

时空混沌序列的局域支持向量机预测^{*}

张家树 党建亮 李恒超

(西南交通大学信号与信息处理四川省重点实验室 成都 610031)

(2005 年 12 月 29 日收到, 2006 年 2 月 27 日收到修改稿)

结合局域预测法计算速度快的优点和支持向量机的泛化性能好、全局最优、稀疏解等特性,用局域支持向量机预测研究了时空混沌序列的局域预测性能,并用局域支持向量机预测模型讨论了嵌入维数、邻近个数选择以及时空混沌的耦合方式和格子间的耦合强度变化对时空混沌局域预测性能的影响. 研究表明:局域支持向量机不仅比全局支持向量机、局域零阶预测、局域线性预测等方法具有更好的预测性能,且具有对嵌入维数和邻近个数不敏感的优点. 时空混沌的耦合方式和格子间的耦合强度对时空混沌序列的预测性能有明显影响.

关键词:时空混沌,支持向量机,局域预测

PACC: 0545

1. 引言

近 20 年来,人们在低维混沌的预测理论、方法及应用方面做了大量研究工作,已经建立了包括全局预测法^[1]、局域预测法^[2]和非线性自适应预测法^[3-4]等低维混沌时间序列的预测理论与方法. 其中,局域预测法主要有局域零阶预测^[5]、局域线性预测^[6]与局域非线性预测^[7]、局域自适应预测^[8]等,但局域预测方法中的嵌入维数、邻域点个数的选择一直是一个较难处理的问题^[9-10];而全局预测法分为全局多项式建模预测、神经网络建模预测和支持向量机预测法^[11-12]等,特别是近年来基于统计学习理论发展起来的混沌支持向量机预测法能够避免过拟合及算法参数调节等困难^[13],包括最小二乘支持向量机预测方法^[14]、 V -SVM 预测方法^[15]和模糊支持向量机预测方法^[16]等低维混沌的全局逼近建模预测方法已有研究报道. 不过,全局支持向量机建模预测方法的不足就是当训练样本集较大时,其实现最优化过程中时间复杂度较大^[17]. 因此,寻找更有效预测模型就成为当前和今后混沌预测理论与方法的研究重点方向之一.

另一方面,自然界和很多工程应用领域中存在着大量的高维混沌现象,但如何有效地预测这些高维混沌的研究报道并不多. 时空混沌是由低维混沌单元按全局耦合、双向耦合、单向耦合等方式耦合而

成的特殊高维混沌系统,不仅对时空混沌的可预测性研究报道很少,且有关耦合方式、耦合强度等时空混沌系统的自身构造特点与预测性能的关系尚未见到有关报道. 因此,开展有效的时空混沌预测方法研究不仅具有重要的学术意义,也具有重要的工程应用价值. 为此,本文结合局域预测法计算速度快和支持向量机的泛化性能好、全局最优、稀疏解等优点,研究了时空混沌时间序列的局域支持向量机预测方法,并用局域支持向量机预测模型讨论了时空混沌的全局、双向和单向等耦合方式、耦合强度对时空混沌序列预测性能的影响,仿真研究了时空混沌时间序列的局域支持向量机预测方法中的嵌入维数、邻域点个数的选择问题. 研究表明:与全局支持向量机及局域零阶预测法和局域线性预测法相比,局域支持向量机预测方法对时空混沌序列具有更好的预测性能. 时空混沌的耦合方式和耦合强度变化对时空混沌序列的预测性能均有明显影响. 时空混沌序列的局域支持向量机预测方法对嵌入维数和邻近个数不敏感.

2. 时空混沌时间序列的局域支持向量机预测法

2.1. 时空混沌

时空混沌是由多个低维混沌系统按不同耦合方

^{*} 国家自然科学基金(批准号:60572027)、四川省青年科技基金(批准号:03ZQ026-033)和电子科技大学抗干扰通信国家级重点实验室基金(批准号:51434110104QT2201, 5143580104QT2201)资助的课题.

式构成的高维混沌系统,按耦合方式可分为

2.1.1. 全局耦合映射的时空混沌系统(globally coupled map ,GCM)

GCM 定义为

$$x_i(t+1) = (1 - \varepsilon) x_i(t) + \frac{\varepsilon}{N} \sum_{j=1}^N f_j(x_j(t)), \quad (1)$$

其中, ε 为格点间的耦合强度, N 为耦合系统中的低维混沌单元数, $f(\cdot)$ 为低维混沌映射.

2.1.2. 双向耦合映射的时空混沌系统(two-way coupled map ,TCM)

全局耦合的时空混沌系统的耦合连线随着低维混沌单元数的增多而激增. 可用最近邻单元双向耦合映射的时空混沌系统进行简化. 其简化后的双向耦合映射的时空混沌模型方程为

$$\begin{aligned} x_i(t+1) = & (1 - r_1 - r_2) f(x_i(t)) \\ & + r_1 f(x_{i-1}(t)) \\ & + r_2 f(x_{i+1}(t)), \\ & i = 2, \dots, N-1, \end{aligned} \quad (2)$$

边界条件选取为开放边界条件, 即

$$\begin{aligned} x_1(t+1) &= (1 - r_2) f(x_1(t)) + r_1 f(x_2(t)), \\ x_N(t+1) &= (1 - r_1) f(x_N(t)) + r_2 f(x_{N-1}(t)), \end{aligned}$$

其中, r_1, r_2 表示耦合强度.

2.1.3. 单向耦合映射的时空混沌系统(single-way coupled map ,SCM)

对双向耦合映射的时空混沌进一步简化后的单向耦合时空混沌的演变模型方程为

$$\begin{aligned} x_i(t+1) &= (1 - \varepsilon) f(x_i(t)) + \varepsilon f(x_j(t)), \\ & j = (i+1) \bmod N, i = 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (3)$$

其中, ε 为格点间的耦合强度, N 为耦合系统中的低维混沌单元数, $f(\cdot)$ 为低维混沌映射.

已有研究表明^[18] 时空混沌特性取决于混沌单元的混沌程度, 耦合强度 ε 决定了系统的时空特性. 时空混沌比低维混沌映射具有更复杂的动力学特性.

2.2. 支持向量机理论

支持向量机(support vector Machine ,SVM) 是 Vapnik 等^[19] 基于统计学理论提出的一种新的机器学习方法, 具有泛化性能好、全局最优及稀疏解等特点.

设给定样本集为 $\{(x_1, y_1), \dots, (x_l, y_l)\}$, 且 $x_i \in X \subseteq R^n, y_i \in Y \subseteq R, l$ 为样本点个数, 则支持向量机是通过内积函数定义的非线性变换将输入空间变

换到高维特征空间, 在高维特征空间利用线性函数

$$f(x) = \omega \cdot \phi(x) + b \quad (4)$$

实现数据的拟合问题, 其中 $\phi(x)$ 为特征空间, ω 与 b 分别为权值系数及偏差. 根据结构风险最小化原则^[19] 权值系数 ω 和偏差 b 可以通过最小化如下目标函数得到

$$R(\omega) = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l |y_i - f(x_i)|_{\varepsilon} + C \|\omega\|^2, \quad (5)$$

其中 C 为泛化常数, 代价函数 $|\cdot|_{\varepsilon}$ 为 Vapnik ε -不敏感损失函数

$$\begin{aligned} |y_i - f(x_i)|_{\varepsilon} &= \begin{cases} |y_i - f(x_i)| - \varepsilon, & \text{对于 } |y_i - f(x_i)| < \varepsilon \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

通过引入两组非负的松弛变量 $\{\xi_i\}_{i=1}^l$ 和 $\{\xi_i^*\}_{i=1}^l$, (5) 式的最优化问题可转化为约束最小化的形式

$$\frac{1}{2} \|\omega\|^2 + C \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l (\xi_i + \xi_i^*), \quad (7)$$

且需满足如下不等式约束条件:

$$\begin{aligned} y_i - \omega \cdot \phi(x_i) - b &\leq \varepsilon + \xi_i, \\ \omega \cdot \phi(x_i) + b - y_i &\leq \varepsilon + \xi_i^*, \\ \xi_i \geq 0, \xi_i^* &\geq 0, \\ i &= 1, 2, \dots, l-1, l, \end{aligned} \quad (8)$$

从而, 可以定义 Lagrange 函数

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2} \|\omega\|^2 + C \sum_{i=1}^l (\xi_i + \xi_i^*) - \sum_{i=1}^l (\eta_i \xi_i + \eta_i^* \xi_i^*) \\ & - \sum_{i=1}^l \alpha_i (\varepsilon + \xi_i - y_i + \omega \cdot \phi(x_i) + b) \\ & - \sum_{i=1}^l \alpha_i^* (\varepsilon + \xi_i^* - y_i - \omega \cdot \phi(x_i) + b), \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $\eta_i, \eta_i^*, \alpha_i, \alpha_i^*$ 是 Lagrange 乘子, 且满足非负限制条件

$$\eta_i, \eta_i^* \geq 0 \text{ 和 } \alpha_i, \alpha_i^* \geq 0. \quad (10)$$

(8) 式描述的优化问题为回归的原问题, 通常转换成其对偶形式下进行求解. 根据 Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 条件, 对 Lagrange 函数 L 分别求 ω, b, ξ_i 及 ξ_i^* 的偏导整理后得到回归对偶问题的优化目标函数

$$\begin{aligned} W(\alpha_i, \alpha_i^*) = & \sum_{i=1}^l y_i (\alpha_i - \alpha_i^*) - \varepsilon \sum_{i=1}^l (\alpha_i + \alpha_i^*) \\ & - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) (\alpha_j - \alpha_j^*) \\ & \times (\phi(x_i) \cdot \phi(x_j)), \end{aligned} \quad (11)$$

且满足约束条件

$$\sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0, \quad \alpha_i, \alpha_i^* \in [0, C]. \quad (12)$$

最大化 (11) 式有

$$f(x) = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) (\phi(x_i) \cdot \phi(x)) + b, \quad (13)$$

根据 Mercer 定理定义的内积核

$$K(x_i, x) = \phi(x_i) \cdot \phi(x). \quad (14)$$

可得支持向量机拟合函数为

$$f(x) = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) K(x_i, x) + b, \quad (15)$$

其中核函数可以有多种选择,目前常用的主要有线性核函数 $K(x, y) = xy$ 、多项式核函数 $K(x, y) = (xy + 1)^d$ 及径向基核函数 $K(x, y) = \exp(-\|x - y\|_2^2 / \sigma^2)$ 等等.

2.3. 时空混沌序列的局域支持向量机预测法

混沌时间序列预测的基础是状态空间的重构理论.设混沌时间序列为 $x(t)$, 嵌入维数为 m , 则根据 Takens^[20] 嵌入定理重构后的向量为

$$x_i = [x(i), x(i + \tau), \dots, x(i + (m - 1)\tau)], \quad (16)$$

因此重构 N 点序列后的轨迹为

$$X = [X_1, X_2, \dots, X_N]^T = \begin{bmatrix} x(t_1) & x(t_1 + \tau) & \dots & x(t_1 + (m - 1)\tau) \\ x(t_2) & x(t_2 + \tau) & \dots & x(t_2 + (m - 1)\tau) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(t_N) & x(t_N + \tau) & \dots & x(t_N + (m - 1)\tau) \end{bmatrix}, \quad (17)$$

其中 $N = n - (m - 1)\tau$ 为相点数, τ 为延迟时间.由嵌入定理知在重构相空间中,存在一个光滑映射 $\hat{f}: R^m \rightarrow R^m$ 使得

$$X_{i+\tau} = \hat{f}(X_i), \quad (18)$$

其中 $X_{i+\tau}$ 为当前状态 X_i 的 T 步演化状态.

从重构函数 \hat{f} 的方法来看,存在全局法与局域法两种方法.其中,全局方法是在整个混沌吸引子上逼近真实函数 \hat{f} ;而局域方法则是通过分段逼近的形式来拟合函数 \hat{f} ,即每次利用相空间中的几个局部邻近相点来逼近函数 \hat{f} 的一个局部子集,更能体现混沌系统的动态性,具有比全局法更好的预测性能.

国内外不少学者近年来从全局法的观点出发,

开展了基于支持向量机的混沌时间序列全局建模预测研究^[21-22]取得了不错的预测效果.但全局支持向量机预测模型的自身不足就是当训练样本集较大时,特别是对时空混沌等高维混沌序列的预测,其实现最优化过程中计算复杂度较大,且预测性能也有待改进.而现有的混沌时间序列局域预测方法尽管具有实现简单、预测精度高等优点,但其预测性能对嵌入维数、邻域大小等用户指定参数比较敏感、泛化性能差,当相空间邻域点在共线时难以得到准确的线性系数估计.因此,为克服全局支持向量机及现有混沌时间序列局域预测方法的不足,同时结合支持向量机适合于小样本数据空间,具有泛化性能好、全局最优、稀疏解等优点,以及局域预测法的简单性与精度高等优点^[17],从局域法的观点出发构造一种局域支持向量机预测模型,有望实现对时空混沌等高维混沌序列的快速有效预测.

现将时空混沌序列的局域支持向量机预测步骤描述如下(图 1):

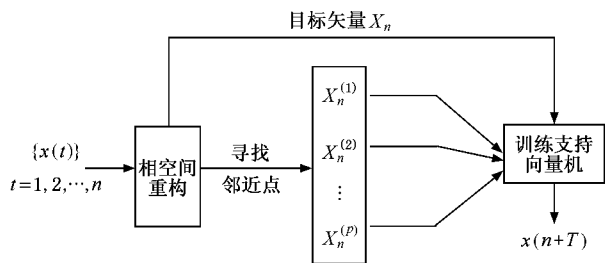


图 1 局域支持向量机预测器

1)对混沌时间序列 $x(t)$ 选择合适的嵌入维数 m 和延迟时间 τ 根据 Takens 定理进行相空间重构 $X_i = [x(i), x(i + \tau), \dots, x(i + (m - 1)\tau)]$.

2)根据上面的相空间重构轨迹,设第 n 个点的重构矢量为 $X(n)$,计算它与前面 $n - 1$ 个重构矢量 $X(i = 1, 2, \dots, n - 1)$ 的距离

$$d(i) = \|X(i) - X(n)\|, \quad i = 1, 2, \dots, n - 1.$$

按照升幂次序求出最小的 p 个距离,将对应项依次以及对应矢量的将来值提取出来,分别作为第 n 点的最近邻点以及目标矢量,即

$$X_n^{(r)} = [x(t_r), x(t_r + \tau), \dots, x(t_r + (m - 1)\tau)], \quad r = 1, 2, \dots, p,$$

$$D = [x(t_1 + T), x(t_2 + T), \dots, x(t_p + T)].$$

3)把 $X_n^{(r)}$ 作为支持向量机预测模型中的输入值, D 作为输出值训练支持向量机,得到对应的支

持向量及权重系数(即 \hat{f} 一个子集的逼近).

4) 利用上面训练得到的局域支持向量机, 计算重构矢量 $X(n)$ 的预测值 $X(n+T)$.

5) 重复 1)—4) 直到计算出所有的预测值.

3. 实验仿真研究

为了验证时空混沌序列的局域支持向量机预测性能, 以及时空混沌的全局耦合、双向耦合和单向耦合方式和耦合强度对预测性能的影响, 仿真研究中选择多项式核支持向量机来构造局域支持向量机预测模型, 时空混沌系统的耦合低维混沌单元数选择为 $N=10$, 低维混沌单元分别为

Logistic 映射动力学方程为

$$x(n+1) = 4x(n)(1-x(n)); \quad (19)$$

Tent 映射动力学方程为

$$x_{n+1} = \begin{cases} 2ax_n, & 0 \leq x_n \leq 0.5 \\ 2a(1-x_n), & 0.5 < x_n < 1 \end{cases},$$

其中 $a = 0.750$; \quad (20)

反对称的立方映射

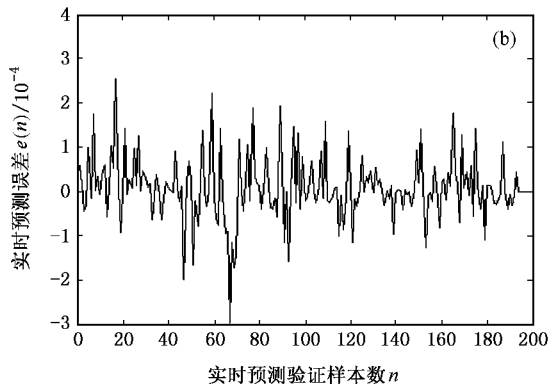
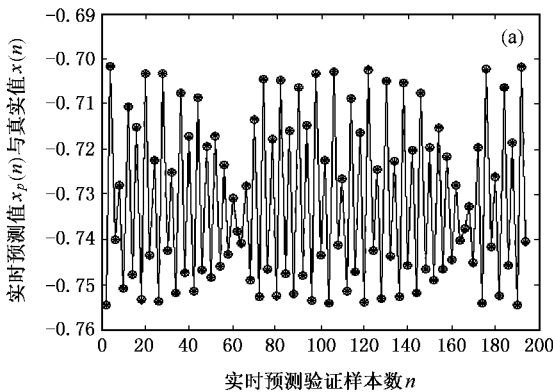


图 2 对 SCM 混沌时间序列的单步预测结果 (a) 为真实值与预测值 (b) 为一步预测误差

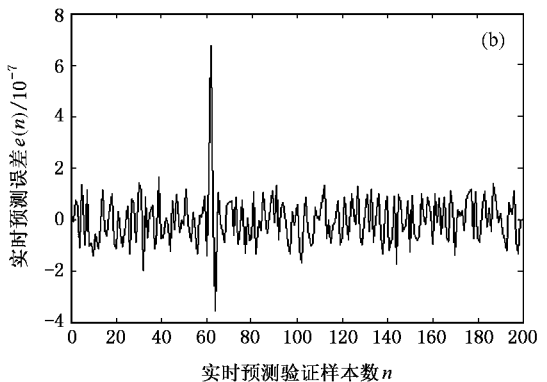
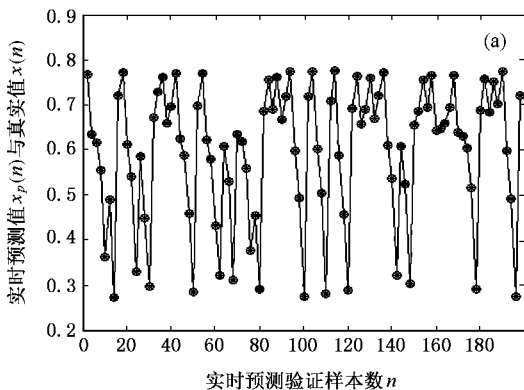


图 3 对 TCM 混沌时间序列的单步预测结果 (a) 为真实值与预测值 (b) 为一步预测误差

$$x(t+1) = f(x(t)) = ax^3(t) - ax(t) + x(t),$$

$$a = 3.4. \quad (21)$$

仿真实验中所用的时空混沌时间序列分别用上述三种低维混沌单元代入(1)—(3)式定义的时空耦合方式产生, 每个序列的总长度均为 1000, 前 800 个点用来建立预测模型, 即训练集, 后 200 个点用来预测, 即校验集. 把训练集中的时间序列数据嵌入到状态空间中, 利用上述局域支持向量机预测法进行预测. 均方误差 (MSE) 被用来作为评价准则, 其定义为

$$e_{\text{MSE}} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p |x(i) - \hat{x}(i)|^2. \quad (22)$$

3.1. 实验 1 时空混沌的局域支持向量机预测性能研究

3.1.1. 一步预测性能的研究

在本次仿真研究中, 反对称的立方映射时空混沌的耦合单元数选择为 $N=10$, 全局耦合和单向耦合时空混沌格点间的耦合强度选择为 $\epsilon = 0.08$, 双向耦合的耦合强度参数选择为 $r_1 = 0.75$, $r_2 = 0.06$ ^[23], 局域支持向量机中的各项参数选择见表 1. 相应的一步预测仿真结果如图 2—4 和表 1.

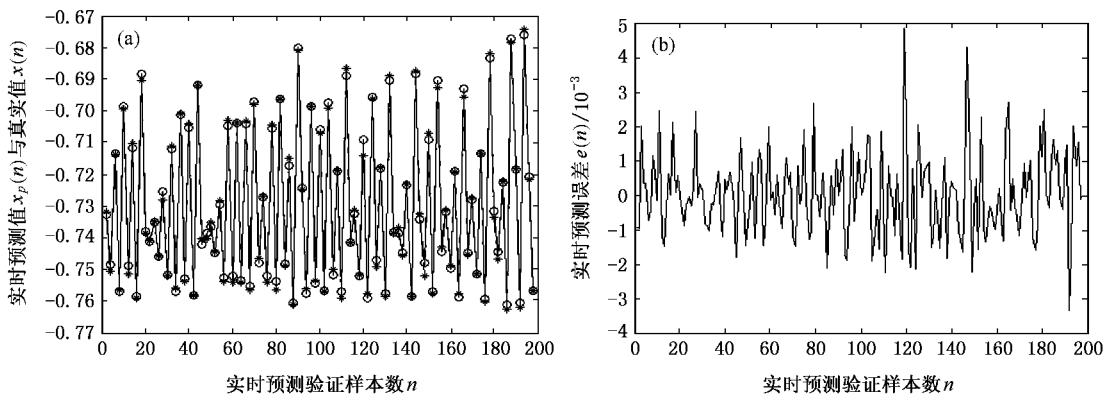


图 4 对 GCM 混沌时间序列的单步预测结果 (a)为真实值与预测值 (b)为一步预测误差

表 1 局域支持向量机对时空混沌序列的预测性能

	单向耦合	双向耦合	全局耦合
惩罚因子 C	10000	10000	10000
精度因子 ϵ	0.00001	0.00001	0.00001
嵌入维数 m	3	3	3
多项式阶数 p	6	6	6
邻近点个数 num	24	24	24
MSR(局域 SVM)	1.1526×10^{-7}	3.1136×10^{-11}	$2.089e \times 10^{-6}$
MSR(全局 SVM)	6.2315×10^{-7}	$5.2637e \times 10^{-11}$	2.6817×10^{-6}
MSR(局域线性)	$2.2001e^{-} \times 10^{-7}$	2.3181×10^{-5}	3.3606×10^{-5}
MSR(局域零阶)	2.7593×10^{-5}	1.5363×10^{-4}	3.6611×10^{-5}

从图 2—4 和表 1 列出的仿真结果可知：局域多项式核支持向量机预测模型对反对称的立方映射时空混沌时间序列的一步预测精度均优于局域零阶、局域线性和全局 SVM 预测方法。表明时空混沌时间序列的局域支持向量机预测方法是有效且可行的。

3.1.2. 一步预测性能比较研究

为了更好地展示局域多项式核支持向量机预测模型的预测性能，分别用(19)–(21)式等低维混沌单元 $f(\cdot)$ 代入到(1)–(3)式分别产生 9 种时空混沌序列，由于训练数据点较多时需要花费较多的仿

真时间，本仿真研究中，每种时空混沌序列均选择前 200 个数据训练集、最后 100 点作为预测测试集，由后面的仿真实验研究结果可知：局域支持向量机预测法对参数不敏感，故预测中嵌入维数为 $m = 2$ 、相空间邻域点个数取为 $num = 18$ ；多项式核支持向量机的参数选取为 $C = 10000$ ， $\epsilon = 0.00001$ ， $p = 8$ 。分别用局域支持向量机、局域线性法、局域零阶法及全局支持向量机预测法对 9 种时空混沌序列进行一步预测的仿真研究，结果见表 2。

表 2 对不同低维混沌单元构成时空混沌序列的预测结果

模型	耦合方式	局域 SVM 一步预测(MSE)	局域线性预测 一步预测(MSE)	局域零阶预测 一步预测(MSE)	全局 SVM 一步预测(MSE)
Logistic	单向耦合	5.5078×10^{-9}	3.7847×10^{-4}	5.6152×10^{-3}	9.3433×10^{-5}
	双向耦合	4.9232×10^{-9}	3.1779×10^{-5}	1.1868×10^{-3}	1.7952×10^{-8}
	全局耦合	1.0473×10^{-4}	2.0696×10^{-4}	9.8657×10^{-4}	2.9896×10^{-4}
Tent	单向耦合	1.2311×10^{-5}	2.2051×10^{-5}	1.9604×10^{-4}	2.3337×10^{-4}
	双向耦合	1.1235×10^{-6}	3.9789×10^{-6}	7.1374×10^{-5}	2.4259×10^{-4}
	全局耦合	1.6691×10^{-6}	1.7558×10^{-6}	1.6318×10^{-5}	1.5359×10^{-4}
反对称的立方映射	单向耦合	4.5003×10^{-5}	3.9576×10^{-4}	1.4674×10^{-3}	5.7890×10^{-5}
	双向耦合	5.7197×10^{-11}	6.8273×10^{-6}	5.2445×10^{-3}	1.0916×10^{-10}
	全局耦合	8.3326×10^{-6}	3.2167×10^{-5}	2.4389×10^{-3}	7.3259×10^{-6}

从表 2 列出的结果可以看出:局域支持向量机预测法对不同低维混沌单元构成的时空混沌时间序列的一步预测性能仍是最好的.时空混沌的耦合方式对预测性能有明显影响,且在不同低维混沌单元的三种耦合方式中,双向耦合混沌序列的局域 SVM 预测精度最好.

3.1.3. 时间复杂度的比较研究

在仿真实验 1 中,采用全局支持向量机预测法

在对单向耦合时空混沌序列进行 800 个点的训练时,在 PC 机上的计算时间超过了 50h(运行环境 matlab 7.0 Pentium(R)4 CPU 2.8GHz,1.00GB 的内存).为了说明局域支持向量机预测法在计算量方面比其他三种预测法优越,此处选用(21)式产生 200 个训练点,100 验证点来做仿真研究,其余参数选择如下: $C = 10000$, $\epsilon = 0.00001$, $m = 2$, $num = 11$, $p = 8$,仿真结果如表 3.

表 3 四种预测方法对不同耦合方式序列预测的对比结果

耦合方式	局域 SVM		局域线性预测		局域零阶预测		全局 SVM	
	时间/s	精度	时间/s	精度	时间/s	精度	时间/s	精度
单向	3.188	5.7890×10^{-5}	0.093	1.1767×10^{-4}	0.125	1.1168×10^{-3}	39.359	7.0533×10^{-5}
双向	3.375	1.0916×10^{-10}	0.078	3.1793×10^{-7}	0.078	2.1795×10^{-4}	23.985	5.5765×10^{-10}
全局	3.063	7.3259×10^{-6}	0.094	5.3590×10^{-6}	0.11	1.7397×10^{-4}	27.875	1.1401×10^{-5}

由表 3 可知:四种预测方法对不同耦合方式的时空混沌序列预测所需要的时间各不相同,其中线性预测法相对所花费的时间最短,全局支持向量机预测法需要的时间最长,基本是局域支持向量机预测法的 10 倍,尤其在海量数据时全局支持向量机所需要的时间更是工程应用所不允许的.在预测精度方面,局域支持向量机预测法的精度为最高,单向耦合混沌序列较难预测的,且花费时间最长的;其次是全局耦合方式,预测精度较高的是双向耦合的时空混沌序列.

3.1.4. 多步预测性能研究

为了进一步说明时空混沌序列的局域支持向量机预测的优点,仍以上述时空混沌序列为例,训练数据点数为 200,预测性能测试点数为 100, $C = 10000$, $\epsilon = 0.00001$, $m = 2$, $num = 11$, $p = 8$,以均方误差作为评价预测性能指标来研究时空混沌序列的局域支持向量机多步预测性能,并与局域线性法、全局支持向量机预测法、局域零阶预测法的多步预测性能进行比较的具体结果如图 5 所示.

从图 5 所示结果可知:局域多项式核支持向量机对时空混沌的超前 1—40 多步预测性能优于全局多项式核支持向量机、局域线性及局域零阶预测法的多步预测性能,且立方映射时空混沌的局域线性及局域零阶多步预测误差随预测步长增加而按照一定的周期振荡性增加,而局域支持向量机多步预测误差并未表现出这种周期振荡性增加的情况.

3.2. 实验 2 预测模型参数的不同选择对预测性能的影响

文献[24]指出:混沌序列的支持向量机预测的一个难点就是核参数的合理选择,而混沌时间序列的局域预测法中最重要的两个参数就是邻近点个数和嵌入维数的合理选择^[21],因此,有必要讨论预测模型参数的不同选择与预测精度的关系.此处的仿真条件仍选择前 200 个数据为训练集、后 100 点作为预测测试集,低维混沌单元仍为反对称的立方映射,局域预测中嵌入为数值选为 $m = 2$ 、相空间邻域点个数取为 $num = 11$;多项式核支持向量机的参数选取为 $C = 10000$, $\epsilon = 0.00001$, $p = 8$,在讨论 MSE 与其中某个参数的关系时,固定其他的参数取值不变.具体仿真研究结果如下.

3.2.1. 邻近点个数对预测精度的影响

由图 6 的仿真结果可知:1)无论是全局耦合、双向耦合还是单向耦合的立方映射时空混沌序列的局域零阶预测误差,都是随着邻近点个数的增加而增加;2)双向耦合及单向耦合的立方映射时空混沌序列的局域线性预测误差随着邻近点个数的增加而增加,但增加幅度小于局域零阶预测误差,全局耦合的立方映射时空混沌序列的局域线性预测误差当邻近点个数超过 6 以后基本保持不变,这可能与全局耦合的耦合平均有关;3)无论是全局耦合、双向耦合还是单向耦合的立方映射时空混沌序列,其局域支持向量机预测法的预测误差当邻近点个数超过 6 以后基本保持不变.

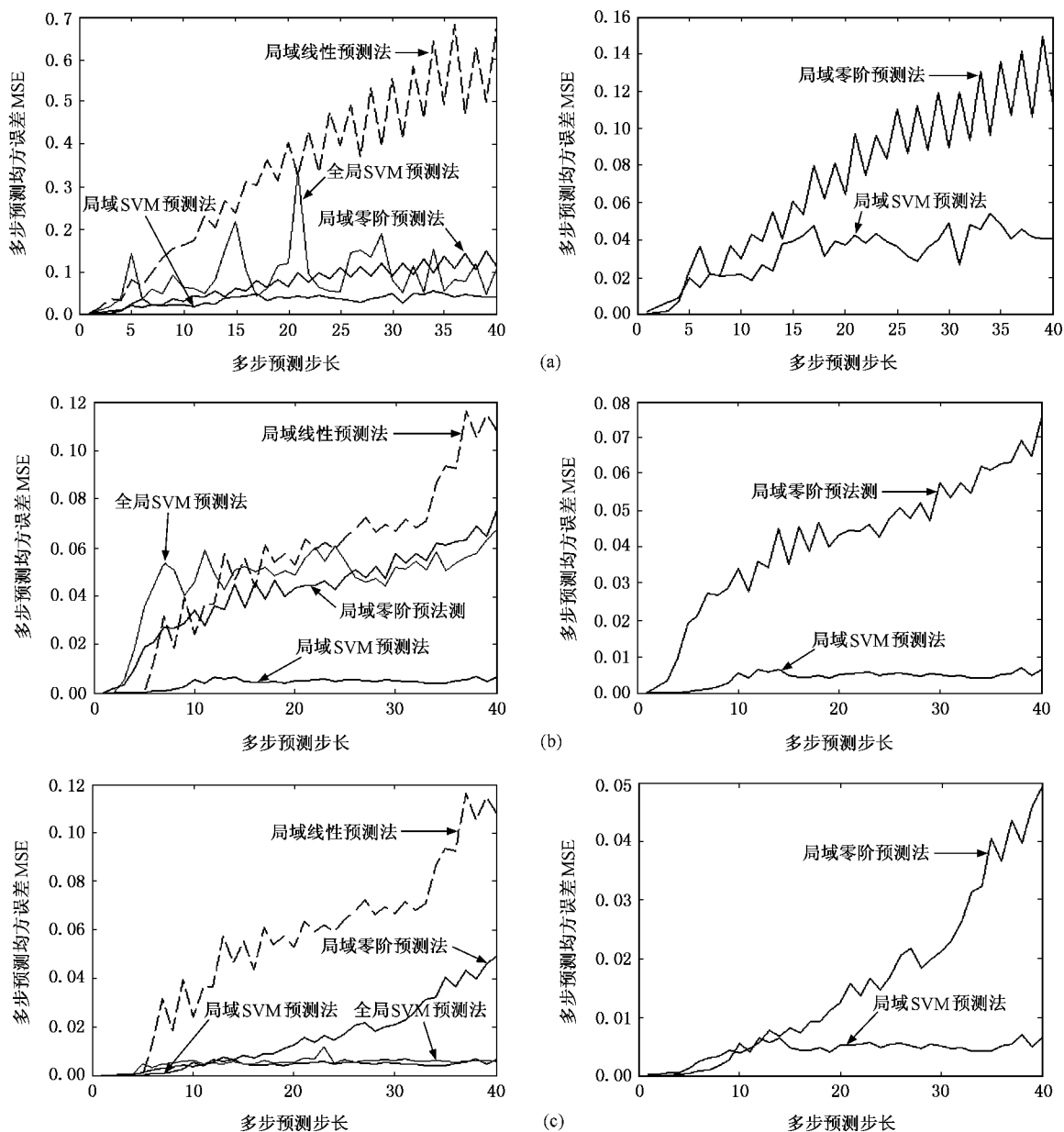


图 5 两种局域预测方法的多步预测均方误差 (a)为 TCM (b)为 SCM (c)为 GCM

上述研究结果表明：三种局域预测法都要求邻近点个数必须大于一定的数值，这和混沌序列的预测的相空间重构理论也相符合。但当邻近点个数超过一定取值后，局域支持向量机预测法对邻近点的个数选择不是很敏感；而局域零阶及局域线性预测法对邻近点个数的选择是比较敏感的，尤其局域零阶预测法对时空混沌序列预测的邻近点个数最为敏感。

3.2.2. 嵌入维数对预测精度的影响

局域零阶及线性法对嵌入维数的选取是十分敏感的，如何选取嵌入维数对混沌时间序列的局域预

测而言一直是一个较难处理的问题^[9,10]，文献[9]建议采用局域预测法时的嵌入维数应取在 $2m + 1$ 与 $2m + 10$ 之间。为此，在其他参数选择保持的条件下，考察了嵌入维数的不同选取对时空混沌序列的局域支持向量机预测性能的影响，具体结果如图 7 所示。

由图 7 可以看出：不同耦合方式所产生的立方映射时空混沌时间序列的局域支持向量机预测是对嵌入维数的选取都不是很敏感，即不需要按文献[9]的严格要求选择嵌入维数，比较适合于实际应用中不能精确确定吸引子维数的混沌预测应用。

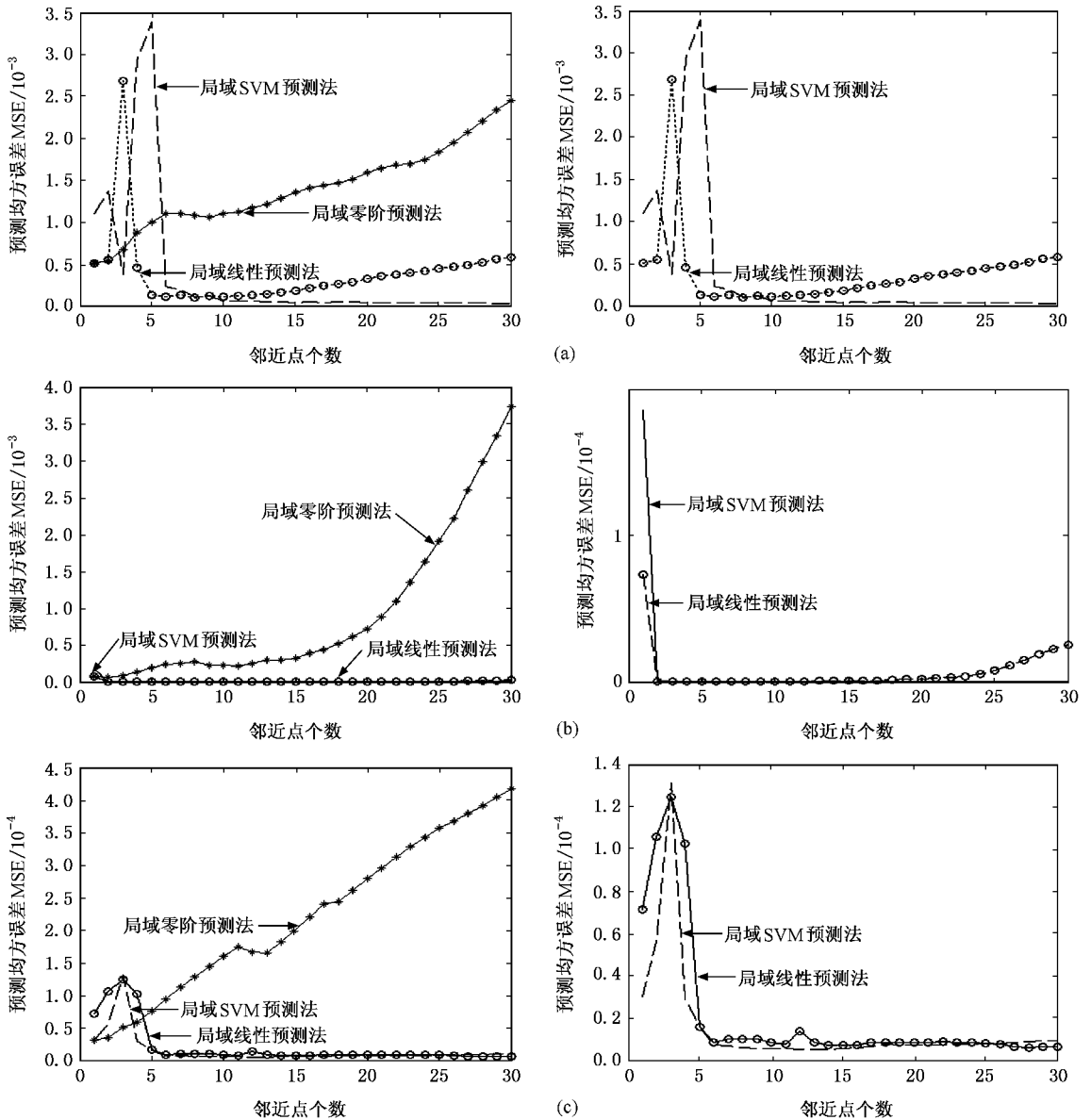


图6 一步预测误差 MSE 与邻近点个数的关系 (a)为 TCM (b)为 SCM (c)为 GCM

3.2.3. 多项式核支持向量机中的多项式阶数对预测精度的影响

为了进一步对比了两种支持向量机预测法对多项式核参数即 p 的敏感性,在其他参数选择保持的条件下,多项式阶数的不同选择与时空混沌的预测误差仿真研究结果如图 8.

图 8 的结果表明:局域支持向量机预测法对 p 的选取并不要求很严格,但全局支持向量机要求多项式阶数达到一定的数值才能获得较精确的预测性能,其直接后果就是计算复杂度的增加和内存存储量的大量付出.这进一步说明了局域支持向量机预测法的优越性.

3.3. 实验 3 时空混沌格子间的耦合强度对预测性能的影响

由于时空混沌的耦合强度是影响了系统的时空特性.为了便于考察时空混沌的耦合强度对预测性能的影响,此处仿真实验研究中的各参数与实验 2 选择相同,具体仿真研究结果如图 9 所示.

由图 9 的结果可知:时空混沌格子间的耦合强度对三种耦合方式的影响程度不太一致,对单向耦合方式预测精度的影响较明显,其次为双向耦合方式,但整体的趋势是随着耦合强度的增大,预测精度有逐渐降低的趋势.

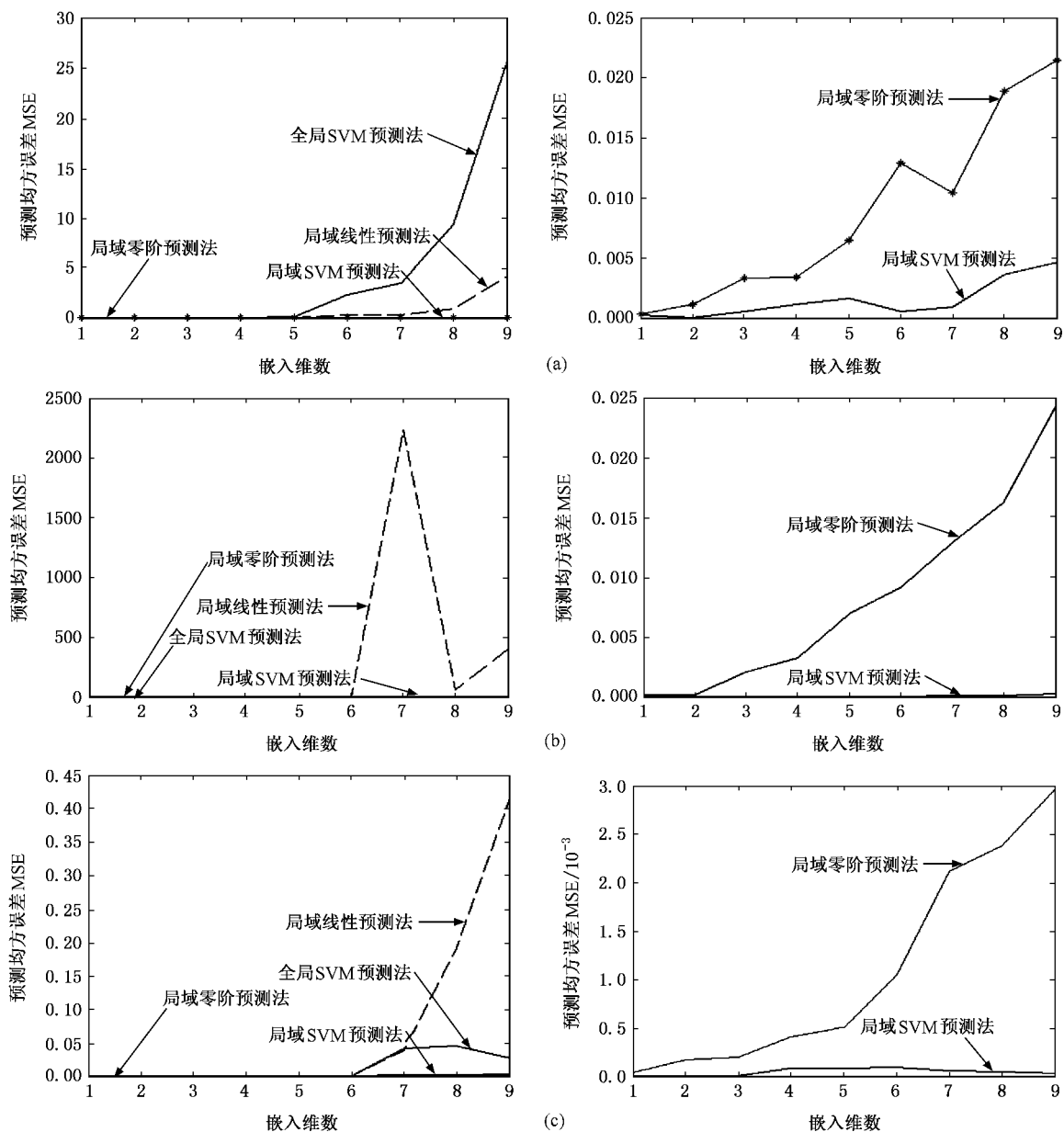


图7 一步预测 MSE 与嵌入维数的关系 (a)为 TCM (b)为 SCM (c)为 GCM

4. 结 论

本文在低维混沌时间序列局域预测思想的基础上,结合局域预测法计算速度快和支持向量机的泛化性能好、全局最优、稀疏解等优点,研究了时空混沌时间序列的局域支持向量机预测方法,并用局域支持向量机预测模型讨论了时空混沌的全局、双向和单向等耦合方式、耦合强度对时空混沌序列预测性能的影响,仿真研究了时空混沌时间序列的局域支持向量机预测方法中的嵌入维数、邻域点个数的

选择问题. 研究表明:1)局域支持向量机结合了传统局域预测法的优点和支持向量机的特性,能够有效地预测由不同低维混沌单元构成的时空混沌序列,且一步预测与多步预测性能均明显优于全局支持向量机及传统局域线性预测法.2)局域支持向量机对嵌入维数和邻近点个数及核函数参数都不敏感,从而克服了传统局域预测法对预测参数敏感及支持向量机计算复杂度高等的缺点,尤其当数据较多时可以节约大量的时间和内存,是一种有效且可行的高维混沌预测方法.3)时空混沌系统的耦合方式和耦合强度对时空混沌序列的局域支持向量机预

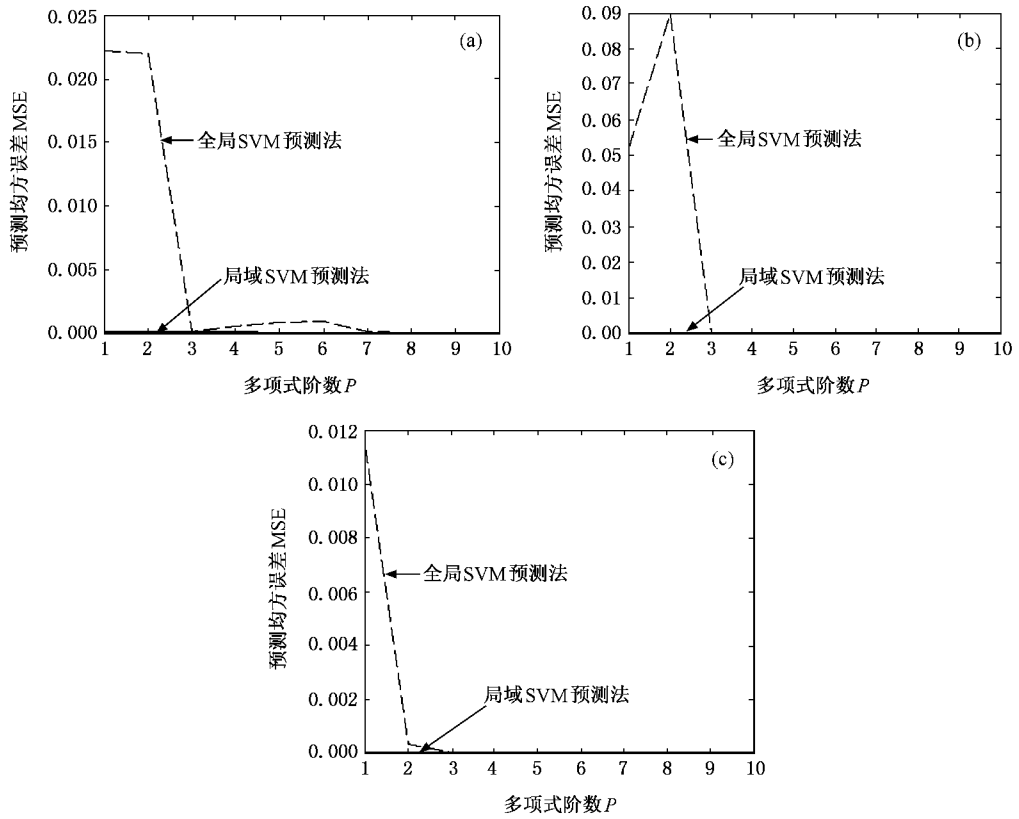


图 8 一步预测 MSE 与多项式阶数的关系 (a)为 TCM (b)为 SCM (c)为 GCM

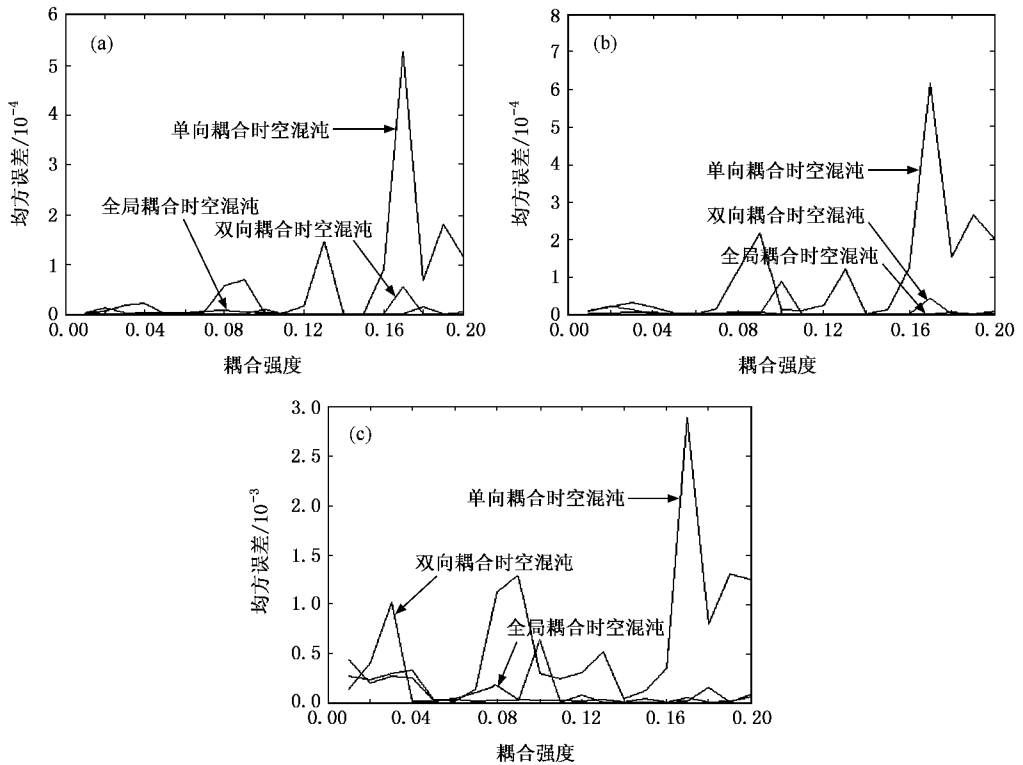


图 9 时空混沌系统格子间的耦合强度对预测性能的影响 (a)局域支持向量机 (b)局域线性预测法 (c)局域零阶预测法

测性能有影响,其中,双向耦合混沌序列的局域 SVM 预测精度最好,单向耦合混沌序列的局域 SVM 预测不仅花费时间最长、预测精度差,且单向

耦合时空混沌系统的耦合强度变化对预测精度的影响也最大。

- [1] Zhang J S , Xiao X C 2000 *Chin . Phys .* **9** 1
- [2] Frammer J D , Sidorowich J J 1987 *Phys . Rev . Lett .* **24** 845
- [3] Zhang J S , Xiao X C 2001 *Chin . Phys . Lett .* **18** 337
- [4] Li H C , Zhang J S , Xiao X C 2005 *Chin . Phys .* **14** 2181
- [5] Casdagli M 1989 *Physica D* **35** 335
- [6] Linsay P S 1991 *Phys . Lett . A* **153** 353
- [7] He X D , Lapedes A 1993 *Physica D* **70** 289
- [8] Gang J C , Xiao X C 2003 *Acta Phys . Sin .* **52** 1102 (in Chinese)
[甘建超、肖先赐 2003 物理学报 **52** 1102]
- [9] Sivakumar B 2002 *Journal of Hydrology* **258** 149
- [10] Sugilhara G , May R M 1990 *Nature* **344** 734
- [11] Mukherjee S , Osuma E , Girosi F 1997 *Neural Networks for Signal Processing* **VI** 511
- [12] Cui W Z , Zhu C C , Bao W X *et al* 2004 *Acta Phys . Sin .* **53** 3303
(in Chinese) [崔万照、朱长纯、保文星等 2004 物理学报 **53** 3303]
- [13] Nello Cristianini and John Shawe-Taylor [李国正、王 猛、曾华军译 支持向量机导论 (电子工业出版社) 2004.03]
- [14] Suykens J A K 2001 *IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference* 21
- [15] Scholkoph B , Smola A J , Bartlett P L 2000 *Neural Computation* **12** 1207
- [16] Cui W Z , Zhu C C , Bao W X *et al* 2005 *Acta Phys . Sin .* **54** 3009
(in Chinese) [崔万照、朱长纯、保文星等 2005 物理学报 **54** 3009]
- [17] Li H C , Zhang J S 2005 *Chin . Phys . Lett .* **22** 2776
- [18] Kaneko K 1989 *Physica D* **34** 1
- [19] Vapink V P 1995 *The Nature of Statistical Learning Theory* (New York : Springer)
- [20] Takens F 1981 *Dynamical Systems and Turbulence* (Berlin : Springer-Verlag) 366
- [21] Mukherjee S 1997 *Proceeding of ICANN '97* **1327** 999
- [22] Ye M Y , Wang X D 2004 *Chin . Phys .* **13** 454
- [23] Zhang J S , Wu W G , Xiao X C 2000 *Proc . WCICA '2000* 3175
- [24] Keerthi S S 2002 *IEEE Trans . On Neural Networks* **13** 1225

Local support vector machine prediction of spatiotemporal chaotic time series *

Zhang Jia-Shu Dang Jian-Liang Li Heng-Chao

(Sichuan Province Key Lab of Signal and Information Processing , Southwest Jiaotong University , Chengdu 610031 , China)

(Received 29 December 2005 ; revised manuscript received 27 February 2006)

Abstract

In this paper , local support vector machine (LSVM) , which combines the advantage of traditional local prediction methods and support vector machines , is proposed to make local predictions of spatiotemporal time series . The LSVM is also used to discuss the selection of embedding dimension and the number of nearest neighbours , the coupling-way and the coupling coefficients of spatiotemporal chaotic systems that influence on the local predictions of spatiotemporal chaotic time series . Experimental results show that the LSVM can not only make better predictions of spatiotemporal chaotic time series than that of local zero-order methods and local linear methods and global support vector machine , but the computational complexity can also be reduced greatly compared to the global support vector machine . Moreover , the LSVM is insensitive to the selection of embedding dimension and the number of nearest neighbours . In addition , the local prediction performance of spatiotemporal chaotic time series is influenced by the coupling-way and the coupling coefficients of spatiotemporal chaotic systems .

Keywords : spatiotemporal chaotic time series , support vector machines , local prediction

PACC : 0545

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60572027) , the Sichuan Youth Science & Technology Foundation (Grant No. 03ZQ026-033) , the National Communication Lab Foundation of UESTC (Grant Nos. 51434110104QT2201 , 5143580104QT2201) .