

# 窄振动颗粒床中的运动模式<sup>\*</sup>

姜泽辉<sup>†</sup> 王运鹰 吴 晶

(哈尔滨工业大学物理系, 哈尔滨 150001)

(2005 年 11 月 29 日收到 2006 年 2 月 27 日收到修改稿)

实验研究了竖直振动情况下, 窄容器中颗粒的运动模式, 发现运动模式与颗粒床厚度及振动加速度有很强的依赖关系. 实验表明横向尺寸较小的容器可以抑制对流卷及拱起现象. 对于足够厚的颗粒床, 即使振动加速度很大, 颗粒床下部仍然存在着颗粒聚集态. 出现聚集态时, 颗粒床对容器底的冲击力是倍周期分岔的. 实验表明倍周期分岔点与颗粒床厚度无关. 对于较薄的颗粒床, 颗粒可以是聚集态或对流卷, 视颗粒尺寸而定. 如果使用尺寸分布非常窄的球形颗粒, 可以观察到颗粒的有序排列. 出现同心的圆筒形“壳”结构, 每个“壳”上的颗粒是二维六角密排列的.

关键词: 颗粒物质, 倍周期分岔, 颗粒聚集态, 球堆积

PACC: 4610, 0547, 0520D, 0570J

## 1. 引 言

颗粒物质是由大量离散固体小颗粒构成的集合体. 体系中每个颗粒都可以独立运动, 但是, 对体系施加周期性振动时, 颗粒却可以组织起来, 并展现出许多复杂的集体行为, 如, 表面驻波<sup>[6-10]</sup>( surface standing waves )、对流卷<sup>[6-10]</sup>( convection rolls )、拱起<sup>[11-14]</sup>( arching )、尺寸分离<sup>[15-18]</sup>( size segregation )等等. 产生这些集体行为的物理机理较为复杂, 仍是目前较受关注的问题.

振动颗粒床中的基本相互作用是颗粒间的非弹性碰撞. 频繁的非弹性碰撞能迅速地将颗粒的动能耗散掉, 致使颗粒倾向于紧密聚集在一起<sup>[19-22]</sup>. 能量耗散与能量输入( 来自容器底 ) 之间的平衡, 导致振动颗粒床中存在两种典型状态, 即聚集态( condensed state )与流化态( fluidized state )<sup>[23-26]</sup>. 当振动加速度较小时, 颗粒处于聚集态, 颗粒密堆积在一起, 并做整体的上下运动. 当振动加速度较大时, 颗粒处于流化态, 颗粒间距较大, 做随机运动, 其行为类似于“液体”或“气体”中的粒子. 这两种状态在浅颗粒床中表现的较为明显<sup>[25]</sup>. 对于较厚的颗粒床, 完全的流化态很难看到. 随着振动加速度的提高, 伴随流化过程会出现一些复杂的运动模式, 如堆

起<sup>[29, 30]</sup>( heaping )、对流卷、表面波、拱起等等<sup>[12, 14, 27, 28]</sup>. 引起这些现象的因素较多, 如容器的形状及横向尺寸、空气、颗粒床的厚度及颗粒尺寸等. 这些因素都会产生影响, 甚至联合起作用. 这导致很难通过控制单一因素来对体系的动力学行为进行研究.

最近的研究<sup>[31-33]</sup>表明采用横向尺寸较小的容器可以抑制对流卷和拱起现象的出现. 这导致在颗粒床( 足够厚 ) 下部存在稳定的聚集态, 而且在很宽的振动加速度范围内, 颗粒床的运动是倍周期的. 倍周期分岔过程受约化加速度  $\Gamma$  的控制,  $\Gamma = (2\pi f)^2 A/g$  (  $A$  和  $f$  分别为施加振动的振幅和频率,  $g$  为重力加速度 ). 典型的分岔序列为 1 倍周期、2 倍周期、4 倍周期、混沌、3 倍周期、6 倍周期、混沌、4 倍周期、8 倍周期、混沌等. 产生倍周期分岔的原因可归结于颗粒床与容器底之间的完全非弹性碰撞. 由于聚集态内颗粒是密堆积在一起的, 能通过碰撞快速消耗掉外界输入的能量, 因而体系可以看成是一个弹性恢复系数非常小的整体. 利用完全非弹性蹦球模型可以对分岔过程给出解释<sup>[31-34]</sup>.

文献[ 31—33 ]主要讨论了在颗粒床厚度不变时, 颗粒对容器底的冲击力的倍周期分岔情况, 以及颗粒尺寸和振动频率对分岔点的影响. 本文着重讨论容器的横向尺寸及颗粒床厚度对分岔点的影响,

<sup>\*</sup> 哈尔滨工业大学交叉基金( 批准号: HIT-MD2002.32 )资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: zehuijiang@yahoo.com

并对颗粒床中颗粒的排列情况进行说明。

## 2. 实验装置

实验装置与文献[31—33]中介绍的相同。所用容器为圆筒形玻璃管,容器底为合金铝。玻璃管的内径  $D$  为 14.2mm。在容器底与振动台面之间是一个力传感器。用来测量颗粒对容器底的冲击力。振动台是电磁式的(JZK-100),由信号发生器产生正弦信号并经功率放大器放大进行驱动。振动加速度由固定在台面上的加速度传感器测定。加速度传感器的精度为  $0.01g$ 。力传感器由压电晶体和不锈钢外壳构成,其形变非常小(微米量级),因而对整个系统的振动情况影响很弱。所用颗粒为不锈钢球,直径  $d$  分别为  $0.50 \pm 0.01\text{mm}$ ,  $0.70 \pm 0.01\text{mm}$  和  $1.00 \pm 0.01\text{mm}$ 。

实验中,先填加两层颗粒,然后逐渐增加振动加速度(振动频率保持不变,  $f = 60\text{Hz}$ ),并观察冲击力的变化情况。之后,每次两层颗粒往上增加。环境湿度保持为 40%—60%。为了避免静电荷积累,实验每进行 20min 左右,将颗粒倒出并装填新的颗粒。

冲击力的变化通过存储示波器来监测并记录。由于力传感器是固定在容器和台面之间,因而记录到的力包含两部分。一部分来自容器,这部分是一个与台面振动频率相同的谐波;另一部分来自颗粒床对容器底的冲击,是脉冲式的。这种脉冲式的作用力可以通过两种方式检出:一种方法是在相同振动条件下分别记录空容器和填装颗粒后的压力信号,然后二者相减即得颗粒对容器底的压力;第二种方法是直接通过快速傅里叶滤波技术(FFT),将与台面频率相同的谐波成分滤掉,从而获得颗粒的压力信号。两种方法所得结果的比较表明二者差别很小。为了简便,这里采用第二种方法。

## 3. 结果与讨论

实验表明,存在两个临界厚度。第一个临界厚度为  $N_{c1} = 8$  ( $N$  表示颗粒的层数)。当  $N < N_{c1}$  时,颗粒先是处于聚集态,像固体一样随台面一起运动。当  $\Gamma$  增加到一个临界值  $\Gamma_s$  时,出现表面流化。此时表层的部分颗粒左右晃动的较为剧烈而不能停留在固定的位置上。当  $\Gamma$  继续增大时,流化的层数不断增多,达到某个临界值时,所有颗粒均被流化,体系呈流化

态。这一过程与文献[25]中观察到的现象类似。体系被完全流化前,颗粒对容器底的作用仍是脉冲式的。被完全流化后,颗粒对容器底的冲击力非常弱,基本看不到冲击所产生的脉冲信号。第二个临界厚度为  $N_{c2} \approx 18$ 。当  $N \geq N_{c2}$  时,颗粒床下部始终存在着聚集态,而且,随  $\Gamma$  的增加,颗粒床开始呈现倍周期运动。倍周期指的是颗粒床对容器底产生相同冲击强度的时间间隔是振动周期( $1/f$ )的整数倍。图 1 给出了  $d = 1.00\text{mm}$ ,  $N = 19$  的颗粒床中,  $\Gamma$  取不同值时压力随时间的变化。显见,压力信号中存在倍周期成分。实验表明,倍周期分岔点基本不随  $N$  而变化,而且与颗粒尺寸  $d$  没有明显的依赖关系。三种尺寸的颗粒的分岔点基本重合,参见文献[31—33]。

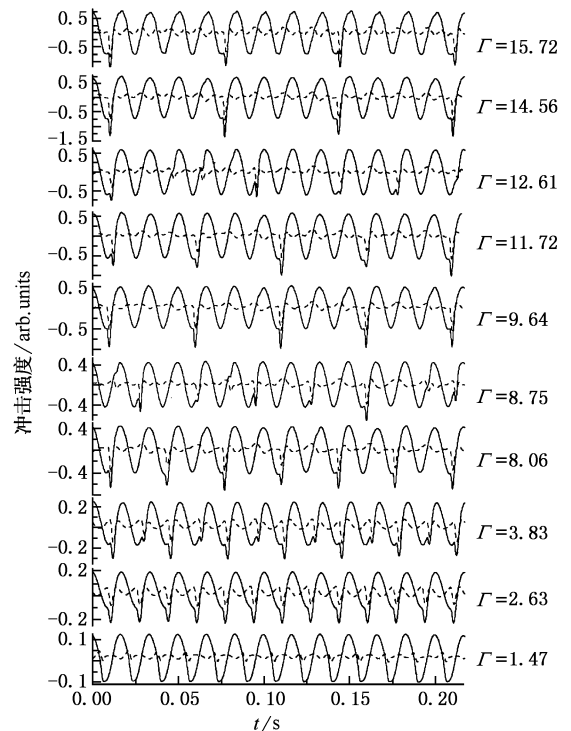


图 1 颗粒床中压力的时间变化( $d = 1.00\text{mm}$ ,  $D = 14.2\text{mm}$ ,  $N = 19$ 。虚线是颗粒对容器底的冲击力,通过 FFT 将 57—62Hz 的谐波成分滤掉获得。由下至上,冲击力经历 1 倍周期、1 倍周期、2 倍周期、4 倍周期、混沌、3 倍周期、6 倍周期、混沌、4 倍周期、8 倍周期)

当  $N_{c1} \leq N \leq N_{c2}$  时,颗粒的运动模式稍复杂一些。一般先经过表面流化,然后是 2 倍周期和 4 倍周期分岔,再进入过渡区。在这个区域内,颗粒的行为与  $d$  有关。对  $d = 0.50\text{mm}$  和  $0.70\text{mm}$  的颗粒,过渡区为图 2 的阴影部分。颗粒可以是对流卷或聚集态,或者二者交替出现。对流卷中颗粒沿侧壁向上运动,

在容器中间向下,沿直径形成一个低谷,使上表面呈V字形.对流卷对应的冲击力信号是2倍周期的.对 $d = 1.00\text{mm}$ 的颗粒,过渡区为图2中虚线所围区域.此时,只有聚集态,冲击力信号是混沌的.在过渡区下方,2倍周期分岔点和4倍周期分岔点都比厚床中的略高(见图2).造成这一现象的原因目前尚不清楚.图2中 $\Gamma_c$ 表示出现表面流化的临界加速度, $\Gamma_n$ 表示倍周期分岔点.下标 $n = 2, 4, 3, 6, \dots$ ,表示此时颗粒床是 $n$ 倍周期运动的. $\Gamma_c$ 表示颗粒床进入混沌运动的临界加速度.

在倍周期运动区( $N \geq N_c$ ), $d = 0.5\text{mm}$ 的颗粒在 $\Gamma \approx 10.0$ 时开始出现表面驻波(出现表面波的临界加速度与厚度无关),中间为波谷两侧为波峰.表面波的振幅随 $\Gamma$ 而增大,但没有发现表面波对倍周期分岔点有影响.对于另外两种尺寸的颗粒,没有表面波出现,因为它们的尺寸较大,而容器的横向尺寸又较小,因而较难形成表面斑图结构.另外,在倍周期运动区,被流化的表层颗粒的层数随 $\Gamma$ 增大,但

仅限于表面的6,7层内.在6倍周期分岔以前,三种颗粒的倍周期分岔点 $\Gamma_n$ 基本一致,相差最大不超出1.0.产生偏差的原因可能来自每次填装颗粒的初始状态不一样以及反复振动造成颗粒上有静电荷积累.对于高阶分岔点( $\Gamma_6, \Gamma_4, \Gamma_8$ ),三种颗粒的一致性较差,最大时相差可达2.0.即使是同种颗粒,也会存在这样的偏差.这是由于在振动加速度较大时,冲击力信号中的“噪声”较大,因而分岔点较难准确判定.另外,长时间振动会在容器内壁及颗粒上积累一些污垢,从而对分岔点造成一定影响.实验中,污垢较明显时就要对容器和颗粒进行清洗.

在我们的实验中,容器尺寸 $D$ 对分岔点的影响不明显.表1给出了4种内径玻璃管中的倍周期分岔点.所用颗粒为 $d = 1.00\text{mm}$ 的不锈钢球,颗粒床的厚度均为 $N = 30$ ,振动频率为 $60\text{Hz}$ .注意, $D = 14.2\text{mm}$ 容器中的分岔点与文献[33]中所给出的略有差别,原因如上文所述.实验表明,在 $D \geq 30.7\text{mm}$ 的容器中,2倍周期和4倍周期之后的分岔较难看到.

表1 不同内径容器中的倍周期分岔点

$D/\text{mm}$	分岔点								
	$\Gamma_2$	$\Gamma_4$	$\Gamma_{\text{混沌}}$	$\Gamma_3$	$\Gamma_6$	$\Gamma_{\text{混沌}}$	$\Gamma_4$	$\Gamma_8$	$\Gamma_{\text{混沌}}$
9.4	3.8	6.8	7.6	8.4	10.5	11.3	12.6	14.1	15.0
14.2	4.4	7.0	8.0	9.0	10.1	11.6	13.4	14.0	15.1
15.9	4.3	7.1	8.6	9.2	11.0	11.6	13.4	14.0	15.0
18.9	3.9	6.5	8.6	9.1	9.5	11.0	13.4	14.1	14.7

文献[8]研究了长方形容器的(200mm×100mm)中对流模式与颗粒床中气压的关系.所用颗粒为 $d = 0.66\text{mm}$ 的玻璃珠,颗粒床厚度为30mm,振动频率 $f = 50\text{Hz}$ .在靠近容器底部中心位置,气压分别在 $\Gamma = 4$ 和 $\Gamma = 7$ 处发生2倍周期和4倍周期分岔,与我们观察到的分岔点一致.在靠近器壁(距侧壁10mm)的位置上,气压在 $\Gamma = 5$ 处发生2倍周期分岔, $\Gamma = 8$ 处发生4倍周期分岔.造成侧壁附近气压的分岔点略高的原因,可能是由于对流卷的存在造成侧壁附近的颗粒与中间颗粒的运动不是同位相的(见文献[8]的图3).

值得注意的是,在倍周期运动区, $\Gamma$ 不十分大时,聚集态内的颗粒是规则密排列的.图3显示了 $d = 1.00\text{mm}$ 的颗粒床中的排列情况.从侧面看颗粒是二维六角密堆积的,只有上表面几层颗粒有流化现象,下部颗粒做相干的同步上下运动.靠近器壁的颗

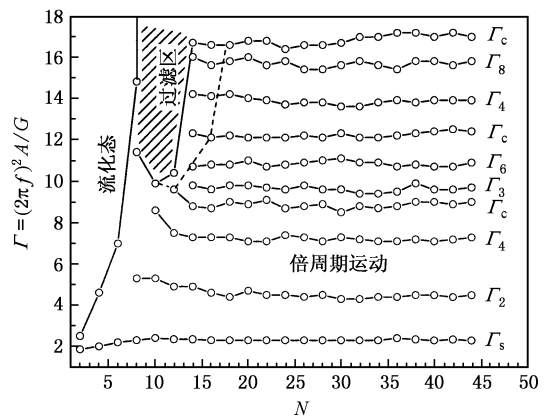


图2 不锈钢颗粒运动模式的相图( $d = 0.70 \pm 0.01\text{mm}$ ,  $D = 14.2\text{mm}$ ,  $f = 60\text{Hz}$ )

粒沿器壁缓慢向下运动.3倍周期运动以前,规则排列结构中会有点缺陷或线缺陷,但随着 $\Gamma$ 的增加很

快减少或消失.在 6 倍周期分岔之后,这种规则结构有局部破坏,但仍然以较紧密的方式堆积在一起.对于尺寸较小的颗粒(如  $d = 0.50\text{mm}$ ),侧壁上的缺陷较多,这可能是由于颗粒床做上下活塞运动时,器壁附近空气的冲刷作用较强造成的.

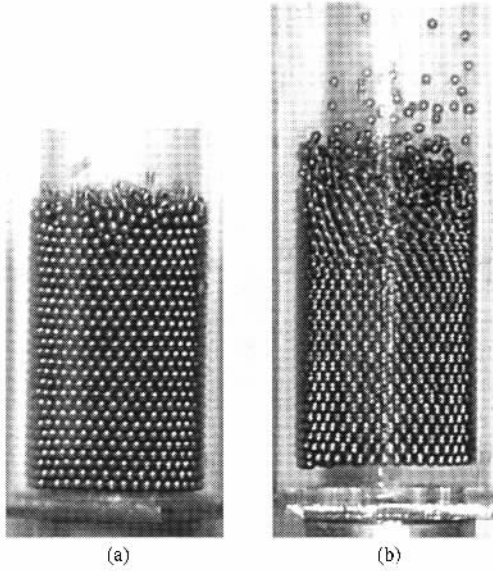


图 3 颗粒床中的颗粒排列结构 ( $d = 1.00\text{mm}, D = 15.9\text{mm}$ )  
(a)  $\Gamma = 5.7$ , 对应二倍周期运动. (b)  $\Gamma = 9.1$ , 对应三倍周期运动)

图 4 给出了聚集态内部的颗粒排列情况.在停止振动后,将水倒入容器,并送入冰箱冻结之后,取出进行解理并拍照.图 4(a)给出中间横断面上的颗粒的排列情况.很显然,存在同心圆筒形“壳”结构.每个壳层内颗粒仍是规则密排列的.图 4(b)给出的是在剥去最外层(仅左侧有少部分残留)后,又将第二层下部 1/3 左右剥去后所显示的结构.“壳”结构曾在文献 35 中报道过,但那里的“壳”结构却是预

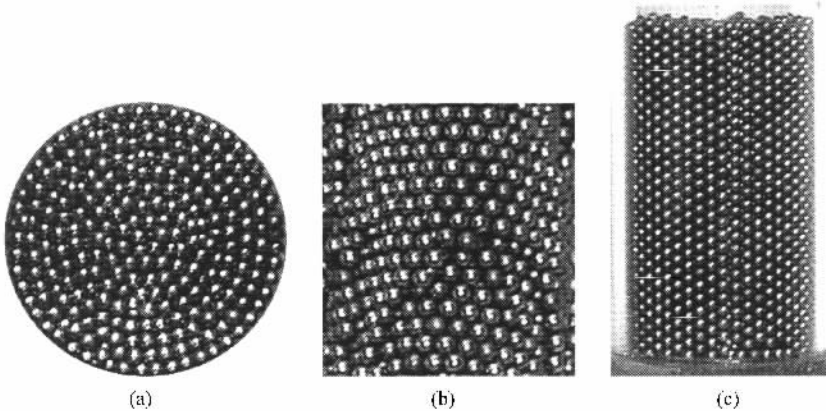


图 4 聚集态内部的排列结构( $d = 1.00\text{mm}, D = 15.9\text{mm}$ ) (a) 中间横断面上的排列结构 (b) 由外向内,第 3 和第 4 壳层中的排列结构 (c)  $d = 1.00\text{mm}, D = 15.0\text{mm}$  时最外壳层中的排列结构

先将容器底刻好环形纹路后观察到的.所用钢球的尺寸为  $d = 4.77\text{mm}$ ,容器的尺寸为  $D = 120.7\text{mm}$ .我们所用的容器是平底的.“壳”结构是在振动过程中自然堆积形成的.文献 35 还研究了直径比  $D/d$  对堆积率的影响, $D/d$  越大整个体系的堆积率越大.由图 4(a)也可以看出,由径向向内,颗粒的排列越来越乱,这会导致堆积率降低.

为了研究容器直径对颗粒排列的影响,实验中还使用了内径  $D = 9.4, 15.0, 15.9, 18.9\text{mm}$  的容器.在这几种容器中,仍然可以出现规则密排列的聚集态.虽然某些直径比  $D/d$  下,颗粒不能形成完整的满壳层结构,但颗粒可以通过在颗粒床最底下的 1, 2 层内形成点缺陷或其他部位形成局部线缺陷(竖直的或倾斜的),以保证其他位置上的颗粒是规则密排列的.这可以在最外壳层上观察到.图 4(c)给出了  $D = 15.0\text{mm}$  时,最外壳层中颗粒的排列情况.图中下部有几个点缺陷,正中是一个竖直的线缺陷.

最近,Luding 等人<sup>[24]</sup>对一维振动颗粒列的行为进行了分子动力学模拟,发现一种“分散效应”(detachment effect).在与容器底发生碰撞后,颗粒的间距会有一个较大的随机涨落,而且颗粒交替处于聚集态与这种“松散态”之间.这会导致颗粒床与容器底的接触时间处于“长—短—长—短...”交替出现的状态.但这种状态出现于  $\Gamma = 2.0$  处.在我们的实验中 2 倍周期分岔点  $\Gamma_2$  之前没有发现任何分岔现象.这说明,产生这种效应的机理与产生压力倍周期分岔的不同.细致原因有待进一步研究.在规则排列的聚集态内,颗粒虽然不存在宏观的相对运动,但颗粒是否在其位置上做微小晃动或者颗粒间距是否有变化有待借助仪器进行研究.另外,每个壳层对容器

底的作用强度是否相同也有待进一步研究. 这里必须指出的是, 产生倍周期运动的前提是存在聚集态, 但颗粒不必是规则排列的. 例如, 使用形状不规则、尺寸分布较宽(0.28—0.45mm)的不锈钢颗粒, 没有规则排列同样能出现倍周期运动. 实验中, 出现规则排列的原因是使用了尺寸分布非常窄的球形颗粒. 另外, 容器底的材质对聚集态的形成及倍周期分岔点没有显著影响, 实验中曾采用过铝合金、紫铜、不锈钢和玻璃等. 还需指出的是, 采用较细的容器只是为了保证颗粒床中不出现对流卷和拱起现象, 这样较容易观察到高阶的倍周期分岔现象. 对于横向尺寸较大的容器, 2 倍周期分岔和 4 倍周期分岔很容易观察到<sup>[8, 11, 28]</sup>, 但稳定的高阶分岔点不易看到.

## 4. 结 论

实验表明, 振动颗粒床中颗粒的运动模式与颗粒床的厚度及  $\Gamma$  有很强的依赖关系. 厚度较薄 ( $N < N_{c1}$ ) 时, 随着  $\Gamma$  的增加, 颗粒先经历聚集态, 然后进入流化态. 厚度较大 ( $N \geq N_{c2}$ ) 时, 颗粒床下部始终是聚集态, 而且颗粒床的运动经历一系列倍周期分岔, 分岔过程受  $\Gamma$  的控制. 在过渡区 ( $N_{c1} \leq N \leq N_{c2}$ ) 内, 可以是聚集态, 也可以出现对流卷, 视颗粒的尺寸而定. 由于使用了尺寸分布非常窄的球形颗粒, 在颗粒床中可以形成有序排列, 即同心的圆筒形“壳”结构. 每个壳层上的颗粒是六角密排列的.

- [ 1 ] Melo F, Umbanhowar P B, Swinney H L 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 3838
- [ 2 ] Aranson I S, Blair D, Kwok W K *et al* 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 731
- [ 3 ] Umbanhowar P B, Swinney H L 1996 *Nature (London)* **382** 793
- [ 4 ] Mujica N, Melo F 2000 *Phys. Rev. E* **63** 11303
- [ 5 ] Moon S J, Shattuck M D, Bizon C *et al* 2001 *Phys. Rev. E* **65** 11301
- [ 6 ] Laroche C, Douady S, Fauve S 1989 *J. Phys. (Paris)* **51** 699
- [ 7 ] Aoki K M, Akiyama T, Maki Y, Watanabe T 1996 *Phys. Rev. E* **54** 874
- [ 8 ] Aoki K M, Akiyama T, Yamamoto K, Yoshikawa T 1997 *Europhys. Lett.* **40** 159
- [ 9 ] Garcimartín A, Maza D, Ilquimiche J L, Zuriguel I 2002 *Phys. Rev. E* **65** 031303
- [ 10 ] Knight J B, Ehrlich E E, Kuperman V Y *et al* 1996 *Phys. Rev. E* **54** 5726
- [ 11 ] Douady S, Fauve S, Laroche C 1989 *Europhys. Lett.* **8** 621
- [ 12 ] Hsiau S S, Pan S J 1998 *Powder Technol.* **96** 219
- [ 13 ] Hsiau S S, Wu M H, Chen C K 1998 *Powder Tech.* **99** 185
- [ 14 ] Sano O 2005 *Phys. Rev. E* **72** 051302
- [ 15 ] Yan X, Shi Q, Hou M, Lu K, Chan C K 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 014302
- [ 16 ] Jiang Z H, Lu K Q, Hou M Y, Chen X J 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2244 (in Chinese) [姜泽辉、陆坤权、厚美英、陈相君 2003 物理学报 **52** 2244]
- [ 17 ] Kudrolli A 2006 *Rep. Prog. Phys.* **67** 209
- [ 18 ] Kong X Z, Hou M B, Wu Q S, Wu Y H 2005 *Phys. Lett. A* **341** 278
- [ 19 ] McNmara S, Young V R 1994 *Phys. Rev. E* **50** 28
- [ 20 ] Goldhirsh I, Zanetti G 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1619
- [ 21 ] Du Y, Li H, Kadanoff L P 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 1268
- [ 22 ] Nie X, Ben-Naim E, Chen S Y 2000 *Europhys. Lett.* **51** 679
- [ 23 ] Luding S, Clement E, Blumen A, Rajchenbach J, Duran J 1994 *Phys. Rev. E* **49** 1634
- [ 24 ] Luding S, Clement E, Blumen A, Rajchenbach J, Duran J 1994 *Phys. Rev. E* **50** 4113
- [ 25 ] Falcon E, Fauve S, Laroche C 1999 *Eur. Phys. J. B* **9** 183
- [ 26 ] Alexeev A, Goldshtein A, Shapiro M 2002 *Powder Technol.* **123** 83
- [ 27 ] Thoms B, Mason M O, Liu Y A, Squires A M 1989 *Powder Technol.* **57** 267
- [ 28 ] Wassgren C R, Brennen C E, Hunt M L 1996 *J. Appl. Mech.* **63** 712
- [ 29 ] Evesque P, Rajchenbach J 1988 *Phys. Rev. Lett.* **62** 44
- [ 30 ] Pak H K, Doorn E, Van and Behringer R P 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 4643
- [ 31 ] Jiang Z H, Li B, Zhao H F, Wang Y Y, Dai Z B 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1273 (in Chinese) [姜泽辉、李斌、赵海发、王运鹰、戴智斌 2005 物理学报 **54** 1273]
- [ 32 ] Jiang Z H, Liu X Y, Peng Y J, Li J W 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5692 (in Chinese) [姜泽辉、刘新影、彭亚晶、李建伟 2005 物理学报 **54** 5692]
- [ 33 ] Jiang Z H, Wang Y Y, Wu J 2005 *Europhys. Lett.* **74** 417
- [ 34 ] Jiang Z H, Tie G Q, Lu K Q *Acta Phys. Sin.* (in Chinese) [姜泽辉、铁广强、陆坤权 物理学报 (已接收)]
- [ 35 ] Roche F A 1970 *Powder Technol.* **4** 180

# Motion modes of granular particles in a vibrating narrow tube<sup>\*</sup>

Jiang Ze-Hui<sup>†</sup> Wang Yun-Ying Wu Jing

( *Physics Department , Harbin Institute of Technology , Harbin 150001 , China* )

( Received 29 November 2005 ; revised manuscript received 27 February 2006 )

## Abstract

Experiments are performed to investigate the motion modes of granular particles contained in a vibrating narrow tube. It is found that the motion modes strongly depend on the bed thickness and vibration acceleration. Experiments show that in a container with small lateral size, convection rolls and arching of the particles can be confined. For the bed with sufficient thickness, a condensed state of particles always exists in the lower part of the bed, even when strong vibration is applied. Once a condensed state is formed, subharmonic bifurcations of the impact of granular particles at the container bottom can be observed. Experiments reveal that the bifurcation points are independent on the bed thickness. For shallow beds, the particles may be in condensed states or in convections, depending on the particle size. For spherical particles with a narrow size distribution, an ordered packing of the particles is observed. The packing consists of a concentric array of cylindrical "shells" of particles. In the "shell", the particles are arrayed hexagonally.

**Keywords** : granular materials , period-doubling bifurcations , condensed state of granular particles , packing of spheres

**PACC** : 4610 , 0547 , 0520D , 0570J

<sup>\*</sup> Project supported by the Interdisciplinary Fund of Harbin Institute of Technology ( Grant No. HIT.MD2002.32 ).

<sup>†</sup> E-mail : zehuijiang@yahoo.com