

相互作用 herding 模型 :记忆与遗忘

董林荣

(温州大学教育科学学院,温州 325035)

(2005 年 12 月 23 日收到 2006 年 4 月 13 日收到修改稿)

相互作用 herding 模型仅考虑上一事件对当前经济活动的影响,实际经济活动中经纪人对过去的经济活动是具有深度记忆的,过去各个事件对当前经济活动都应该有影响,但是由于遗忘,它们的影响又各不相同.具有长程记忆的相互作用 herding 模型认为过去各个事件对当前经济活动的影响随时间是呈指数衰退的,它不仅体现经纪人对历史具有深度的记忆能力,同时也反映出人的遗忘本性.数值计算表明,该模型不仅能重现相互作用 herding 模型的动力学特性,并且较好地反映真实的经济行为.

关键词:记忆,遗忘,相互作用 herding 模型,指数衰退

PACC:0580,0250

1. 引言

近年来,一些物理学家对金融市场的动力学行为产生了浓厚的兴趣,研究的一个重要方面是对金融数据的分析.目前已经得到金融市场的一些实验统计规律,称为特征行为.例如:Mantegna 和 Stanley^[1,2]发现收益的概率 $P(Z, t)$ 分布呈现普遍的标度行为;收益的概率 $P(Z, t)$ 分布的一个特性是在短时间内在大收益范围呈现肥尾现象^[3];尽管收益缺乏两点关联,但收益的绝对值却是长程关联的.类似于物理学上有序-无序相转变,最近 Plerou 等^[4]发现在金融市场也存在两相现象.为了了解产生金融市场这些现象的原因,人们构建了各种模型^[5-13],试图重现这些特征行为.这些模型已经获得许多有趣的结果,但它们有些太复杂,以至很难理解其动力学特性.

2. 具有长程记忆的相互作用 herding 模型

最近文献^[5]提出了一个十分简单,但应用十分广泛的金融市场模型,即 herding 模型.这一模型认为:金融市场中可以存在不同大小的经纪人集团,在一个集团内部所有成员可以交流和共享信息.最初,每一集团只有一个经纪人,动态过程按下面步骤演化:

(1)每一时刻,随机挑选一个经纪人集团.

(2)该集团以概率 a 参与市场活动并发生交易.交易发生时,集团内部的所有人员都跟随.交易后集团分离,每一经纪人再次处于孤立状态.

(3)该集团以概率 $1 - a$ 保持惰性,随机挑选另一经纪人集团,两个集团合并成一个更大的集团.

上述演化步骤中的概率 a 是一个反映经纪人集团投资交易频繁程度的参数,它明显控制着动态的演化, $1/a$ 代表信息传输的速率.这一模型很好地体现了市场的从众行为,并得到了在短时间间隔收益值分布的肥尾现象,在 a 的某一临界值,集团规模的概率分布在一定范围内表现出幂次律行为.但由于每一次市场活动都是随机进行的,不存在必然联系,导致收益绝对值缺乏长程关联,因此与真实的市场规律不符.

Zheng 等^[6]认为,在真实的市场中信息传输的速率不应该是常数.当股票市场波动时,经纪人对市场是敏感的,公共媒体对它做出更多的报道,因此 a 应该更小.当市场平稳时, a 应该更大.基于这样的考虑,他们提出了相互作用 herding 模型,认为 a 应该与经纪人集团的规模 s 有关,即当前时刻 $a(t)$ 应该依赖上一时刻 $t' = t - 1$ 参与市场买卖经纪人集团的规模 $s(t')$,

$$a(t) = b + c s(t')^{-\delta}, \quad (1)$$

式中 b, c 和 δ 都是正常数.由(1)式可知,上一时刻参与市场的经纪人集团越大,当前时刻 $a(t)$ 越小,这时经纪人处于观望状态,越容易形成较大的集团;

而上一时刻参与市场的经纪人集团越小,当前时刻 $\alpha(t)$ 越大,这时经纪人参与市场活动的积极性越高,越容易形成较小的集团。 $1/b$ 代表当前金融市场信息传输的最快速率, b 的值必须很小.经过这样改造,这个模型定性上能很好地呈现一些真实的经济规律,如经纪人集团规模的概率 $P(s)$ 呈现幂次律分布,即

$$P(s) = \eta s^{-d}. \quad (2)$$

这里的系数 η 为常数,得到的指数 d 为 1.67. 收益绝对值的自关联 $A(t)$ 也呈现幂次律分布,得到的指数 α 为 -0.90. 这些结果在定量上与真实的市场规律还有一定距离,因为真实的市场中指数 d 在 [2.5] 范围内, α 的绝对值在 [0.2, 0.4] 范围内^[14].

我们认为,实际经济活动中经纪人对过去的经济活动都有一定程度的记忆,即过去各个历史阶段的经济活动都会对当前的活动产生影响,当然影响是各不相同的.离当前的时间越长,影响越小;市场波动越小,影响越小.另外,对于不同的经纪人与不同的市场,记忆深度是不同的,遗忘的快慢也是不一样.基于这样的考虑,我们提出了具有长程记忆的相互作用 herding 模型.该模型认为(1)式中的 $s(t')$ 应该用 F 代替, F 是过去各个历史阶段经济活动对当前活动影响的综合因子,即

$$F = \frac{1}{Z} \sum_{i=1}^h e^{-k \cdot i} s(i). \quad (3)$$

这里 $s(i)$ 是第 i 时刻参与市场活动经纪人集团的规模, $i=0$ 为当前时刻, $i=1$ 为当前的前一个时刻, i 越大,离当前就越久远. h 为经纪人对过去经济活动的记忆深度,对不同的经纪人与不同的市场,它的值应该是不同的.对非常成熟的市场和谨小慎微的经纪人而言, $h \rightarrow \infty$.如果 $h=1$,我们的模型即为相互作用 herding 模型.(3)式中的 k 为遗忘速度,它反映经纪人对过去经济活动遗忘的快慢. k 越大,意味着经纪人对过去经济活动遗忘得越快,那么相对而言最近经济活动对当前活动的影响就越大;反之,经纪人对过去经济活动遗忘就越慢,那么过去经济活动的影响随时间衰减得就越慢,过去各个历史阶段的经济活动对当前经济活动的影响就越均衡. Z 为配分函数,即

$$Z = \sum_{i=1}^h e^{-k \cdot i}, \quad (4)$$

它是为(3)式右边 $s(i)$ 前的系数实现归一化而设置的.在我们的模型中(1)式中 b 取 0.00025, c 取 0.92, δ 取 2.4.另外,在数值模拟中,经纪人的总数

N 设定为 40000.下面的结果是在热化次数为 10^6 和取样次数为 10^8 情况下得到的.

3. 结果及讨论

首先,我们固定 k 为 0.2,改变 h 的值, h 分别取 3, 6, 9, 12, 获得图 1 所示的经纪人集团规模概率 $P(s)$ 分布的双对数图.由图 1 可知,当 h 取 3, 6, 9 时,经纪人集团规模的概率呈幂次律分布,指数 d 的值随 h 的增大而增大.这是很自然的,因为 h 越大,说明经纪人在经济活动前考虑问题越周到,活动越理性,经济活动中大起大落的现象变小,形成大的经纪人集团的概率 $P(s)$ 变小,导致 d 变大.我们惊奇地发现,当 h 取 12 时,经纪人集团大小的概率 $P(s)$ 不再呈幂次律分布,而是表现出随机行走行为.我们认为出现这种现象的原因是由于 k 取 0.2 太小,导致遗忘得太慢,即各个历史经济事件的影响力差距不大.当经纪人考虑历史太久远时,他在进行当前经济活动时就顾虑重重,以至难以取舍,最后只能采取随机行走的形式.当然,这不是真实经济生活中的情形.可见,在实际的经济生活中 k 取 0.2 偏小.

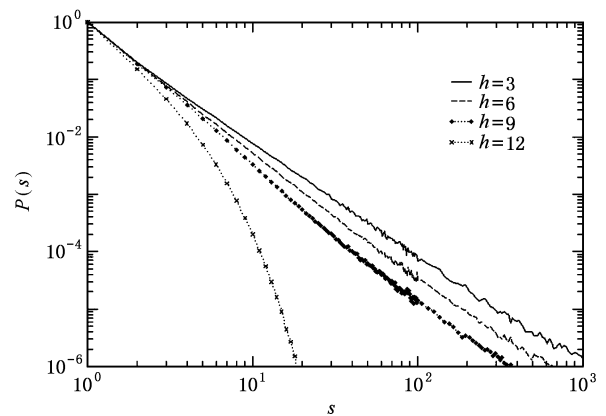


图1 经纪人集团规模概率 $P(s)$ 分布的双对数图 $b = 0.00025$, $c = 0.92$, $\delta = 2.4$, $k = 0.2$

然后,我们分别取 k 为 0.3 和 0.5, h 分别取为 3, 6, 9, 12, 15, 得到经纪人集团规模的概率 $P(s)$ 都呈幂次律分布,测得指数 d 的值如表 1 所列.

由表 1 可知,当 $k = 0.3$, $h = 12$ 时, d 到达极限值 2.10,可见超出离当前活动 12 步时的经济事件影响力已微乎其微;而当 $k = 0.5$, $h = 6$ 时, d 就到达极限值 1.93.这进一步说明, k 确实反映了经纪人对历史事件的遗忘快慢.另外,从表 1 可知, $k = 0.3$ 时 d 的极限值比 $k = 0.5$ 时大.这也是自然的,因为 k

越小遗忘就越慢,对过去经济事件记忆能力就越强,处理问题就越冷静,经济生活中大的波动就越容易避免,大的经纪人集团形成的可能性就越小.考虑到实际经济市场不可能是非常成熟的市场,经纪人参与经济活动有时是冲动和非理性的,另外真实市场 d 的值在 [2.5] 范围内,因此我们认为 h 取 6 和 k 取 0.3 比较接近真实市场的情形.现在我们就以这一取值来考察具有长程记忆的相互作用 herding 模型的其他动力学行为.

表 1 当 k 取 0.3 和 0.5 时不同 h 值下 d 的变化

h	$k = 0.3$	$k = 0.5$
3	1.92	1.90
6	2.00	1.93
9	2.05	1.93
12	2.10	1.93
15	2.10	1.93

根据文献 [15], 收益绝对值与参与市场活动经纪人集团的人数存在正比关系, 因此收益绝对值的自关联函数 $A(t)$ 定义为

$$A(t) = [s(T)s(t+T) - (s(t))^2] / \sigma. \quad (5)$$

这里

$$\sigma = s(T)^2 - (s(T))^2,$$

是在时间 T 内的平均值. 由此求得图 2 所示的 $A(t)$ 分布的双对数图. 由图 2 可知, $A(t)$ 表现出幂次律行为, 显示出长程时间关联, 拟合线的斜率为 -0.35, 它的绝对值在真实市场规律 [0.2, 0.4] 的范围内.

在图 3 中, 我们给出了一个规范化收益概率

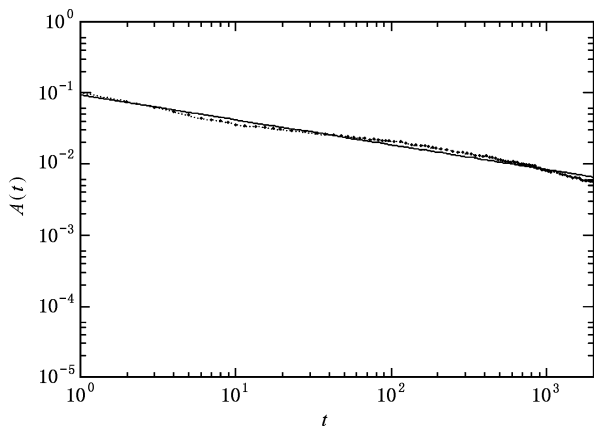


图 2 收益绝对值的自关联 $A(t)$ 分布的双对数图 $b = 0.00025, c = 0.92, \delta = 2.4, k = 0.3, h = 6, N = 40000$, 斜率为 -0.35

$P(Z)$ 的线性-对数分布图. 这里 Z 为规范化收益, 定义为 $(R - R) / \beta$, 其中 R 为 t 时间间隔的收益, R 为整个时间段的平均收益, β 为 $(R^2 - R^2) / t^2$, 时间间隔 t 分别取 1, 10, 100, 1000. 由图 3 可知, 在短时间间隔收益明显出现肥尾现象. 随着时间间隔的增加, 曲线明显向高斯分布靠拢, 这与真实市场规律是一致的.

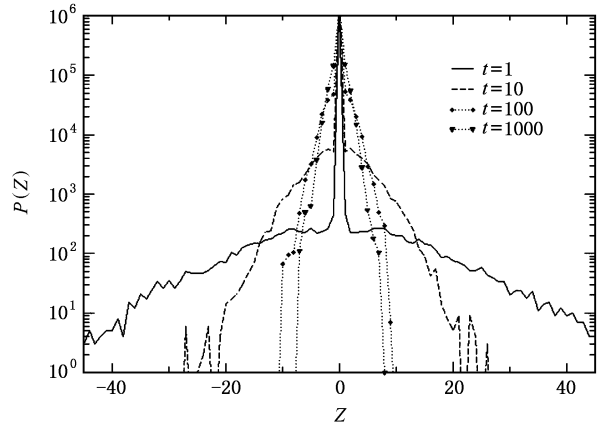


图 3 规范化收益 $P(Z)$ 分布的半对数图 $b = 0.00025, c = 0.92, \delta = 2.4, N = 40000, k = 0.3, h = 6$

最近, Plerou 等^[4]发现在金融市场存在双相现象, 即市场波动较小时, 相当于一个平衡态, 没有过剩的买方或卖方, 市场波动较大时, 相当于一个非平衡态, 有过度的需求和供应. 按照文献 [4], 我们得到在时间间隔 t 收益波动的绝对值 $r(t)$ 为

$$r(t) = |y(t'+1) - y(t'')|, \quad (6)$$

式中 $y(t')$ 是金融指数, t' 是在时间间隔 $t', t+t'$ 内通过 t'' 求得的平均. 我们保持 t 为 100 个蒙特卡罗步时计算条件收益概率 $P(R, r)$ 分布, 这里 R 为收益, 即

$$R = y(t+t') - y(t').$$

我们发现当 $r < 30$ 时 (图 4 实线), 条件收益概率分布为单峰, 当 $r > 300$ 时 (图 4 虚线), 条件收益概率分布为双峰, 这与真实的市场规律完全相符^[16].

最近几年, 人们对在非局域时间内非平衡态物理学的动力学很感兴趣, 其中一个方面是持续概率分布. 持续概率 $P_+(t)$ ($P_-(t)$) 定义为从某一时间 t' 开始在时间间隔 t 内 $s(t'+t'')$ 总是比 $s(t')$ 大 (小) 的概率, 即在整体 $t'' < t$ 时间内 $s(t'+t'') > s(t')$ ($s(t'+t'') < s(t')$) 的概率. 一般而言, 持续概率提供了一个有关自关联的补充信息. 我们得到了

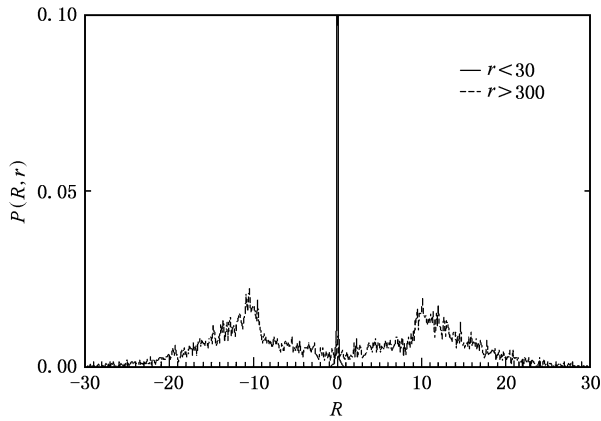


图4 收益条件概率 $P(R, r)$ 分布图 $b = 0.00025, c = 0.92, \delta = 2.4, N = 40000, k = 0.3, h = 6, t = 100$

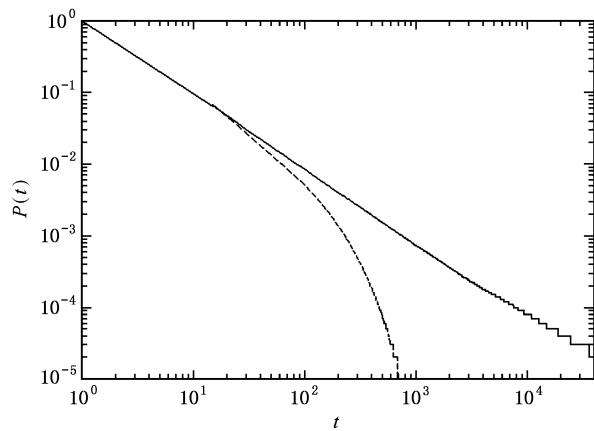


图5 持续概率分布双对数图 实线为 $P_-(t)$, 斜率为 -0.96 , 虚线为 $P_+(t)$. $b = 0.00025, c = 0.92, \delta = 2.4, N = 40000, k = 0.3, h = 6$

图5所示的持续概率分布双对数图,实线为 $P_-(t)$ 分布,虚线为 $P_+(t)$ 分布.从图5可知, $P_-(t)$ 呈幂次律分布,斜率为 -0.96 ,而 $P_+(t)$ 不呈现幂次律分布,并且衰减明显比 $P_-(t)$ 快.这是市场高低不对称的反映^[17],与金融市场的规律是一致的.

4. 结 论

本文提出了具有长程记忆的相互作用 herding 模型,指出经纪人从事当前经济活动是受以往各个历史阶段经济事件的影响,纠正了相互作用 herding 模型仅受到上一次活动影响的简单做法,并且指出过去某一阶段经济事件的影响力不仅与经济事件的大小有关,还随时间成指数衰减.它不但反映经纪人对历史事件具有记忆能力,而且体现了人的遗忘本性,这大大丰富了模型的实际意义.该模型不仅能呈现经济生活中的双相现象、肥尾现象和高低不对称现象,而且突出表现的是收益绝对值自关联 $A(t)$ 幂次律分布指数的绝对值变小,即关联时间变长,落在真实的经济规律内.另外,经纪人集团大小概率 $P(s)$ 幂次律分布指数的绝对值变大,也在真实的市场范围内.因此,本文的模型比较接近真实的经济规律,能较好反映经纪人真实的经济活动.当然,具有长程记忆的相互作用 herding 模型还有许多需要改进之处,如该模型没有区分不同类型的经纪人,没有考虑不同类型经纪人是如何相互作用、又是如何合并的,这些都有待于进一步的研究.

[1] Mantegna R N, Stanley H E 1995 *Nature* **376** 46
 [2] Mantegna R N, Stanley H E 1996 *Nature* **383** 587
 [3] Wang B H, Hui P M 2001 *Eur. Phys. J. B* **21** 573
 [4] Plerou V, Gopikrishnan P, Stanley H E 2003 *Nature* **421** 130
 [5] Eguluz V M, Zimmermann M G 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 5659
 [6] Zheng B, Ren F, Trimper S *et al* 2004 *Physica A* **343** 653
 [7] Challet D, Marsili M, Zhang Y C 2001 *Physica A* **294** 514
 [8] Yang W S, Wang B H, He P *et al* 2003 *Chin. Phys. J.* **12** 1
 [9] Xie Y B, Wang B H, Quan H J *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2399 (in Chinese) [谢彦波、汪秉宏、全宏俊等 2003 物理学报 **52** 2399]

[10] Zheng D F, Rodgers G J, Hui P M *et al* 2002 *Physica A* **303** 176
 [11] Bouchaud J P, Matacz A, Potters M 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 228701
 [12] Quan H J, Wang B H, Yang W S *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2667 (in Chinese) [全宏俊、汪秉宏、杨伟松等 2002 物理学报 **51** 2667]
 [13] Lux T, Marchesi M 1999 *Nature* **397** 498
 [14] Cont R 2001 *Quant. Finan.* **1** 223
 [15] Gabaix X, Gopikrishnan P, Plerou V *et al* 2003 *Nature* **423** 267
 [16] Zheng B, Qiu T, Ren F 2004 *Phys. Rev. E* **69** 046115
 [17] Roehner B M, Sommetter D 1998 *Eur. Phys. J. B* **4** 387

Interacting herding model : memory and oblivion

Dong Lin-Rong

(*College of Educational Science , Wenzhou University , Wenzhou 325035 , China*)

(Received 23 December 2005 ; revised manuscript received 13 April 2006)

Abstract

The interacting herding model only includes the affects of the last activity and ignores all the activities before. In real market , agents have a long-range time memory about the past activities which affects actually the current one. But , due to oblivion , the past activities have different influences on the current one depending on the time line. In the paper , a long-range memory is introduced to the interacting herding model in which the past activities affect the current one with exponential decay which reflects the fact that agents have a long-range time memory and mislay along with time about the past activities. The numerical calculation shows that its dynamics behaviors exhibit some characteristics more close to the real markets and can include the previous model as a limit case.

Keywords : memory , oblivion , interacting herding model , exponential delay

PACC : 0580 , 0250