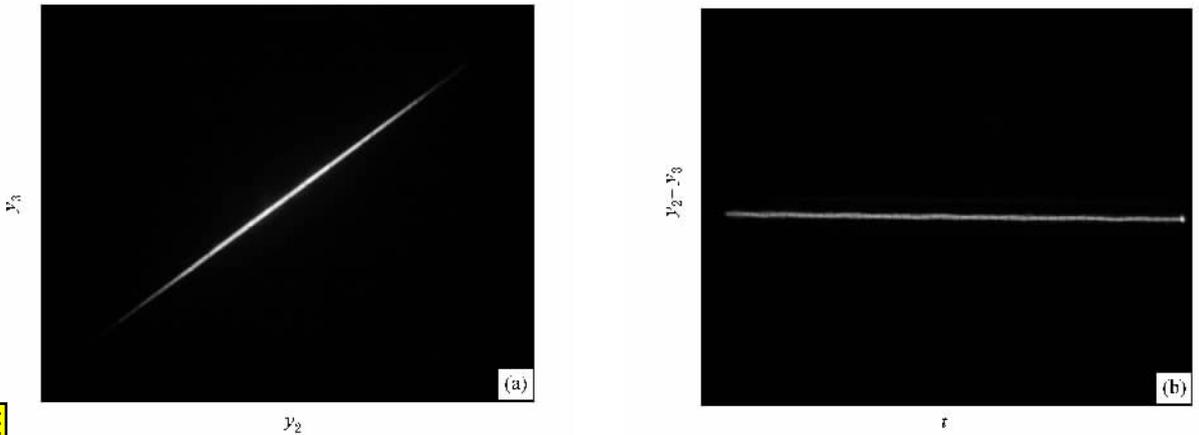


图 6 响应系统与驱动系统的状态同步图及误差曲线 (a) $y_2 - y_3$ 状态同步图, (b) 误差 $e(t) = y_2 - y_3$

5. 结 论

本文应用中心流形理论分析这个新的混沌系统的叉式分岔,进一步构建了新的混沌系统实际电路,在物理上实现了该系统,从而验证了系统的混沌行

为,证实了混沌吸引子的存在.同时说明了由于电路信号频率与数值信号频率的不同导致的仿真与物理实现之间在应用上重要区别.最后利用单变量反馈控制方法实现了新系统的同步控制,并给出了完整的同步实现电路.

[1] Chen G, Dong X 1998 *From Chaos to Order: Methodologies, Perspectives and Applications* (Singapore: World Scientific)

[2] Li J F, Li N, Lin H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1694 (in Chinese) [李建芬、李 农、林 辉 2004 物理学报 **53** 1694]

[3] Peng J H, Tang J S, Yu D J et al 2002 *Chin. Phys.* **11** 7

[4] Qi G Y, Chen Z Q, Yuan Z Z 2005 *Phys. Lett. A* **344** 189

[5] Chen G, Ueta T 1999 *Int. J. Bifurc. Chaos* **9** 1465

[6] Lü J H, Chen G 2002 *Int. J. Bifurc. Chaos* **12** 659

[7] Lü J H, Chen G, Cheng D et al 2002 *Int. J. Bifurc. Chaos* **12** 2917

[8] Yu S M, Lin Q H, Qiu S S 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 25 (in Chinese) [禹思敏、林清华、邱水生 2003 物理学报 **52** 25]

[9] Wiggins S 1990 *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos* (Berlin: Springer)

[10] Guckenheimer J, Holmes P J 1983 *Nonlinear Oscillations Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields* (New York: Springer)

[11] Zhong G Q, Tang K S 2002 *Int. J. Bifurc. Chaos* **12** 1423

[12] Li S H, Cai H X 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1687 (in Chinese) [李世华、蔡海兴 2004 物理学报 **53** 1687]

[13] Pecora L M 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821

- [14] Chen G R , Lü J H 2003 *Dynamical Analysis , Control and Synchronization of the Generalized Lorenz Systems Family* (Beijing : Science Press)(in Chineses) [陈关荣、吕金虎 2003 Lorenz 系统族动力学分析、控制与同步(北京 科学出版社)]
- [15] Liu J , Chen S H , Lu J A 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1595 (in Chinese) [刘 杰、陈士华、陆君安 2003 物理学报 **52** 1595]
- [16] Huang X G , Xu J X , Huang W *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 18 (in Chinese) [黄显高、徐健学、黄 伟等 2001 物理学报 **50** 18]
- [17] Liu F , Ren Y , Shan X M *et al* 2001 *Chin. Phys.* **10** 20
- [18] Gao T G , Chen Z Q , Yuan Z Z 2005 *Chin. Phys.* **14** 2421
- [19] Qi G Y , Chen G R , Du S Z *et al* 2005 *Physica A* **352** 295

Analysis , circuit implementation and synchronization of a new three-dimensional chaotic system *

Wang Fan-Zhen¹⁾ Qi Guo-Yuan^{2)†} Chen Zeng-Qiang¹⁾ Zhang Yu-Hui²⁾ Yuan Zhu-Zhi¹⁾

¹⁾ College of Information Technological Science , Nankai University , Tianjin 300071 , China)

²⁾ College of Electronic Information and Automation , Tianjin University of Science and Technology , Tianjin 300222 , China)

(Received 16 November 2005 ; revised manuscript received 10 April 2006)

Abstract

Center manifold theory presented an approach that the order of a system can be reduced. This paper investigates the basic characteristic of a new chaotic system by the approach. A flow equation on the center manifold is obtained and the pitchfork bifurcation is analyzed for the new chaotic system. An analog electronic circuit is designed to implement the new system , so the chaotic attractor are verified. We explain the significant distinction of application due to different frequencies used in numerical simulation and circuit implementation. Finally , the synchronization of the new chaotic system is realized by using the single variable coupling feedback , and the circuit of synchronization is presented.

Keywords : three-dimensional chaotic system , center manifold , circuit implementation , synchronization

PACC : 0545 , 0540

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant Nos. 60374037 , 60574036) , the Doctoral Program Foundation of Institution of Higher Education of China(Grant No. 20050055013) and the Science and Technology Development Foundation of Institution of Tianjin , China(Grant No. 20051528).

† Corresponding author. E-mail : qi_gy@yahoo.com.cn