第 56 卷 第 1 期 2007 年 1 月
1000-3290/2007/56(01)/0051-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.56,No.1,January,2007

基于混沌蚂蚁群算法的 Lorenz 混沌系统的参数估计*

李丽香[1)2)†]　彭海朋[1)3)]　杨义先[1)2)]　王向东[3)]

1)(北京邮电大学信息工程学院信息安全中心，145#，北京 100876)

2)(北京邮电大学国家网络和数据交换重点实验室，145#，北京 100876)

3)(沈阳工业大学信息科学与工程学院，沈阳 110023)

(2006 年 3 月 29 日收到；2006 年 5 月 24 日收到修改稿)

通过构造一个适当的适应度函数，首先将混沌系统的参数估计问题转化为参数的寻优问题，之后利用混沌蚂蚁群算法的全局优化搜索能力对这个问题进行求解. 以典型的 Lorenz 混沌系统为例进行了数值模拟. 实验数值仿真结果表明，使用该方法可以对混沌系统的未知参数进行有效地估计.

关键词：参数估计，Lorenz 混沌系统，混沌蚂蚁群算法，数值优化

PACC：0545

1. 引　言

混沌控制和同步自从 1990 年提出以来，相应的理论和方法已经得到充分研究[1—7]. 然而现有的多数控制和同步方法均是在系统参数已知的情况下给出的，在参数未知的情况下这些方法大多不再适用. 由于混沌系统的复杂性，它的某些参数常常难以测量或确定，或者出于某种特殊原因，系统的某些参数不可知(例如保密通信的需要). 这时，要实现对混沌系统的控制或同步，首先就必须估计出混沌系统的未知参数. 实际上，参数估计是混沌控制与同步中首先必须解决的课题，具有更重要的现实意义.

动力系统辨识问题是动力学研究的逆问题，它利用系统在试验和运行中测得的输入输出数据，采用系统辨识技术，建立反映系统本质特性的数学模型，并辨识出模型中的待定参数，一般情况下，系统的动力学方程是已知的，需要辨识的只是动力学方程中的某些待定参数，诸如系统的模态参数或刚度阻尼等结构物理参数，这属于典型的"灰箱问题".

基于自适应同步方法，文献[8]在同步过程中实现了对驱动系统的参数估计，但研究发现这个方法是错的，我们对此给出了一个评论[9]. 通过参数自适应方法，文献[10]对目标系统的参数进行了估计，并达到了广义同步的目的. 文献[11]提出了未知参数辨识观测器的概念，并对 Lorenz 系统的参数进行了有效地辨识. 基于遗传算法，文献[12]对混沌系统进行参数估计，并以典型的 Lorenz 系统为例进行了研究.

基于混沌蚂蚁群算法具有全局优化搜索的能力，本文提出了采用混沌蚂蚁群算法对混沌系统进行参数估计，并以典型的 Lorenz 混沌系统为例进行了计算机模拟，数值结果表明，在单参数和多参数情况下，在无噪声和存在加性测量噪声的情况下，这种方法都能得到较好的参数估计结果. 同时给出了混沌蚂蚁群算法与蚁群算法的比较分析.

2. 混沌蚂蚁群算法

蚂蚁是我们熟悉的社会昆虫，自然界中蚂蚁种群表现出强大的自组织能力和通讯能力，使人类惊叹不已，这也是蚁群延绵上亿年仍然存在的原因之一. 通常在人们眼里蚂蚁是非常勤快的，受蚂蚁种群行为启发产生的优化算法，大多都是基于随机搜索机理的概率理论发展而来的. 但是近年来生物学家却发现单个蚂蚁的行为是混沌的[13]，用 Herbers 的话说，"显然，蚂蚁在一生中有三分之二的时间什么也不做"[14]. 从动力学的角度来说，单个蚂蚁的混沌行为和种群强大的自组织能力之间必然存在着某种内在的关系. 单个蚂蚁的混沌行为和整个蚂蚁种群

* 教育部科学技术研究重点项目(批准号：205033)，国家重点基础研究发展规划(973)项目(批准号：TG1999035804)，国家自然科学基金(批准号：90204017，60372094，60673098)和北京市自然科学基金(批准号：4062025)资助的课题.

† E-mail：li_lixiang2003@163.com

的智能组织行为是对周围生存环境的适应性的一种自然选择,这些行为有利于找到食物和蚂蚁的生存.文献[13]中提出了一个一维的混沌映射来描述单个蚂蚁的混沌动力学行为.受自然界蚂蚁行为的启发,在文献[15,16]中我们将蚂蚁混沌动力学、群组织和优化机理进行巧妙的结合,给出了一个基于群智能理论的新的优化方法,即混沌蚂蚁群算法,其具体的数学模型的定义如下:

$$
\begin{aligned}
\mu_i(n) &= \mu_i(n-1)^{(1+r_i)},\\
\theta_{id}(n) &= \left(\theta_{id}(n-1)+\frac{7.5}{\psi_{id}}\times V_i\right)\\
&\quad\times\exp\Big((1-\exp(-\alpha\mu_i(n)))\\
&\quad\times\left(3-\psi_{id}\left(\theta_{id}(n-1)+\frac{7.5}{\psi_{id}}\times V_i\right)\right)\Big)\\
&\quad-\frac{7.5}{\psi_{id}}\times V_i+\exp(-2\alpha\mu_i(n)\\
&\quad+\delta)(p_{id}(n-1)-\theta_{id}(n-1)),
\end{aligned}\tag{1}
$$

其中,μ_i 表示蚁群系统的组织变量且 $\mu_i(0)=0.999$,r_i 表示组织因子,θ_{id} 表示第 i 个蚂蚁的 d 维状态,$d=1,2,\cdots,L$,L 表示优化空间的维数,$i=1,2,\cdots,N$,N 表示蚂蚁数,$p_{id}(n-1)$ 表示第 i 个蚂蚁和它的邻居在 $n-1$ 步内找到的最好位置.ψ_d 是常数,用来调整 θ_{id} 的搜索范围,V_i 决定了蚂蚁混沌动力学行为方程的吸引子在相空间移动的比例大小,一般可以令 $V_i=1/2$,δ 为常数且 $0\leqslant\delta\leqslant 2/3$,$a$ 是一个很大的正常数,比如取 $a=200$.

首先给出蚂蚁间距离的数学定义,设两个蚂蚁 i 和 j 的位置分别为 $(\theta_{i1},\cdots,\theta_{iL})$ 和 $(\theta_{j1},\cdots,\theta_{jL})$,则蚂蚁 i 和 j 间的距离为

$$
\sqrt[2]{(\theta_{i1}-\theta_{j1})^2+\cdots+(\theta_{iL}-\theta_{jL})^2},
$$

其中 $i\neq j$,$i,j=1,\cdots,N$.

令在空间中距离蚂蚁 i 最近的 M 个蚂蚁作为蚂蚁 i 的邻居,其中 $M<N$.由于最优信息 P_{id} 是在蚂蚁和它的邻居中传递的,显然当蚂蚁数 N 为偶数时,如果 $M\geqslant N/2$ 时,算法会收敛到同一值,当蚂蚁数 N 为奇数时,如果 $M\geqslant(N-1)/2$ 时,算法会收敛到同一值;反之,算法可能会不收敛到同一值.

在(1)式中,r_i 和 ψ_d 是两个重要的参数,r_i 影响了系统的收敛速度,如果 r_i 很大,那么算法的收敛速度太快,系统不经混沌搜索过程直接收敛,此时很难找到系统的最优解或次最优解.如果 r_i 太小,那么将导致算法运行时间过长.如果 $r_i=0$,那么系统将一直处于混沌态而不会收敛到最优解或次最优解.通常我们选取 $0<r_i\leqslant 0.5$,比如 $r_i=0.1+0.1\mathrm{rand}$.$\psi_d>0$ 决定了系统的搜索范围,如果 ψ_d 很大,那么算法搜索范围会很小,如果 ψ_d 很小,那么算法搜索范围会很大,设搜索范围为 $\left[-\frac{\omega_d}{2},\frac{\omega_d}{2}\right]$,那么 ψ_d 和 ω_d 之间存在一个近似关系 $\omega_d\approx 7.5/\omega_d$.

3. Lorenz 混沌系统的参数估计

本文以典型的 Lorenz 混沌系统为例,说明利用混沌蚂蚁群算法对混沌系统的未知参数进行估计的过程.Lorenz 系统可由如下的状态方程表示:

$$
\begin{aligned}
\dot{x} &= \sigma(y-x),\\
\dot{y} &= rx-xz-y,\\
\dot{z} &= xy-bz,
\end{aligned}\tag{2}
$$

其中参数 $\sigma=10$,$r=28$,而参数 b 为未知的.

基于混沌蚂蚁群算法对参数 b 进行估计的具体过程如下:

首先,随机产生参数 b 初始种群中的所有个体 b_i^0,下标 $i=1,2\cdots,N$,共有 N 个蚂蚁,上标 0 表示初始状态.参数 b_i 的搜索范围由 ψ_i 确定.

随后,将 n 次迭代中的个体 b_i^n 代入下式:

$$
\begin{aligned}
e^n &= \sum_{t=0}^{T}\{(x(t)-x_i^n(t))^2+(y(t)-y_i^n(t))^2\\
&\quad+(z(t)-z_i^n(t))^2\},
\end{aligned}\tag{3}
$$

即可得到参数 $b=b_i^n$ 时所对应的状态变量 $(x_i^n(t),y_i^n(t),z_i^n(t))$,然后根据测得的系统状态变量 $(x(t),y(t),z(t))$,得到相应的状态误差.(3)式中 t 取为从 0 到 T 的一系列离散时间序列,我们称 e^n 为适应度函数.

因此我们将 Lorenz 混沌系统的参数估计问题转化为求 b_i^n 的优化值使(3)式最小化的问题.

关于系统状态变量 $(x(t),y(t),z(t))$,显然当 $b=8/3$ 时,(2)式所表示的 Lorenz 系统是混沌的.数值模拟中用四阶龙格-库塔算法求解常微分方程,步长为 h.先让 Lorenz 系统自由演化,在经历过暂态过程之后任意选取一点作为初值,并以此为 0 时刻,由此初值出发,再任其演化至 $T\mathrm{h}$ 时刻.这样,就得到了未知参数的 Lorenz 系统在离散时间序列 0h,1h,2h,$\cdots$,Th 上的标准状态变量值 $(x(t),y(t),z(t))$.

对于系统(2)，当系统中的 σ,r,b 参数全为未知参数时，我们的算法仍然可以进行参数估计.参数估计的具体过程和上面的类似.

4. 系统仿真实例

首先考虑参数 b 未知的情况，我们给出数值研究结果.在数值模拟中，选取蚂蚁总数为 $N=20$，邻居数为 $M=13$，$r_i=0.05+0.1\mathrm{rand}$，$a=200$，$\delta=2/3$，$\psi_d=7.5/8$，此时系统搜索范围近似为 $[-4,4]$，同时取 $T=40$，$h=0.01$.我们将混沌蚂蚁群优化算法运行了 50 次，每一次都可以得到参数 b 的估计结果为 2.6667，与真实值已经非常接近.图 1 至图 3 给出了某次试验算法运行一次的仿真结果图，其中图 1 为组织变量的仿真曲线图，图 2 为参数估计变量 b 的仿真曲线图，图 3 为状态误差变量 e 的仿真图.

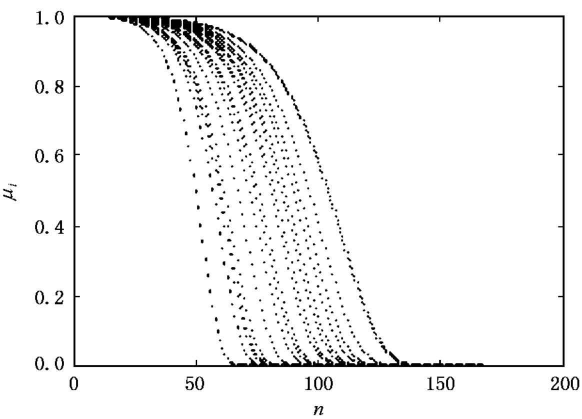

图 1　组织变量 μ_i 的仿真曲线图

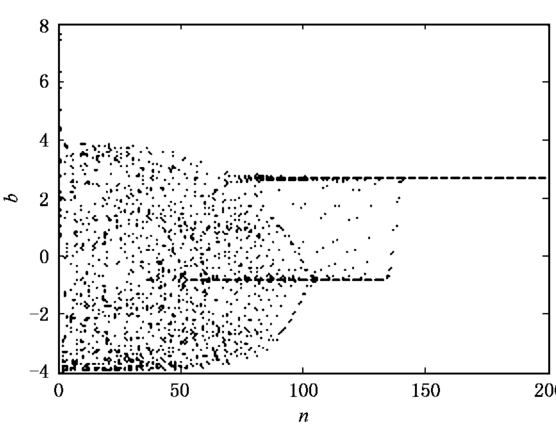

图 2　参数估计变量 b 的仿真曲线图

从图 1 到图 3 的仿真结果可以发现，混沌蚂蚁群算法实现了对 Lorenz 系统未知参数的估计.

通过和文献[12]的结果相比，本文的方法由于不需要采用编码过程，因此比采用遗传算法的辨识方法要简练，采用本文的方法得到的辨识结果也显然要优于基于遗传算法的辨识方法的结果.

下面给出当 Lorenz 混沌系统中的 σ,r,b 全部为未知参数时的数值仿真结果.在系统数值仿真中，为了数值仿真的需要，我们令系统(2)所表示的 Lorenz 系统的标准参数为 $\sigma_1=10$，$r=28$，$b=8/3$，计算机仿真步长为 0.01.

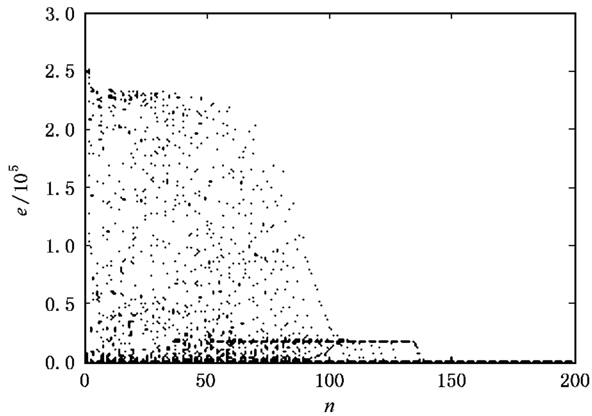

图 3　状态误差变量 e 的仿真曲线图

在计算机数值仿真模拟中，选取蚂蚁个体总数为 20，采用全局邻居形式，$M=N-1$，取 $y(0)=0.999$，$a=200$，$b=2/3$，$\psi_1=0.5$，$\psi_2=0.15$，$\psi_3=0.75$，$r_i=0.1+0.2\mathrm{rand}$，其中 rand 是 $[0,1]$ 之间的一个随机数，$V_i=0$，参数 σ 的搜索范围是 $[0,15]$，参数 r 的搜索范围是 $[0,50]$，参数 b 的搜索范围是 $[0,10]$，并且将(3)中的参数 T 设置为 30.此时，运行混沌蚁群算法对系统(2)中的三个未知参数进行参数

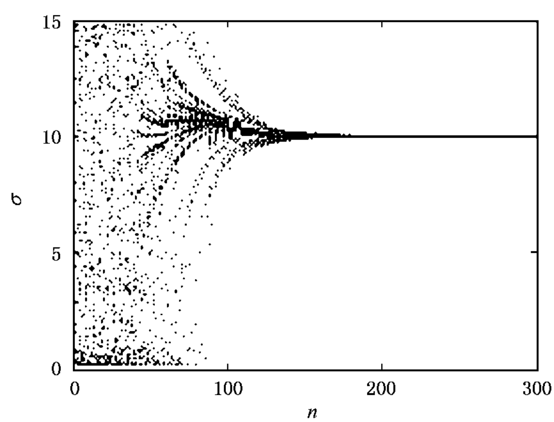

图 4　对 Lorenz 系统中参数 σ 的辨识结果曲线图

估计的结果如图4、图5和图6所示.

从图4、图5和图6中可以看出,利用混沌蚁群算法对Lorenz混沌系统进行参数辨识,可以非常有效的收敛到被辨识参数的真值.

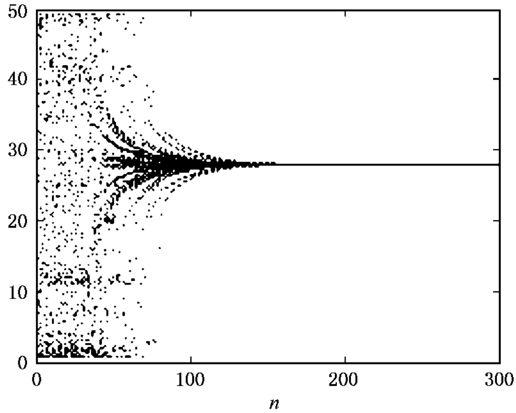

图5 对Lorenz系统中参数r的辨识结果曲线图

为了进一步检验算法的性能,考虑实际应用中噪声对结果的影响,将标准状态变量($x(t)$,$y(t)$,$z(t)$)叠加上[-0.1,0.1]的白噪声并设$\varepsilon=0.1$,表1给出了存在加性测量噪声的情况下,系统序列长度为$T=20$时,$r_i=0.025+0.1\mathrm{rand}$,其他条件和前面一样,利用混沌蚁群算法对该混沌系统进行参数辨识时的结果.

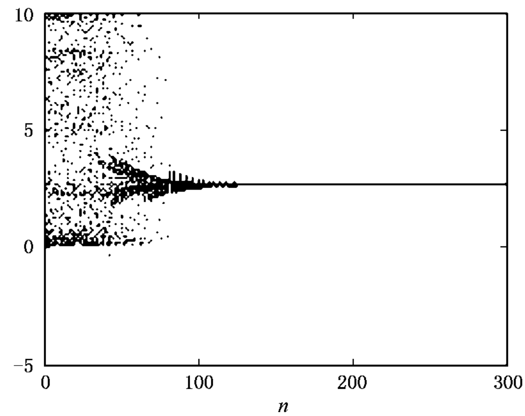

图6 对Lorenz系统中参数b的辨识结果曲线图

表1 存在测量噪声情况下10次的辨识结果

次数(第)		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
结果	σ	10.0014	10.0581	10.0045	10.0058	10.0038	9.9673	10.0012	9.9913	10.0095	9.9741
	r	27.9983	28.0295	27.9970	28.0115	28.0016	27.9838	28.0216	28.0042	27.9964	28.0126
	b	2.6819	2.6561	2.6712	2.6831	2.6665	2.6540	2.6792	2.6728	2.6630	2.6715

从表1中的仿真结果看出,在噪声存在的情况下算法仍然可以进行很好的辨识.

5.讨 论

蚂蚁算法和混沌蚂蚁群算法都是受自然界蚂蚁寻找最佳路径行为的启发而产生的优化算法,但是这两种算法是不同的,不管是算法思想还是算法模型上都是完全不同的.蚂蚁算法是在概率理论上发展而来的非确定性优化算法.混沌蚂蚁群算法是建立在混沌和自组织基础之上的确定性优化算法.蚂蚁算法适合处理离散空间的组合优化,而混沌蚂蚁群算法比较适合连续空间的函数优化.而这里的参数辨识问题属于连续空间的函数优化的范畴.虽然蚂蚁算法经过改进后可用于连续函数优化[17],但算法繁琐冗杂且效果不佳,主要体现在速度慢,精度低.这也说明一点,没有一个算法是万能的.

6.结 论

本文将混沌系统的参数估计问题转化为便于混沌蚂蚁群算法处理的寻优问题,充分发挥了混沌蚂蚁群算法的全局优化搜索能力.以典型的Lorenz混沌系统为例进行了数值模拟,结果表明,使用混沌蚂蚁群算法可以得到很好的参数估计结果.

[1] Liu F C, Liang X M 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4584 (in Chinese) [刘福才、梁晓明 2005 物理学报 **54** 4584]

[2] Li L X, Peng H P, Lu H B, Guan X P 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 629 (in Chinese) [李丽香、彭海朋、卢辉斌、关新平 2001 物理学报 **50** 629]

[3] Wang X Y, Wu X J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 605 (in Chinese)

[王兴元、武相军 2006 物理学报 55 605]

[4] Wu Z Q, Tan F X, Wang S X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1651 (in Chinese) [吴忠强、谭拂晓、王绍仙 2006 物理学报 55 1651]

[5] Tao C H, Lu J A, Lü J H 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1497 (in Chinese) [陶朝海、陆君安、吕金虎 2002 物理学报 51 1497]

[6] Ott E, Grebogi C, Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196

[7] Park J H 2005 *Chaos, Solitons and Fractals* **23** 503

[8] Parlitz U 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 8

[9] Li L X, Peng H P, Wang X D, Yang Y X 2004 *Phys. Lett.* A **333** 269

[10] He M F, Mu Y M, Zhao L Z 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 830 (in Chinese) [贺明峰、穆云明、赵立中 2000 物理学报 49 830]

[11] Guan X P, Peng H P, Li L X, Wang X Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 26 (in Chinese) [关新平、彭海朋、李丽香、王益群 2001 物理学报 50 26]

[12] Dai D, Ma X K, Li F C, You Y 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2459 (in Chinese) [戴　栋、马西奎、李富才、尤　勇 2002 物理学报 51 2459]

[13] Sole R V, Miramontes O, Goodwin B C 1993 *Journal of Theoretical Biology* **161** 343

[14] Herbers J M 1983 *Psyche* **90** 361

[15] Li L X, Peng H P, Wang X D, Yang Y X 2006 *International Journal of Bifurcation and Chaos* **16** 2351

[16] Li L X, Peng H P, Yang Y X, Wang X D 2006 *Chinese Journal of Scientific Instrument* **27** 1104 (in Chinese) [李丽香、彭海朋、杨义先、王向东 2006 仪器仪表学报 27 1104]

[17] Wu Q D, Wang L 2004 *Intelligent ant colony algorithm and its applications* (Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) (in Chinese) [吴启迪、汪　镭 2004 智能蚁群算法及应用(上海:上海科技教育出版社)]

Parameter estimation for Lorenz chaotic systems based on chaotic ant swarm algorithm*

Li Li-Xiang[1)2)]　Peng Hai-Peng[1)3)]　Yang Yi-Xian[1)2)]　Wang Xiang-Dong[3)]

1) (*Information Security Center, Department of Information Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing* 100876, *China*)

2) (*State Key Laboratory of Networking and Switching, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing* 100876, *China*)

3) (*School of Information Science and Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang* 110023, *China*)

(Received 29 March 2006; revised manuscript received 24 May 2006)

Abstract

The chaotic ant swarm algorithm is a chaos optimization algorithm based on swarm intelligence theory which was inspired by the chaotic and self-organizing behavior of the ants in nature. It includes both effects of chaotic dynamics and swarm-based search. Through the construction of a suitable fitness function, the problem of parameter estimation of the chaotic system is converted to a problem of parameter optimization which could be solved via chaotic ant swarm algorithm. Chaotic ant swarm algorithm has the ability of global search. A numerical simulation on the well-known Lorenz chaotic system is conducted. Simulation results show that the proposed method is effective in parameter estimation of the chaotic system.

Keywords: parameter estimation, Lorenz chaotic system, chaotic ant swarm algorithm, numerical optimization

PACC: 0545

* Project supported by the Key (Key grant) Project of Chinese Ministry of Education (Grant No. 205033), the National 973 of China (Grant No. TG1999035804), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 90204017, 60372094, 60673098), the Natural Science Foundation of Beijing (Grant No. 4062025).