

行波管中慢电磁行波与电子注非线性 相互作用普遍理论*

李建清[†] 莫元龙

(电子科技大学物理电子学院, 成都 610054)

(2005 年 7 月 25 日收到, 2006 年 5 月 8 日收到修改稿)

在同时考虑多信号输入和相对论效应的情况下, 利用波导激励理论获得了行波管中慢电磁行波与电子注非线性相互作用的全三维自治工作方程组, 包括激发方程、运动方程、能量转化方程、相位演化方程等, 适合大部分行波管中慢电磁行波与电子注的非线性相互作用过程. 利用该理论具体分析了一个宽带螺旋线行波管在多信号输入时的交叉调制, 并与实验结果进行了比较, 验证了理论和计算的正确性. 另外, 还模拟了一个相对论盘荷波导行波管中的非线性注波相互作用过程.

关键词: 行波管, 慢电磁行波, 非线性注波相互作用, 交叉调制

PACC: 4100, 4180D

1. 引言

行波管由于具有大功率、宽频带、高效率的优点被广泛应用于通信、雷达、电子战等军用和民用系统中^[1-3]. 从动态工作状态看, 可分为工作在单频率(或单信号)的行波管和在工作在多频率(或多信号)的行波管^[4-6]. 从工作电压看, 可分为非相对论行波管和相对论行波管^[7-9]. 由于其非线性特性, 在多信号输入时, 输出的高频信号中除了包括输入信号之外, 还包括输入信号之间的交叉调制分量和互调制分量. 定义一个假设的“最大公因子基波”信号频率 ω_0 , 其为所有输入信号、交叉调制和互调制信号频率的最大公因子. 所有输出信号分量频率都可以表示为最大公因子基波频率 ω_0 的整数倍, 即把输入信号、交叉调制和互调制信号分量看成最大公因子基波的某次谐波, 利用谐波分析法分析行波管多信号输入时的非线性工作状态^[4].

行波管非线性理论从本质上可分为三种, 第一种是田炳耕、诺埃等建立于等效线路基础之上的等效线路理论; 第二种是瓦因斯坦从波导激励的观点出发, 在他的小信号自治理论基础上发展起来的波导激励理论; 第三种是近几年提出来的 CHRISTINE

理论. 本文在波导激励理论的基础上, 引入“最大公因子基波”的概念并考虑相对论效应, 获得了全三维的非线性注波相互作用自治工作方程组, 其中包括激发方程、三维运动方程、能量转化方程、三维空间电荷场的计算等. 该工作方程组在单信号状态下可退化为单信号工作方程组, 在非相对论状态下可退化为非相对论工作方程组, 因此适合大部分行波管中慢电磁行波与电子注的非线性相互作用过程. 本文还利用该工作方程组具体模拟了一个宽带螺旋线行波管在多信号输入情况下的交叉调制, 并与实验结果进行了比较, 验证了理论和计算的正确性. 另外, 还模拟了一个相对论盘荷波导行波管的非线性相互作用过程.

2. 动力学理论

由波导理论可知, 行波管慢波系统中高频电磁场横向分量可以由其纵向分量表示, 同时第 n 次谐波纵向电场分量和纵向磁场分量可分别表示为

$$E_{cn,z}(r, \phi, z; it) = f_{cn}(z) \psi_{n,z}(r, \phi) \exp(jn\omega_0 t), \quad (1)$$

$$H_{cn,z}(r, \phi, z; it) = h_{cn}(z) \partial_{n,z}(r, \phi) \exp(jn\omega_0 t), \quad (2)$$

* 大功率微波电真空器件技术国家级重点实验室基金和国家自然科学基金(批准号:10476004)资助的课题.

[†] E-mail: lijq@uestc.edu.cn

式中 $f_{cn}(z)$, $\psi_{n,z}(r, \phi)$, $h_{cn}(z)$ 和 $\vartheta_{n,z}(r, \phi)$ 分别表示第 n 次谐波高频场 z 方向电场幅值、电场横向分布函数、磁场幅值和磁场横向分布函数. 高频电场和磁场的横向分布函数 $\psi_{n,z}(r, \phi)$ 和 $\vartheta_{n,z}(r, \phi)$ 由无电子注时的场匹配法求出.

行波管慢波系统中总的电磁场由高频电磁场、空间电荷场、聚焦磁场三部分组成, 可写成如下的形式:

$$\begin{aligned} E_z &= \sum_n E_{cn,z} + E_{sc,z}, \\ H_z &= \sum_n H_{cn,z} + B_z/\mu_0, \\ E_r &= \sum_n E_{cn,r} + E_{sc,r}, \\ H_r &= \sum_n H_{cn,r} + B_r/\mu_0, \\ E_\phi &= \sum_n E_{cn,\phi} + E_{sc,\phi}, \\ H_\phi &= \sum_n H_{cn,\phi} + B_\phi/\mu_0. \end{aligned}$$

其中 $E_{cn,r}$, $H_{cn,r}$, $E_{cn,\phi}$, $H_{cn,\phi}$ 分别为第 n 次谐波 r 方向的高频电场和磁场、 ϕ 方向的高频电场和磁场; $E_{sc,z}$, $E_{sc,r}$ 和 $E_{sc,\phi}$ 分别为轴向、径向和角向的空间电荷场, 由圆轴面格林函数得到^[10]; B_z , B_r 和 B_ϕ 分别为轴向、径向和角向的聚焦磁场.

2.1. 归一化处理

需定义的归一化变量有

$$\begin{aligned} y &= C_0 \omega_0 z / v_0, \\ x &= C_0 \omega_0 r / v_0, \\ \varphi_0 &= \omega_0 t. \end{aligned}$$

这里 y , x 和 φ_0 分别为归一化的 z , r 和电子注入相位, v_0 为电子注入速度, C_0 为最大公因子基波的增益参量, 定义为

$$C_0^3 = \frac{K_0 I_0}{4 V_0},$$

其中 K_0 为最大公因子基波的耦合阻抗. 此处 C_0 只起缩尺因子的作用, 因此可用其他值代替. 特别是在最大公因子基波频率偏离管子频带很远的情况下, K_0 不是一个合理的值, 此时 K_0 可用某个输入信号的耦合阻抗来代替.

电子相位 Φ_{en} (第 n 次谐波看到的电子相位) 定义为

$$\Phi_{en}(z, r, \phi, t) = n\omega_0(t - z/v_0) = n\Phi_e.$$

电子动量用其初始动量进行归一化,

$$p_y = \tilde{p}_z / \tilde{p}_0,$$

$$p_x = \tilde{p}_r / \tilde{p}_0,$$

$$p_\theta = \tilde{p}_\phi / \tilde{p}_0,$$

其中 $\tilde{p}_0 = m_0 \gamma_0 v_0$ 为电子初始动量.

高频电场和磁场分别用其慢变量表示,

$$\begin{aligned} F_{cn}(y) &= \frac{|\eta|}{C_0^2 \omega_0 v_0} \exp\left(j \frac{y}{C_0}\right) f_{cn}(z), \\ H_{cn}(y) &= \frac{|\eta|}{C_0^2 \omega_0} \exp\left(j \frac{y}{C_0}\right) h_{cn}(z). \end{aligned}$$

2.2. 自洽工作方程组

利用洛伦兹引理可得同步场第 n 次谐波的激发方程^[10]

$$\frac{\partial^2 f_{cn}}{\partial z^2} - \Gamma_n^2 f_{cn}(z) = -K_{cn} \beta_n^2 \Gamma_n \iint_{s_p} \mathbf{J}_e \cdot \boldsymbol{\Psi}_n(r, \phi) ds, \quad (3)$$

式中 K_{cn} , Γ_n 和 β_n 分别为同步场第 n 次谐波的耦合阻抗、传播常数和冷相位常数, s_p 为电子注的截面积, \mathbf{J}_e 为电子注电流密度, 用 δ 函数表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_e(r, \phi, z; it) &= q \sum_i \frac{1}{r} \delta(r - r_i(t)) \\ &\quad \times \delta(\phi - \phi_i(t)) \delta(z - z_i(t)) \mathbf{v}_i \\ &= q \sum_i \frac{\omega_0}{v_{zi}} \frac{1}{r} \delta(r - r_i(t)) \\ &\quad \times \delta(\phi - \phi_i(t)) \delta(\varphi - \varphi_i(t)) \mathbf{v}_i, \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $r_i(t)$, $\phi_i(t)$ 和 $z_i(t)$ 分别为 t 时刻第 i 个宏粒子所处的径向、角向和轴向坐标, q 为宏粒子电量.

利用电荷守恒定律对 (4) 式在高频周期内进行平均, 然后代入 (3) 式并进行归一化, 获得归一化的轴向激发方程为

$$\begin{aligned} C_0 \frac{d^2 F_{cn}}{dy^2} - j2n \frac{dF_{cn}}{dy} + n^2(2r_n + C_0 r_n^2) F_{cn} \\ = -j2n^3 \left(\frac{C_n}{C_0}\right)^3 (1 + C_0 r_n) (1 + C_0 b_n) \\ \times \frac{1}{MNP} \sum_i \frac{2}{p_{yi}} [p_{yi} \psi_{n,yi} + p_{xi} \psi_{n,xi} \\ + p_{\theta i} \psi_{n,\theta i}] \exp(-jn\Phi_{ei}). \end{aligned} \quad (5)$$

在上述推导中, 利用了以下的定义: 增益参量

$$C_n^3 = \frac{I_0 K_{cn}}{4 V_0},$$

非同步参量

$$b_n = \frac{v_0 - v_{pn}}{C_0 v_{pn}},$$

分布衰减常数

$$d_n = \frac{\alpha_n}{n\beta_e C_0},$$

电子相位常数

$$\beta_e = \frac{\omega_0}{v_0},$$

冷相位常数

$$\beta_n = \frac{\omega}{v_{pn}}$$

$$r_n = b_n - j d_n,$$

传播常数

$$\Gamma_n = j n \beta_e + j n \beta_e C_0 r_n.$$

由洛伦兹力方程和能量守恒定律可以得到相对论情况下的运动方程和能量转化方程

$$\frac{d\tilde{p}}{dt} = - \operatorname{Re} [e \mathbf{E} + e \tilde{\mathbf{v}} \times \mathbf{B}], \quad (6)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = - \operatorname{Re} \left[\frac{1}{m_0 c^2} e \tilde{\mathbf{v}} \times \mathbf{E} \right]. \quad (7)$$

把矢量方程(6)(7)写成标量方程,然后进行归一化处理后可得

$$\frac{dp_y}{dy} = - \frac{|\eta| \gamma}{C_0 \omega_0 v_0 \gamma_0^2 p_y} \times \operatorname{Re} \left[E_z + \frac{\mu_0 v_0 \gamma_0}{\gamma} (p_x H_\phi - p_\phi H_r) \right], \quad (8)$$

$$\frac{dp_x}{dy} = - \frac{|\eta| \gamma}{C_0 \omega_0 v_0 \gamma_0^2 p_y} \times \operatorname{Re} \left[E_r + \frac{\mu_0 v_0 \gamma_0}{\gamma} (p_\phi H_z - p_z H_\phi) \right], \quad (9)$$

$$\frac{dp_\phi}{dy} = - \frac{|\eta| \gamma}{C_0 \omega_0 v_0 \gamma_0^2 p_y} \times \operatorname{Re} \left[E_\phi + \frac{\mu_0 v_0 \gamma_0}{\gamma} (p_y H_r - p_r H_z) \right] \quad (10)$$

$$\frac{d\gamma}{dy} = - \frac{|\eta| v_0}{C_0 \omega_0 c^2 p_y} \times \operatorname{Re} [p_y E_z + p_x E_r + p_\phi E_\phi]. \quad (11)$$

同样,可以获得归一化后的电子径向、角向坐标方程以及电子相位演化方程

$$\frac{dx}{dy} = \frac{p_x}{p_y}, \quad (12)$$

$$\frac{d\phi}{dy} = \frac{p_\phi}{x p_y}, \quad (13)$$

$$\frac{d\Phi_e}{dy} = \frac{1}{C_0} \left(\frac{m_0 \gamma v_0}{p_0 p_y} - 1 \right). \quad (14)$$

3. 行波管多信号非线性分析

在分析螺旋线行波管多信号输入的非线性工作状态时,把上面得到的慢电磁行波与电子注非线性相互作用的自治工作方程组退化为不考虑相对论效应的行波管多信号非线性注波相互作用方程组.在螺旋线行波管中,通常设计慢波系统使得只有输入信号的最低模式位于频带范围内,即主要存在对称模 TM_{01} ,因此(1)式中横向分布函数 $\psi_{n,z}(r, \phi)$ 为 $I_0(\gamma_n r)$ 纵向磁场分量 $H_{cn,z}(r, \phi, z; t) \equiv 0$. 这里, $\gamma_n^2 = (\beta_n^2 - k^2)$, I_0 为零阶修正贝塞尔函数.由于为非相对论情况,因此令相对论因子 $\gamma \equiv 1$.采用周期聚焦系统.

在计算机模拟时,模拟两个信号同时输入行波管时的输出情况.两个输入信号频率分别为 11 和 12 GHz,输入功率均为 0.00522 mW,工作电压为 4320 V,电流为 135 mA,螺旋线总长为 133 mm.因为输入信号频率 11 和 12 GHz 的二倍频在管子带宽 6—18 GHz 范围之外,二倍频附近的谐波($2f_1, 2f_2$)和互调制分量($f_1 + f_2, 3f_1 - f_2$ 和 $3f_2 - f_1$)对输出功率影响不大,所以在模拟中没有考虑,只考虑了输入信号 f_1 和 f_2 以及互调制分量 $2f_1 - f_2, 2f_2 - f_1$.因此最大公因子基波频率为 1 GHz,考虑的输出信号有 4 个,频率分别为 10, 11, 12, 13 GHz.相对于最大公因子基波的谐波次数分别为 10, 11, 12, 13.

由多次进行数值模拟的经验得到,在把电子注划分成宏粒子时,综合考虑计算的精度以及计算的时间,电子注在径向划分成 3 等份,在角向划分成 4 等份,在输入信号的一个高频周期内划分成 16 份是一个比较合理的方法.为了保证最高次谐波的一个高频周期内至少有 16 个宏粒子,如输入信号及其考虑的交叉调制和互调制分量频率中最大谐波次数为 K ,则最大公因子基波一个高频周期内轴向上就应该有 $K \times 16$ 个宏粒子,加上径向和角向划分的宏粒子,总的宏粒子个数就为 $K \times 16 \times 3 \times 4$.因此在信号频率差值比较小的情况下,最大公因子基波频率小,谐波次数大,宏粒子个数成倍增加,模拟时间相当长.这个问题通过并行计算处理可获得部分解决^[11].

图 1 是两个信号等幅输入时的输出功率曲线.从图 1 可以看出,在两个信号同时输入的情况下,输出信号中不仅包括两个输入信号,同时还包括两个

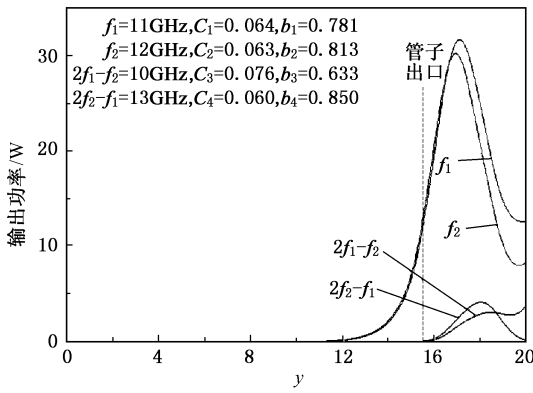


图 1 两个信号等幅输入时的输出功率曲线

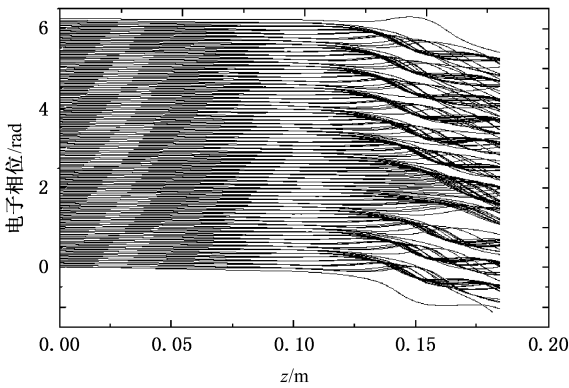


图 2 两个输入信号时的电子相位图

输入信号之间的交叉调制分量输出. 由于输入功率比较小, 所以在管子出口处输出功率还没有达到饱和位置. 图 2 是两个信号输入时的电子相位图. 图 2 中电子注有 11 个群聚中心, 与单信号输入时只有一个群聚中心的情况差别比较大. 在多个信号存在的情况下, 电子注的群聚应是所有信号调制的整体体现. 在饱和位置, 信号 f_1 的输出功率相对大些, 因此趋向于体现 f_1 的调制. 在一个最大公因子基波高频周期内有 11 个输入信号 f_1 的高频周期, 所以会产生 11 个电子注的群聚中心(同时也说明在一个 f_1 的高频周期内也只有一个群聚中心). 图 3 是在管子

出口处的两个信号等幅输入时的输出频谱模拟结果, 图 4 是相同条件下实验测量到的输出频谱图, 两图结果基本一致, 验证了理论和计算模拟结果的正确性.

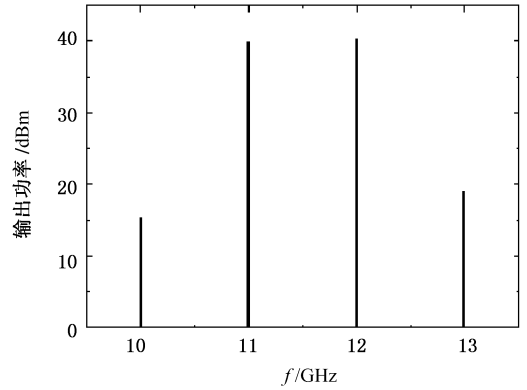


图 3 两个信号等幅输入时的频谱模拟结果

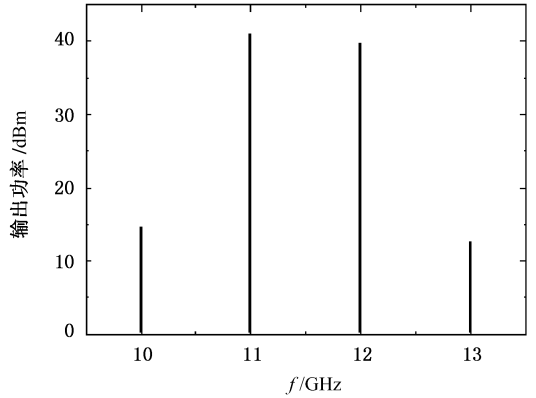


图 4 两个信号等幅输入时的频谱实验结果

4. 相对论行波管非线性分析

分析的相对论盘荷波导行波管慢波结构如图 5 所示, R_{int} , R_{ext} 分别为腔体内外半径, L 为盘荷波导慢波结构的周期, δ 为盘荷厚度. 慢波结构中有一个截断, 目的是为了抑制输入、输出端之间高频电磁场的自激振荡. 截断两边的衰减器是为了吸收截断所

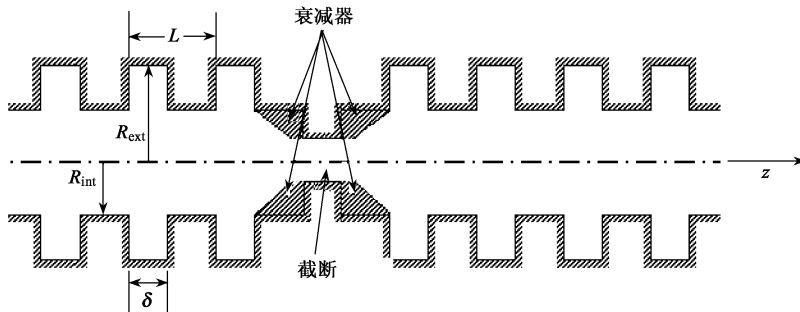


图 5 相对论盘荷波导行波管慢波结构示意图

引起的高频电磁场的反射。

一般情况下非对称模式对注波相互作用过程的影响可以忽略不计^[7],在这种结构中电子注与相互作用的高频电磁场主要为对称模式 TM_{01} ,属于单模工作,因此(1)式中横向分布函数 $\psi_{n,z}(r,\phi)$ 同样为 $I_0(\gamma_n r)$ 纵向磁场分量 $H_{cn,z}(r,\phi,z;t) \equiv 0$ 。并且只考虑一个信号输入的情况,因此注波相互作用统一方程组中信号个数只有一个,最大公因子基波频率与输入信号频率相同,输入信号频率相对最大公因子基波频率的谐波次数 $n=1$ 。用于归一化的增益参量 C_0 等于输入信号频率的增益参量,采用均匀聚焦系统。模拟的非线性相互作用参数如下:直流电流 $I=350$ A,直流电压 $V=800$ kV,直流磁场下的磁感应强度 $B_0=0.225$ T,盘荷波导内半径 $R_{in}=3.5$ mm,盘荷波导外半径 $R_{out}=5.0$ mm,工作频率 $f=39.2$ GHz,增益参量 $C=0.108$,非同步参量 $b=0.428$,分布衰减常数 $d=0$,输入功率 $P_{in}=5$ kW。截断开始位置 $z=$

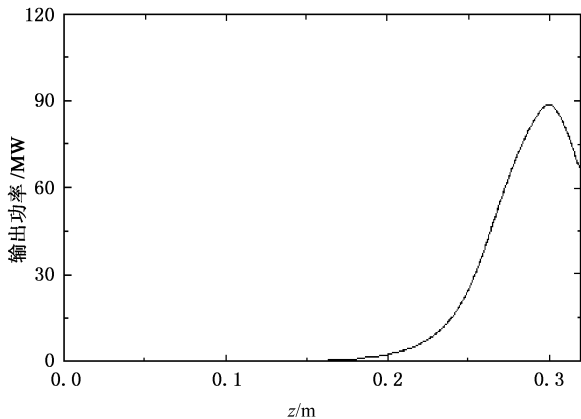


图6 相对论行波管的输出功率曲线

0.08 m,长度为 0.002 m。截断两边衰减器形状为梯形,长度均为 0.02 m。图6和图7分别是其输出功率曲线图和相对论因子随轴向位置变化图。从图7可以看出,所有电子都以初始相对论因子注入行波管,随着电子与电磁场的相互作用,有些电子的相对论因子增加,有些电子的相对论因子减小,总体而言,相对论因子减少的电子数目比相对论因子增加的电子数目多,因此总的电子能量减少,电磁场能量增加,高频信号被放大。

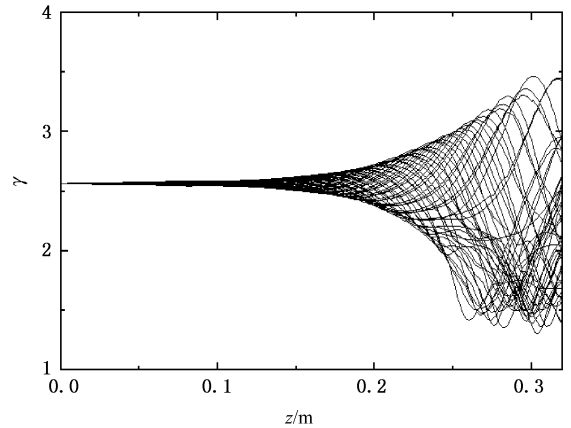


图7 相对论因子随轴向位置的变化

5. 结 论

利用模式展开理论获得行波管中慢电磁行波与电子注非线性相互作用的自洽工作方程组,其中包括激发方程、运动方程、能量转化方程、相位演化方程等。它们既可用于模拟相对论情况下行波管中的非线性相互作用过程,也可用于模拟多信号、多模式下行波管中的非线性相互作用过程。

- [1] Wei Y Y, Wang W X, Sun J H et al 2002 *Chin. Phys.* **11** 277
 [2] Li B, Yang Z H 2003 *Chin. Phys.* **12** 1235
 [3] Hao J H, Ding W 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1136 (in Chinese) [郝建红、丁武 2004 物理学报 **53** 1136]
 [4] Giarola A J 1968 *IEEE Trans. Electron. Dev.* **15** 381
 [5] Abe D K, Ngô M T, Levush B et al 2000 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **28** 576
 [6] Chemin D, Antonsen T M Jr et al 2001 *IEEE Trans. Electron. Dev.* **48** 3
 [7] Banna S, Nation J A, Schachter L et al 2000 *IEEE Trans. Plasma*

Sci. **28** 798

- [8] Shiffler D, Ivers J D, Kerslick G S et al 1991 *Appl. Phys. Lett.* **58** 899
 [9] Shiffler D, Ivers J D, Kerslick G S et al 1991 *J. Appl. Phys.* **70** 106
 [10] Li J Q, Mo Y L, Zhang Y 2002 *Int. J. Inf. Millimeter Waves* **23** 1371
 [11] Li J Q, Mo Y L, Zhang Y et al 2002 *High Power Laser and Particle Beams* **14** 583 (in Chinese) [李建清、莫元龙、张勇等 2002 强激光与粒子束 **14** 583]

General theory of nonlinear beam-wave interaction in traveling-wave tubes^{*}

Li Jian-Qing[†] Mo Yuan-Long

(*School of Physical Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China*)

(Received 25 July 2005; revised manuscript received 8 May 2006)

Abstract

Using the theory of waveguide excited, the full three-dimensional self-consistent working equations of interaction between slow electromagnetic traveling wave and electronic beam have are obtained in traveling-wave tubes, considering multi-signal inputs and relativistic effect. The equations include excited equation, motion equations, energy conversion equation, phase evolving equation etc., which can be applied to simulate most of nonlinear interactions between slow electromagnetic traveling wave and electronic beam in traveling wave tubes (TWT). The crossmodulation in a wide-band helix TWT is simulated using this theory, and is compared with the experimentation results to confirm the theory. The nonlinear beam-wave interaction processes in a relativistic disk-loaded waveguide TWT are also been simulated using the theory.

Keywords: traveling-wave tube, slow electromagnetic traveling-wave, nonlinear beam-wave interaction, crossmodulation

PACC: 4100 #180D

^{*} Project supported by the Foundation of National Key Laboratory for High Power Vacuum Electronics and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10476004).

[†] E-mail: lijq@uestc.edu.cn