

# 储备池状态空间重构与混沌时间序列预测<sup>\*</sup>

韩 敏<sup>†</sup> 史志伟 郭 伟

(大连理工大学电子与信息工程学院 大连 116023)

(2005 年 10 月 4 日收到, 2005 年 12 月 10 日收到修改稿)

分析了现有的基于回声状态网络(ESN)的迭代预测方法,指出了该方法在理论上存在的问题以及应用中存在的障碍.提出了一种基于储备池的直接预测方法,该方法利用预测原点和预测时域之间的关系直接构建预测器,因此可以预先对预测器的稳定性施加约束,从而避免了在迭代预测方法中由于网络回路闭合而产生的稳定性问题.在仿真中,首先以 Lorenz 时间序列为例分析了迭代预测方法在闭合回路前后储备池的变化情况,然后通过 Mackey-Glass 标杆问题的测试验证了直接预测方法的可行性.

关键词:回声状态网络,递归神经网络,混沌时间序列预测

PACC: 0545

## 1. 引 言

混沌系统的预测,无论在科学研究领域还是工程应用领域都是极具挑战并且棘手的问题<sup>[1-5]</sup>.一方面,对于动力学特性未知的非线性系统,由于其非线性解析形式较难获取,目前已经成熟的线性系统方法较难直接应用;另一方面,由于混沌系统本身是一种特殊的非线性系统,正的李雅普诺夫指数使其具有初始状态敏感性,即初始状态的微小差异都会使其在短时间内以指数速度偏离原来的轨道.此外,实际观测的时间序列往往包含噪声等其他不确定性因素,因此处理起来难度更大.

现有的混沌时间序列的预测方法中,有的直接构建当前时刻的相空间信息和未来时间序列的关系,然后通过当前时刻的输入信息直接预测未来的时间序列演化,这种方法被称为直接预测(direct prediction)方法<sup>[4,6]</sup>.而利用精确的单步预测器构建能够实现迭代预测的神经网络也是一种选择,这种方法称为迭代预测(iterative prediction)<sup>[4,7]</sup>.无论是直接方法还是迭代方法,都要求预测器能够有效地处理非线性.神经网络、核方法和模糊逻辑等是处理非线性的有效工具.在神经网络和机器学习领域内,国内外学者近年来提出各种混沌时间序列的预测方

法,比如多层感知机(MLP)、径向基函数(RBF)<sup>[8]</sup>、支持向量机(SVM)<sup>[9-12]</sup>和递归最小二乘支持向量机(RLS-SVM)<sup>[13]</sup>、自组织特征映射(SOM)、高斯过程(GP)、模糊神经网络(FNN)<sup>[14,15]</sup>、模糊模型<sup>[16]</sup>、扩展卡尔曼滤波(EKF)<sup>[17]</sup>、Volterra 滤波器<sup>[18]</sup>等等.另外,具有反馈功能的递归神经网络(RNN)也逐步被应用到混沌时间序列的预测过程中,如非线性自回归模型(NAR)、Elman 网络、递归预测器<sup>[19]</sup>(RPNN),还有最近提出的回声状态网络(ESN)方法<sup>[20]</sup>.ESN 在经典的 Mackey-Glass 84 步标杆预测问题中所得到的归一化均方根误差(NRMSE)达到了  $10^{-4.2}$ ,而目前常规神经网络的预测精度仅为  $10^{-1.2}$ — $10^{-1.7}$ ,ESN 在预测精度上实现了质的飞跃.此外在其他常见的混沌时间序列(如 Lorenz 和 Santa Fe 激光时间序列等)的预测问题中,ESN 的预测精度也全面超越了传统的方法.然而,目前 ESN 在混沌预测方面的研究仅限于不含噪声或高信噪比的时间序列,对于一些实际观测得到的时间序列处理起来仍较为困难.本文分析了基于储备池的迭代预测方法<sup>[20]</sup>的运行机理,指出该方法中网络回路的闭合是导致预测器稳定性和误差积累问题的原因.针对此方法存在的问题,通过分析混沌时间序列的表示和状态重构方法,提出了基于储备池的混沌时间序列直接预测方法.该方法的特点在于预测器直接反映预测原点和预测时域

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 60674073, 60374064)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: minhan@dlut.edu.cn

之间的关系,不必闭合网络回路和迭代就可以进行多步预测.预测器的稳定性可以预先保证,因而不再依赖网络的训练结果.此外,所提出的直接预测方法不存在由于迭代而引起的误差积累问题.

本文分析了非线性时间序列的表示和状态空间重构,回顾和分析了基于储备池的迭代预测方法,提出基于储备池的直接预测方法;给出仿真示例和分析.

## 2. 非线性时间序列的表示和状态空间重构

非线性动力系统的状态演化可以由以下非线性微分方程来表示:

$$\dot{x}(t) = A(x(t)), \quad (1)$$

或者由非线性差分方程表示:

$$x(k+1) = G(x(k)), \quad (2)$$

其中  $x$  是系统的状态向量,  $A(\cdot)$  或者  $G(\cdot)$  是非线性矢量函数.为使计算机处理方便,通过对连续时间系统数字采样得到离散的时间序列.假设时间序列  $\{y_d(k), k=0, 1, 2, \dots\}$  是某系统的观测输出

$$y_d(k) = h(x(k)) + n(k), \quad (3)$$

其中  $h(\cdot)$  通常为标量值函数,  $n(k)$  是系统加性噪声.根据 Takens 定理<sup>[21]</sup>,只要找到一个合适的嵌入维,即如果延迟坐标的维数  $D \geq 2d_A + 1$  ( $d_A$  是动力系统的关联维数),可以由观测输出  $y_d$  得到一个新的多变量动态系统(假设噪声  $n(k)=0$ ),重构的  $D$  维状态向量为

$$d(k) = [y_d(k), y_d(k-\tau), \dots, y_d(k-(D-1)\tau)]^T, \quad (4)$$

其中上标 T 代表转置,  $\tau$  为正整数,称为延迟时间.条件  $D \geq 2d_A + 1$  是实现状态重构的一个充分但不必要条件.找到合适的维数  $D$  的过程称为嵌入,获得延迟坐标重构的最小整数  $D$  被称为最小嵌入维.

对某一混沌时间序列进行预测时,给定的预测原点为  $k$ ,预测时域为  $h$ ,即给定  $y_d(k)$  的值和若干  $k$  时刻之前的时间点,要求预测  $y_d(k+h)$  的值.如果在  $k$  时刻预测  $y_d(k+h)$ ,需先建立预测原点  $k$  和预测时域  $k+h$  之间的定量关系.

由 Takens 定理<sup>[21]</sup>可知,存在一个映射  $F$  满足

$$d(k+1) = F(d(k)). \quad (5)$$

假设  $y_d(k)$  通过量测函数  $g(\cdot)$  观测延迟向量  $d(k)$ :

$$y_d(k) = g(d(k)), \quad (6)$$

有以下等式成立:

$$d(k) = d(k),$$

$$d(k+1) = F(d(k)),$$

$$d(k+2) = F(d(k+1)),$$

...

$$d(k+h) = F(d(k+h-1)),$$

$$y_d(k+h) = g(d(k+h)). \quad (7)$$

令  $F_0(\cdot) \equiv 0$ ,将(7)式表示成如下的状态空间表达式的形式:

$$\begin{bmatrix} d(k) \\ d(k+1) \\ d(k+2) \\ \vdots \\ d(k+h) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0(d(k-1)) \\ F(d(k)) \\ F(d(k+1)) \\ \vdots \\ F(d(k+h-1)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \cdot d(k),$$

$$y_d(k+h) = [0 \ 0 \ \dots \ 1] \cdot \begin{bmatrix} d(k) \\ d(k+1) \\ \vdots \\ g(d(k+h)) \end{bmatrix}. \quad (8)$$

在  $k$  时刻状态空间表达式(8)的输入信号为  $d(k)$ ,状态变量为  $[d(k)^T, d(k+1)^T, d(k+2)^T, \dots, d(k+h)^T]^T$ ,输出信号为  $y_d(k+h)$ .这样预测原点和预测时域之间时间上的关系通过(8)式转化为“空间”上的关系,为下面使用储备池方法直接预测混沌时间序列奠定了基础.

## 3. 基于储备池的混沌时间序列预测方法

回声状态网络的基本方程可以写作

$$x(k+1) = \text{tansig}(W_x \cdot x(k) + W_{in} \cdot u(k)),$$

$$y(k) = w^T x(k), \quad (9)$$

其中  $x(k)$ ,  $u(k)$  和  $y(k)$  分别代表  $k$  时刻 ESN 的状态变量、输入变量和输出变量,  $W_x$  和  $W_{in}$  分别为储备池内部的连接矩阵和外部输入与储备池神经元的连接矩阵,  $w$  为储备池和网络输出的连接权值.  $\text{tansig}$  为双曲正切 Sigmoid 函数.通常状态变量  $x$  的维数较高(一般取 100—1000 之间),权矩阵  $W_x$  通常保持 1%—5% 的稀疏连接,  $W_x$  和  $W_{in}$  一经初始化后保持不变.  $W_x$  的谱半径(矩阵所有特征值模的最大值,下文表示为  $\rho(W_x)$ )一般保持小于 1.称这个高维的状态空间为“储备池”.回声状态网络的训练目的是要确定输出权值  $w$ .使用回声状态网络进行动态系统辨识时,要经过两个基本步骤:首先要初始化

储备池,然后由给定的教师信号确定输出权值.由于储备池中的状态变量与目标输出是线性关系,因此回声状态网络的训练过程比较简单,而且解的过程不会出现传统神经网络常有的多个局部最小、收敛速度慢的缺点.回声状态网络的输出权值确定可以通过最小化以下的指标函数来实现:

$$\min_{\hat{w}} \| X\hat{w} - y_d \|, \quad (10)$$

其中  $X = [x(\text{Init}), x(\text{Init} + 1), \dots, x(\text{Tm})]^T$ ,  $\hat{w}$  是对  $w$  的估计,  $y_d = [y_d(\text{Init}), y_d(\text{Init} + 1), \dots, y_d(\text{Tm})]^T$ .  $\text{Init}$  一般不从 1 开始,以去掉初始暂态的影响.  $\text{Tm}$  是训练样本最后一个时间点,所以有效的训练样本个数为  $T_n = \text{Tm} - \text{Init} + 1$ .

### 3.1. 迭代预测方法

Jaeger 首次利用回声状态网络实现了对混沌系统的预测<sup>[20]</sup>.采用的方法是首先建立起一个单步预测器,经过多次迭代操作,从而实现了针对不同预测时域的预测.在训练迭代预测器时,  $k$  时刻的系统输入为  $y_d(k)$ ,并且此时的网络目标输出为  $y_d(k+1)$ ,也就是说  $u(k) = y_d(k)$ ,并希望  $y(k+1) \rightarrow y_d(k+1)$ .当由(10)式表示的优化过程结束之后,可以认为  $y(k+1)$  充分逼近于  $y_d(k+1)$ .这时可将网络输出  $y(k+1)$  作为下一时刻网络的输入,即形成迭代预测过程.也就是说迭代预测过程实际上是将由(9)式表示的系统闭环运行,从而形成一个自治系统

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \text{tansig}(W_x \cdot x(k) + W_{in} \cdot y(k)), \\ y(k) &= w^T x(k). \end{aligned} \quad (11)$$

将(11)式整理可得到

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \text{tansig}(W_x + W_{in} \cdot w)x(k), \\ y(k) &= w^T x(k). \end{aligned} \quad (12)$$

迭代预测的思想是通过神经状态空间系统(12)模拟由(2)和(3)式表示的非线性系统,同时不要求(2)和(3)式中的  $G(\cdot)$  和  $h(\cdot)$  已知,而且不要求时间序列的内部状态已知.神经网络的逼近能力和回声状态网络的学习能力保证了学习和模拟的有效性.迭代方法的原理如图 1 所示.

### 3.2. 迭代预测方法存在的问题分析

迭代预测方法存在一些理论上问题和应用上的障碍.在理论上,预测器的稳定性是一个重要的问题,如果不能保证预测器的稳定性,就不能很好地进行预测.作为递归网络的一种类型,ESN 给出涉及稳

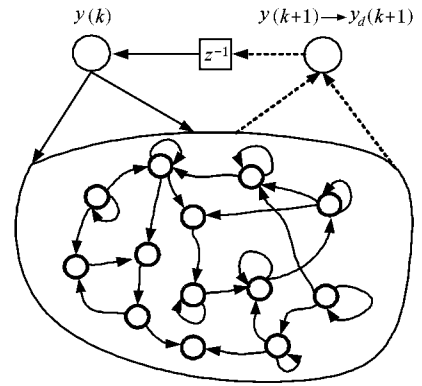


图 1 迭代预测方法原理图

定性问题的硬性要求:矩阵  $W_x$  的谱半径小于 1 ( $\rho(W_x) < 1$ ).这个条件可以很容易地从线性系统的状态空间表达式得到.(9)式的线性系统版本可以表示为

$$\begin{aligned} x(k+1) &= W_x \cdot x(k) + W_{in} \cdot u(k), \\ y(k) &= w^T x(k). \end{aligned} \quad (13)$$

系统(13)渐进稳定的充分必要条件是  $W_x$  的特征值在单位圆内.对任意  $k$  始终有下式成立:

$$\begin{aligned} &| \text{tansig}(W_x \cdot x(k) + W_{in} \cdot u(k)) | \\ &\leq | W_x \cdot x(k) + W_{in} \cdot u(k) |. \end{aligned} \quad (14)$$

当要求  $\rho(W_x) < 1$  时,系统(9)是渐进稳定的.另外  $W_x$  是在训练之前确定的,因此可以在设计阶段对由(9)式描述的系统施加稳定性约束.这种稳定性不会由于  $w$  的训练结果而改变.同时还应注意  $\rho(W_x) < 1$  仅仅是个充分条件,系统(9)稳定时,不一定满足  $\rho(W_x) < 1$ .

但是,当 ESN 被用来进行迭代预测时,系统运行方程变为(12)式,由于存在状态反馈( $u(k) = y(k) = w^T x(k)$ ),因而系统(12)的线性系统版本变成

$$\begin{aligned} x(k+1) &= (W_x + W_{in} \cdot w) \cdot x(k), \\ y(k) &= w^T x(k). \end{aligned} \quad (15)$$

因此,与迭代预测器稳定性紧密相关的矩阵变成了  $W_x + W_{in} \cdot w$ ,而不再是  $W_x$ .由于  $w$  是通过训练过程确定的,所以在 ESN 储备池的初始化过程中,不再能够先验地对预测器的稳定性施加硬性的约束,这一点就丧失了预测器在稳定性方面的保证.

在应用上,通常实际测量的时间序列都包含一定量的噪声.由于时间序列本身包含的噪声,一般来说,预测器的预测误差通常不会比时间序列本身包

含的噪声更小.然而,实测的高信噪比的时间序列是罕见的.对 Mackey-Glass 时间序列来说, $10^{-4.2}$  甚至比通常使用的仪器的最小刻度还要小很多.除此之外,测量过程还可能出现异常点(outlier),异常点的存在可能对回声状态网络的建模质量有很大影响,一个异常点就可能对预测模型的严重失配.最后,如果时间序列的参数发生漂移,测得的时间序列可能来自于某个慢时变系统,这时建模的难度就会更大.综上所述,各种不确定性都会影响回声状态网络成为一个精确的单步预测器.在迭代预测方法中,迭代操作会迅速积累每一步的预测误差,因此,由此形成的多步迭代预测器的可靠性就会大大地降低.

### 3.3. 直接预测方法

前面已经指出,使用迭代预测方法时,预测器的稳定性无法预先保证,而且,由于噪声等不确定因素的存在,使得训练得到的单步预测器无法达到足够的精度.在粗糙的单步预测器上迭代预测,由于每次迭代中误差的积累,导致预测结果较差.因而有必要寻找更符合实际的预测方法.对此,本文提出基于“储备池”机理的混沌序列的直接预测方法.

直接预测方法的基本思想是通过预测器直接建立预测原点和预测时域之间的关系,不必应用迭代而进行多步预测.由(8)式表示的系统给出了预测原点和预测时域之间的定量关系.设置 ESN 的输入为  $d(k)$ ,即令  $u(k) = d(k)$ ,使网络输入包含预测原点信息.同时设置 ESN 的期望输出为  $y_d(k+h)$ ,即利用网络输出  $y(k+1)$  来逼近  $y_d(k+h)$ .训练回声状态网络(9)使之逼近由(8)式描述的系统输入输出关系.在直接预测方法中,可以设置  $h$  为不同的值,以实现同时对不同时域的预测.直接预测的原理图如图 2 所示.

在直接预测方法中,预测器不再像迭代方法那样形成一个自治的系统(12),而是形成一个“输入-输出”驱动系统,该系统接收预测原点信息,并给出预测值.由于在直接预测方法中不再闭合网络回路,因而可以通过设置矩阵  $W_x$  来对预测器的稳定性施加约束.

具体实现直接预测方法的步骤如下:

1) 获得时间序列样本,进行混沌时间序列分析,初步确定延迟时间  $\tau$  和嵌入维数  $D$ ,进行延迟坐标重构,得到重构延迟坐标向量  $d(k)$ .

2) 确定训练样本长度  $T_m$ ,根据预测时域  $h$ ,确

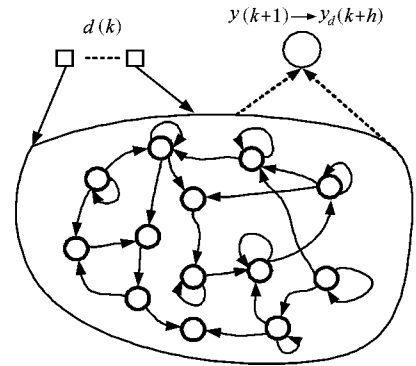


图 2 直接预测方法原理图

定输入输出样本对  $\{d(k), y_d(k+h), k=1, 2, 3, \dots, T_n\}$ . 初始化储备池,训练输出权值  $w$ .

3) 获取给定预测任务预测原点前一段足够长的时间点信息,按照延迟时间  $\tau$  和嵌入维数  $D$  进行延迟坐标重构,将重构得到的延迟坐标向量输入到回声状态网络,当网络运行经过预测原点时即可得到  $h$  步的预测结果.

其中步骤(2)中  $w$  的求取方法可以使用基本的线性回归方法.从工程上讲,对于包含噪声或异常点的时间序列可以尝试采用鲁棒回归技术,对于可能出现的数值稳定问题,可尝试采用岭回归或者其他改进的线性回归方法.步骤(3)中,在预测任务的预测原点之前需要一段足够长时间点信息,这与迭代预测使用了相同的方法.其作用是将预测原点的信息传递给预测器,从而使预测器对特定的问题进行合适的响应.与迭代方法不同之处在于直接方法没有将网络输出反馈到输入从而构成新的闭环系统.

由于不存在网络回路的闭合,因而也不存在由于闭合回路而产生稳定性问题和由于迭代而引起的误差积累问题.

## 4. 仿真分析

本文在 Lorenz 吸引子  $x$  方向时间序列预测的基础上,主要考察在迭代预测过程中,闭合网络回路前后储备池的变化情况.在迭代预测方法中,仿真和实现条件可见文献[20]和相关材料.对于直接预测方法,本文给出了 Mackey-Glass 时间序列的多步预测结果,其中分别进行了 28 步、56 步和 84 步预测.

### 4.1. 迭代预测的储备池变化情况

通过 3.1 节的分析可以知道,在迭代预测方法

当中, 反馈回路  $u(k) = w^T x(k)$  改变了回声状态网络的动态特性. 决定储备池动态特性的因素在于  $W_x + W_{in} \cdot w$ , 而不再是  $W_x$ . 为了说明这一点, 使用 Lorenz 系统作为例子. 仿真条件与文献[20]基本相同, Lorenz 方程为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= p(y - x), \\ \dot{y} &= -xz + rx - y, \\ \dot{z} &= xy - bz. \end{aligned} \quad (16)$$

其中参数  $p = 10$ ,  $r = 28$ ,  $b = 8/3$ . 采样时间为 0.02s, 使用  $x$  方向 2000 个时间点作为训练样本. 储备池大小为  $500 \times 500$ , 并保持 1/50 的连接. 为了考察闭合回路系统特性的变化情况, 首先给出了训练前后  $W_x$  和  $W_x + W_{in} \cdot w$  的特征值分布情况. 将  $W_x$  的谱半径控制在 0.93 左右, 实现迭代预测方法, 求出输出权值  $w$ , 然后在复平面内绘出开环特征值 ( $W_x$  的特征值) 和闭环特征值 ( $W_x + W_{in} \cdot w$  的特征值). 大量的仿真显示,  $W_x$  的特征值比较均匀地分布在单位圆内, 正是由于这些暂态特性各异特征值带来了储备池丰富的动态特性, 实现了  $y_d(k)$  向  $y_d(k+1)$  的动态映射. 与此同时, 大部分  $W_x + W_{in} \cdot w$  的特征值也均匀地分布于单位圆内, 然而部分闭环特征值的幅值比开环特征值稍大, 并且有个别特征根位于单位圆之外. 如图 3 所示 (a) 和 (b) 分别为 2 次随机试验结果, 图中横轴表示特征根的实部, 纵轴表示特征根的虚部, 其中“·”和“×”分别表示系统闭环特征根和开环特征根的位置. 由于网络回路的闭合, 训练得到的输出权值  $w$  影响了闭环特征根的分布, 系统的状态不再收敛于原点, 而是沿某个混沌轨道运行.

为更加充分地说明问题, 仿真中用另一组随机试验来分析闭合回路前后谱半径的变化情况. 共进行 52 次的随机试验. 设置  $W_x$  的谱半径都位于 0.92—0.93 之间 (其特征值分布如图 4(a) 所示). 当闭合网络回路进行迭代预测时, 试验结果显示,  $W_x + W_{in} \cdot w$  的谱半径基本上都位于 1.24 左右 (其特征值分布如图 4(b) 所示). 由这组仿真试验可以看出, 在迭代预测方法中, 闭合网络回路前后回声状态网络的动态特性发生了明显的变化, 反馈回路的加入显著地影响了储备池的特征. 在训练之前施加给储备池的稳定性约束不再对迭代预测器的特性起作用, 系统的运行特征取决于  $w$  的训练结果. 系统的稳定性变得更加复杂, 而且不再变得“可控”.  $\rho(W_x$

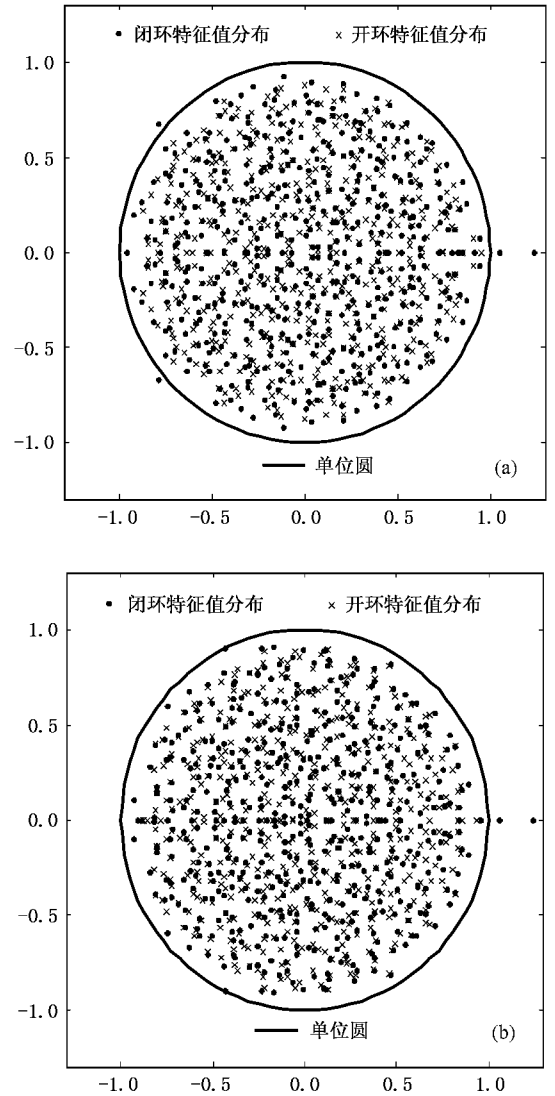


图 3 开环和闭环情况下特征值的分布情况 (a) (b) 分别为两次随机试验)

$+ W_{in} \cdot w) \approx 1.24$  似乎没有任何先兆和暗示. 对于含噪声的时间序列来说, 获得粗糙的一步预测器是正常的. 通过粗糙一步预测器迭代而形成“不可控”的闭环系统时, 预测器有很大可能形成不了合适的吸引子轨迹, 这是当前 ESN 不能较好地应用于实际问题的症结.

#### 4.2. Mackey-Glass 时间序列的多步直接预测方法

Mackey-Glass 方程为

$$\frac{dx}{dt} = \beta x(t) + \frac{\alpha x(t - \delta)}{1 + x(t - \delta)^0}, \quad (17)$$

当  $\delta > 16.8$  时系统处于混沌状态. 取参数  $\beta = -0.1$ ,  $\alpha = 0.2$ ,  $\delta = 17$ , 产生时间序列  $\{y_d(k), k = 1,$

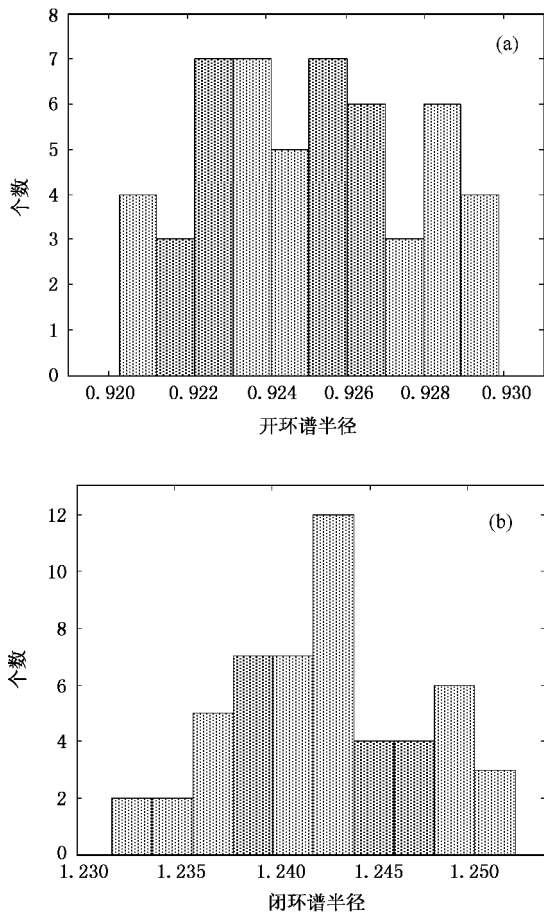


图 4 开环谱半径和闭环谱半径的分布情况(共随机生成 50 个谱半径位于 0.92—0.93 的储备池) (a)  $W_x$  谱半径位于 0.92—0.93 之间 (b)  $W_x + W_{in} \cdot w$  的谱半径分布情况

2, 3, ... 并且得到训练样本 2200 组和测试样本 700 组. 取  $D = 4, \tau = 6$ , 那么

$$d(k) = [y_d(k), y_d(k - \tau), y_d(k - 2\tau), y_d(k - 3\tau)]^T.$$

为了说明直接预测方法对不同预测时域的预测性能, 分别设定预测时域  $h = 28, 56$  和  $84$ . 储备池大小为  $700 \times 700$ , 并保持  $1/50$  连接.

评价网络预测性能的指标为测试样本上的 NRMS 误差,  $h$  步预测的预测误差记为  $NRMS_h$ .

初步的结果显示, 当谱半径位于 0.9—1.0 之间时, 预测结果较为理想. 为了进一步分析谱半径和预测性能之间的关系, 对每个预测时域 ( $h = 28, h = 56$  和  $h = 84$ ) 分别作随机试验 200 次, 而且谱半径控制在 0.65—1.25 之间. 结果表明, 随着谱半径的变大, 网络预测误差先变小后又快速上升, 预测性能变化的临界点在  $\rho(W_x)$  等于 1 左右, 如图 5(a)(b)(c) 所示 (分别为  $h = 28, h = 56$  和  $h = 84$  时的预测结

果).

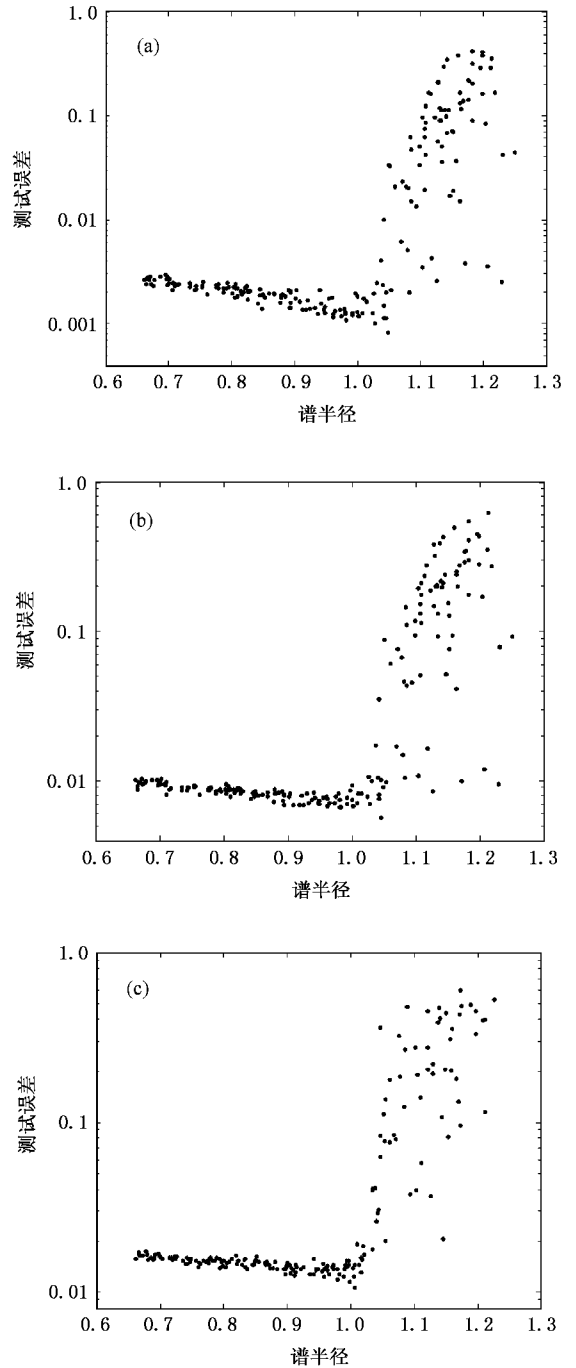


图 5 采用直接预测方法, 预测时域分别为 28, 56 和 84 时谱半径和测试误差之间的关系(对每个预测时域作随机试验 200 次, 谱半径位于 0.65—1.25 之间) (a) 预测步数  $h = 28$  (b) 预测步数  $h = 56$  (c) 预测步数  $h = 84$

从图 5 可以看出, 当  $\rho(W_x)$  从 0.65 到 1 的变化过程中, 预测误差的降幅比较明显, 84 步预测的误差降幅为 20% 左右. 当  $\rho(W_x)$  从 1 到 1.25 之间变化时, 预测误差出现了跳跃式的恶化. 当  $\rho(W_x)$  大于 1

时, 其值越大, 预测恶化越严重, 很明显这是由于系统的稳定性造成的. 图 5 中还可以看到  $\rho(W_x)$  小于 1 并不是系统稳定运行的必要条件, 在谱半径等于 1 或者稍大于 1 时, 部分预测结果仍然合理. 但是, 随着  $\rho(W_x)$  的进一步增大, 出现不稳定的情况也随之增多.

对 Mackey-Glass 时间序列来说, 使用直接预测方法仍然没有迭代方法的预测精度高. 但相对于传统的神经网络方法获得的结果来说, 精度有较大提升. 传统神经网络方法在 Mackey-Glass 标杆问题的测试中的  $\text{NRMSE}_{84}$  一般介于  $10^{-1.2}$ — $10^{-1.7}$ . 在上面 84 步预测的随机试验中, 获得最好的结果为  $\text{NRMSE}_{84} = 1.04 \times 10^{-2}$  ( $\approx 10^{-2.0}$ ). 如果  $\rho(W_x)$  位于 0.9—1.0 之间时, 多次平均的  $\text{NRMSE}_{84}$  位于  $10^{-1.8}$ — $10^{-1.9}$  之间. 另外, 对于 28 步和 56 步预测结果, 200 组随机试验中最好的结果分别为  $\text{NRMSE}_{28} = 8.15 \times 10^{-4}$  和  $\text{NRMSE}_{56} = 5.68 \times 10^{-3}$ . 另外, 当储备池进一步增大时 (比如  $1000 \times 1000$  时), 预测精度可以进一步提升, 但是计算代价将会随之升高.

直接预测方法和迭代预测方法并不是截然对立的方法. 从上面的仿真结果可以看出, 直接预测方法和迭代预测方法存在内在联系. 迭代预测是一种特殊的直接预测方法. 特殊之处在于, 迭代预测方法仅

仅得到一个一步预测器, 然后通过在这个一步预测器上进行了多次操作而形成了多个时域的预测. 而且, 迭代的多步预测器的精度依赖于其单步预测器的精度. 直接预测方法不仅能够直接进行一步预测, 而且能够直接进行多步预测. 从上面给出的 84 步、56 步和 28 步预测结果可以看出, 随着预测步数的减小, 预测精度逐渐提升, 可以想象, 当预测步数为 1 时, 就可以得到一个精度足够高的单步预测器.

## 5. 结 论

本文结合混沌时间序列的状态重构方法和储备池机理, 提出了一种混沌时间序列的直接预测方法. 该方法使用递归神经网络直接构建预测原点和预测时域之间的定量关系, 避免了迭代预测方法中由预测器的稳定性可能产生的预测失败问题. 在训练之前就可以保证直接预测器的稳定性, 因而不依赖网络的训练结果. 此外, 由于直接预测方法中没有迭代操作过程, 因此不存在误差积累问题. 直接预测方法在 Mackey-Glass 标杆问题的测试中获得了较高的预测精度. 总之, 基于储备池的直接预测方法有望为混沌时间序列预测提供一种切实可行的途径.

- [1] Casdagli M 1989 *Physica D* **35** 335
- [2] Principe J C, Rathie A, Kuo J M 1992 *Int. J. Bifurcation and Chaos* **2** 989
- [3] Zhang J S, Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1221 (in Chinese) [张家树、肖先赐 2000 物理学报 **49** 1221]
- [4] Haykin S, Principe J 1998 *IEEE Signal Process. Mag.* **15** 66
- [5] Gan J C, Xiao X C 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2995 (in Chinese) [甘建超、肖先赐 2003 物理学报 **52** 2995]
- [6] Atiya A F, El-Shoura S M, Shaheen S I et al 1999 *IEEE Trans. Neural Networks* **10** 402
- [7] Girard A, Rasmussen C, Candela J et al 2003 *Advances in Neural Information Processing Systems* **15** 529
- [8] Li J, Liu J H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4569 (in Chinese) [李军、刘君华 2005 物理学报 **54** 4569]
- [9] Cui W Z, Zhu C C, Bao W X et al 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3303 (in Chinese) [崔万照、朱长纯、保文星等 2004 物理学报 **53** 3303]
- [10] Cui W Z, Zhu C C, Bao W X et al 2005 *Chin. Phys.* **14** 922
- [11] Ye M Y, Wang X D, Zhang H R 2005 *Acta. Phys. Sin.* **54** 2568 (in Chinese) [叶美盈、汪晓东、张浩然 2005 物理学报 **54** 2568]
- [12] Ye M Y, Wang X D 2004 *Chin. Phys.* **13** 454
- [13] Sun J C, Zhang T Y, Liu F 2004 *Chin. Phys.* **13** 2045
- [14] Tan W, Wang Y N, Zhou S W et al 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 795 (in Chinese) [谭文、王耀南、周少武等 2003 物理学报 **52** 795]
- [15] Hu Y X, Gao J F 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5034 (in Chinese) [胡玉霞、高金峰 2005 物理学报 **54** 5034]
- [16] Wang H W, Ma G F 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3293 (in Chinese) [王宏伟、马广富 2004 物理学报 **53** 3293]
- [17] Jinno K, Xu S G, Berndtsson R et al 1995 *Journal of Geophysical Research Space Physics* **100** 14773
- [18] Li H C, Zhang J S, Xiao X C 2005 *Chin. Phys.* **14** 2181
- [19] Han M, Xi J H, Xu S G et al 2004 *IEEE Trans. Signal Process.* **52** 3409
- [20] Jaeger H, Haas H 2004 *Science* **304** 78
- [21] Takens F 1981 *Dynamical Systems and Turbulence* **898** 366

# Reservoir neural state reconstruction and chaotic time series prediction<sup>\*</sup>

Han Min<sup>†</sup> Shi Zhi-Wei Guo Wei

(*School of Electronic and Information Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China*)

(Received 4 October 2005; revised manuscript received 10 December 2005)

## Abstract

ESN (Echo state network) is a new type of recurrent neural network, which is based on the "reservoir". ESN has been proved to be significantly efficient to deal with some chaotic time series prediction tasks. This paper makes an analysis of the current iterative prediction method based on "reservoir", and points out some problems in theory and the obstacles in application. And then, a direct prediction method is proposed, which relates the prediction origin and prediction horizon directly. The direct method does not close the loop in the process of prediction, so there are no such problems as instability and error accumulation. The simulation results show how the reservoir property changes when the loop is closed in the iterative prediction, and then demonstrate the feasibility of the direct prediction method in application to the Mackey-Glass benchmark prediction problem.

**Keywords** : echo state network, recurrent neural network, chaotic time series prediction

**PACC** : 0545

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60674073, 60374064).

<sup>†</sup> E-mail : minhan@dlut.edu.cn