

平行柱体对平面波/高斯波束电磁散射^{*}

王运华[†] 郭立新 吴振森

(西安电子科技大学理学院, 西安 710071)

(2006 年 3 月 15 日收到 2006 年 6 月 21 日收到修改稿)

基于等效原理和互易性定理,研究了 N 个相互平行二维柱体对平面波/高斯波束的电磁散射特性,给出了求解 N 阶散射场公式.一阶散射可通过求解单个柱体的散射场得到,但对于高阶散射场而言,由于耦合散射的复杂性,很难给出精确的解析解.为了解决这一问题,借助等效原理和互易性定理给出了求解 N 阶散射场的面积分公式.只要给出柱体的 $i-1$ 阶散射场及相关目标表面上的等效电流和(或)等效磁流,就可应用此公式求解 i 阶散射场.应用该近似方法计算了相互平行非均匀等离子体涂层导体圆柱的单/双站散射宽度,讨论了束腰半径、等离子体涂层厚度、电子密度、碰撞频率及雷达频率等对散射结果的影响.

关键词:互易性定理,等效原理,等离子体涂层圆柱,平面波/高斯波束

PACC:4110H,4120

1. 引 言

近年来,很多学者就目标对平面波/高斯波束的电磁散射这一课题进行了大量研究.由于实际应用和处理上的简单性,有关单个球体或柱体目标对平面波、高斯波束的电磁散射理论已经比较成熟^[1-8].然而,当研究多个离散目标电磁散射特性时,由于目标之间相互耦合散射的作用,必须考虑多次散射对总散射场的影响,尤其是目标尺寸较大或彼此相距较近时.但由于耦合散射场的复杂性,很难给出高阶散射的精确解析解.为解决这一问题,本文应用互易性定理^[9-12]和等效原理^[12]给出了求解 N 个相互平行任意形状二维柱体目标的 N 阶散射场近似公式.应用该公式,可由 $i-1$ 阶散射场及相关目标表面上的等效电流和(或)等效磁流求解 i 阶散射场.

等离子体可有效吸收电磁波,是一种很好的隐身材料^[13-19].等离子体的吸收特性主要与其电子密度、涂层厚度、碰撞频率及入射波频率等参量有关.因此,应用本文所给公式推导了 N 个相互平行等离子体涂层圆柱对平面波/高斯波束散射场的 N 阶近似解,进行了数值计算并将平面波入射时散射场的结果与时域积分方程法(TDIE)的结果进行了比较,

讨论了束腰半径、等离子体涂层厚度、电子密度、碰撞频率及雷达频率等参量对散射结果的影响.

2. 等效原理、互易性定理在相邻二维柱体目标复合电磁散射中的应用

由等效原理可知,当研究某一空间内的散射场时,其他不关心的空间可以应用等效电流和(或)等效磁流代替^[12,20].在电磁遥感领域,研究目标复合电磁散射时,通常只考虑目标体外的散射场.这样,根据等效原理,离散目标本身就可被其表面上的等效面电流和(或)面磁流代替.本节结合等效原理和互易性定理推导二维柱体目标对平面波/高斯波束的 N 阶散射的表达式.

如图 1(a)所示, N 个相互平行的无限长柱体目标随机分布在二维高斯波束中,入射波束的电场和磁场分别为 E_0^i 和 H_0^i .不失一般性,在 N 个柱体中任取其中之一记为柱体 n .那么当其他 $N-1$ 个柱体不存在时,设入射波在柱体 n 上激发的等效表面电流密度和磁流密度分别表示为 J_n 、 M_n .那么,去掉柱体 n ,当其他 $N-1$ 个柱体都存在时, J_n 和 M_n 在空间中激发的电磁场分别记为 E_{J_n} 、 H_{J_n} 和 E_{M_n} 、 H_{M_n} .现在考虑另一种情况(如图 1(b)所示),去掉 J_n 和

^{*} 国家自然科学基金(批准号:60571058)、国防科技预研基金、西安电子科技大学研究生创新基金资助的课题.

[†] E-mail: wyh78917@yahoo.com.cn

M_n , 并在远区观测点 P 处放置一单位线电流源 $J_e = \hat{p}\delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0)$ 和一单位线磁流源 $M_m = \hat{q}\delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0)$. 这里单位极化方向 \hat{q} 和 \hat{p} 满足关系 $\hat{q} = \hat{k}_s \times \hat{p}$, \hat{k}_s 是散射波的单位波矢量. 当除了柱体 n 外的其他柱体都存在时, 由 J_e 和 M_m 激发的电磁场分别为 E_e, H_e

和 E_m, H_m . 这里应该注意的是: E_e, H_e 和 E_m, H_m 不但包括单位线电流源直接激发的电磁场 E_{ed}, H_{ed} 和 E_{md}, H_{md} , 而且还包含除了柱体 n 外的其他 $N-1$ 个柱体对激发场的散射场.

在同柱体轴线垂直的整个二维平面中应用互易

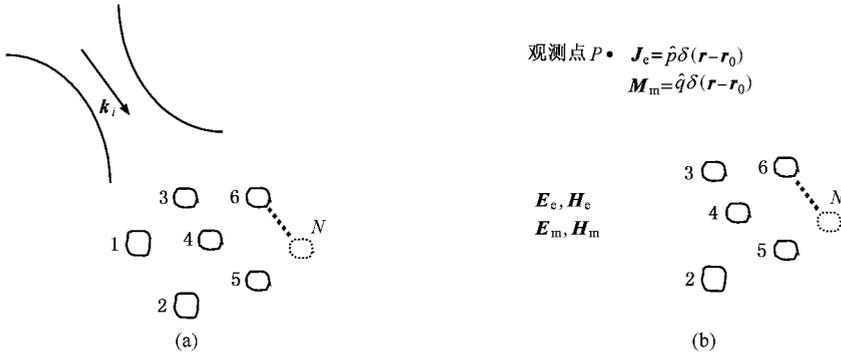


图1 散射模型的几何示意图

性定理^[12]可以得到

$$\begin{aligned} & \int_{L_n} [J_n \cdot (E_e + E_m) \\ & - J_e \cdot (E_{J_n} + E_{M_n}) + M_m \cdot (H_{J_n} + H_{M_n}) \\ & - M_n \cdot (H_e + H_m)] dL \\ & = \oint_{L_\infty} [(E_{J_n} + E_{M_n}) \times (H_e + H_m) \\ & - (E_e + E_m) \times (H_{J_n} + H_{M_n})] \cdot dL \\ & + \sum_{l=1, l \neq n}^N \oint_{L_l} [(E_{J_n} + E_{M_n}) \times (H_e + H_m) \\ & - (E_e + E_m) \times (H_{J_n} + H_{M_n})] \cdot dL, \quad (1) \end{aligned}$$

这里 L_∞ 代表无限远的一个闭合圆环. 由于在无限远处电场和磁场存在下面的关系:

$$\begin{aligned} (E_{J_n} + E_{M_n}) &= -Z_0 \hat{n} \times (H_{J_n} + H_{M_n}), \\ (E_e + E_m) &= -Z_0 \hat{n} \times (H_e + H_m), \end{aligned}$$

所以(1)式关于 L_∞ 和 L_l 积分为零. 这样(1)式可写为

$$\begin{aligned} & \int_{L_n} [J_n \cdot (E_e + E_m) - J_e \cdot (E_{J_n} + E_{M_n}) \\ & + M_m \cdot (H_{J_n} + H_{M_n}) \\ & - M_n \cdot (H_e + H_m)] dL = 0. \quad (2) \end{aligned}$$

若 N 个柱体均为理想导体目标, 那么表面等效磁流 $M_n = 0$, 同时根据互易性定理(2)式就可写为

$$\int_{L_n} [J_n \cdot E_e - J_e \cdot E_{J_n}] dL = 0. \quad (3)$$

若 N 个柱体均为理想导磁体目标, 那么表面等效电流 $J_n = 0$, 同时根据互易性定理(2)式就可写为

$$\int_{L_n} [M_m \cdot H_{M_n} - M_n \cdot H_m] dL = 0. \quad (4)$$

若研究的是 N 个介质柱体的复合电磁散射, 那么, 由于 $J_e = \hat{p}\delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0)$ 和 $M_m = \hat{q}\delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0)$ 都是单位线源, 根据(2)~(4)式可得到

$$\hat{p} \cdot E_{J_n} = \int_{L_n} J_n \cdot E_e dS, \quad (5)$$

$$\hat{q} \cdot H_{M_n} = \int_{L_n} M_n \cdot H_m dS, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \hat{p} \cdot E_{M_n} - \hat{q} \cdot H_{J_n} &= \int_{L_n} [J_n \cdot E_m \\ & - M_n \cdot H_e] dS. \quad (7) \end{aligned}$$

应用(5)和(6)两式就可求解柱体 n 对入射波的一次散射场及另外 $N-1$ 个柱体对这一散射场的再次散射场. 在(5)式中如果考虑到除了柱体 n 以外的其 $N-1$ 个柱体对 E_{ed} 的 $N-1$ 次散射场及柱体 n 对 E_{ed} 高次散射场, 那么, E_e 应写为

$$\begin{aligned} E_e &= E_{ed} + \sum_{l_1=1, l_1 \neq n}^N E_{eds}^{(1)l_1} + \sum_{l_1=1}^N \sum_{l_2=1, l_2 \neq n, l_1}^N E_{eds}^{(2)l_1 l_2} \\ &+ \dots + \sum_{l_1=1}^N \sum_{l_2=1, l_2 \neq l_1}^N \dots \sum_{l_N=1, l_N \neq n, l_{N-1}}^N E_{eds}^{(N)l_1 l_2 \dots l_N}. \quad (8) \end{aligned}$$

将(8)式代入(5)式得

$$\begin{aligned}
 & \hat{\rho} \cdot \mathbf{E}_{J_n} \\
 = & \int_{L_n} \mathbf{J}_n \cdot \left[\mathbf{E}_{\text{ed}} + \sum_{l_1=1, l_1 \neq n}^N \mathbf{E}_{\text{eds}}^{(1)l_1} \right. \\
 & + \sum_{l_1=1}^N \sum_{l_2=1, l_2 \neq n, l_1}^N \mathbf{E}_{\text{eds}}^{(2)l_1 l_2} + \dots \\
 & \left. + \sum_{l_1=1}^N \sum_{l_2=1, l_2 \neq l_1}^N \dots \sum_{l_N=1, l_N \neq n, l_{N-1}}^N \mathbf{E}_{\text{eds}}^{(N)l_1 l_2 \dots l_N} \right] dL \\
 = & \hat{\rho} \cdot \left[\mathbf{E}_{J_n}^{(0)} + \sum_{l_1=1, l_1 \neq n}^N \mathbf{E}_{J_n}^{(1)l_1} \right. \\
 & + \sum_{l_1=1}^N \sum_{l_2=1, l_2 \neq n, l_1}^N \mathbf{E}_{J_n}^{(2)l_1 l_2} + \dots \\
 & \left. + \sum_{l_1=1}^N \sum_{l_2=1, l_2 \neq l_1}^N \dots \sum_{l_N=1, l_N \neq n, l_{N-1}}^N \mathbf{E}_{J_n}^{(N)l_1 l_2 \dots l_N} \right], \quad (9)
 \end{aligned}$$

这里 $\mathbf{E}_{\text{eds}}^{(i)l_1 l_2 \dots}$ 是柱体对 \mathbf{E}_{ed} 的多次散射场. 同理由 (6) 式可以求得 \mathbf{H}_{M_n} .

在上面的讨论中因为柱体 n 是 N 个柱体中的任意一个, 所以整个散射模型的复合散射场可写为

$$\mathbf{E}^s = \sum_{n=1}^N (\mathbf{E}_{J_n} + \mathbf{E}_{M_n}), \quad (10)$$

式中 $\mathbf{E}_{M_n} = -Z_0 \hat{k}_s \times \mathbf{H}_{M_n}$.

3. 平行圆柱对高斯波束的电磁散射

在第二部分给出了高斯波束入射时求解相互平行的 N 个任意给定形状和介电参数的无限长柱体的电磁散射场公式. 本节应用上面给出的公式, 求解 N 个相互平行圆柱对高斯波束的电磁散射场 (如图 2 所示). 圆柱的轴线平行于 x 轴. 假定圆柱彼此之间的距离满足下面的关系, 即

$$\begin{aligned}
 2a_{l_1}^2/\lambda < \tilde{\rho}_{l_1 l_2} < 2a_{l_2}^2/\lambda < \tilde{\rho}_{l_1 l_2}, \\
 k \tilde{\rho}_{l_1 l_2} \gg 1, l_1, l_2 \in [1, N] \text{ 且 } l_1 \neq l_2, \quad (11)
 \end{aligned}$$

这里 λ 是入射波波长, $\tilde{\rho}_{l_1 l_2} = \rho_{l_2} - \rho_{l_1}$, $\tilde{\rho}_{l_1 l_2} = |\rho_{l_2} - \rho_{l_1}|$ 是圆柱 l_1 和圆柱 l_2 之间的距离; a_{l_1} 和 a_{l_2} 分别是圆柱 l_1 和 l_2 的半径. 如图 2 所示, 有一高斯波束沿 z 轴正方向传播, 并垂直照射到圆柱上. 忽略入射场表示式中的时谐项, 那么电场幅度在 $z=0$ 平面中的分布为^[1]

$$E_y(x, y, 0) = E_0 \exp[-y^2/W_0^2], \quad (12)$$

这里 E_0 是入射高斯波束中心点处电场的振幅, 在

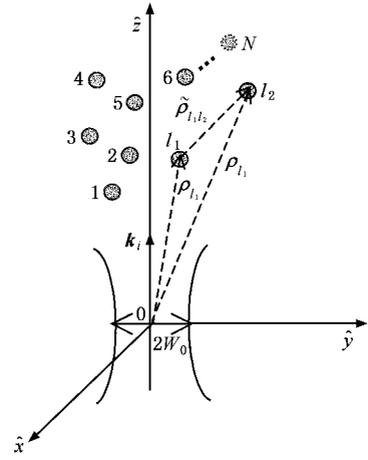


图 2 散射模型的几何示意图

下面的讨论中取 $E_0 = 1, W_0$ 是高斯波束的束腰半径. 单位极化矢量可以取为 \hat{x} (TM) 或 \hat{y} (TE). 由于在本文中对于圆柱体对入射高斯波束的一次散射场而言, 因为相关文献 [1] 已经进行了讨论, 因此本文就不再分析.

3.1. 二次散射场的求解

下面求解圆柱的二次散射场. 本节仅以单位电流源及介质目标表面等效电流密度相互作用产生的电场为例进行讨论. 假设观测点 ρ_0 是在远区, 那么 \mathbf{E}_{ed} 可写为^[21]

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_{\text{ed}}(\rho_0) = & \frac{-k_0 Z_0}{2\sqrt{2\pi k_0 \rho_0}} \exp\left(ik_0 \rho_0 - i\frac{\pi}{4}\right) \\
 & \times \exp(-i\mathbf{k}_s \cdot \boldsymbol{\rho}) \hat{k}_s \times \hat{k}_s \times \hat{\rho}. \quad (13)
 \end{aligned}$$

在 (9) 式中, 圆柱 l_1 对圆柱 n 一次散射的二次散射场可写为

$$\begin{aligned}
 \hat{\rho} \cdot \mathbf{E}_{J_n}^{(1)} = & \int_{L_n} \mathbf{J}_n \cdot \sum_{l_1=1, l_1 \neq n}^N \mathbf{E}_{\text{eds}}^{(1)l_1} dL \\
 = & \sum_{l_1=1, l_1 \neq n}^N \int_{L_n} \mathbf{J}_n \cdot \mathbf{E}_{\text{eds}}^{(1)l_1} dL, \quad (14)
 \end{aligned}$$

这里 $\mathbf{E}_{\text{eds}}^{(1)l_1}$ 是圆柱 l_1 对电场 \mathbf{E}_{ed} 一次散射. 当观测点很远时, \mathbf{E}_{ed} 可以被看成是沿 $-\hat{k}_s$ 传播的平面波, 这样 $\mathbf{E}_{\text{eds}}^{(1)l_1}$ 可以写为

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_{\text{eds}}^{(1)l_1} = & \frac{-k_0 Z_0}{2\sqrt{2\pi k_0 \rho_0}} \exp\left(ik_0 \rho_0 - i\mathbf{k}_s \cdot \boldsymbol{\rho}_{l_1} - i\frac{\pi}{4}\right) \\
 & \times \frac{\exp(-ik_0 \rho''_l)}{\sqrt{\rho''_l}} \mathcal{S}_{\text{eds}}^{l_1}(-\hat{k}_s, \hat{\rho}''_l), \quad (15)
 \end{aligned}$$

$\boldsymbol{\rho}_{l_1}$ 是圆柱 l_1 的位置矢量, $\mathcal{S}_{\text{eds}}^{l_1}(-\hat{k}_s, \hat{\rho}''_l)$ 是平面波照

射时圆柱 l_1 电场双站散射振幅矢量^[22]. ρ'' 是圆柱 l_1 的轴心和空间中某一点 ρ 之间的距离即 $\rho'' = |\rho - \rho_{l_1}|$, $\hat{\rho}'' = (\rho - \rho_{l_1}) / |\rho - \rho_{l_1}|$. 将(15)式分别代入(14)式可得圆柱 l_1 对圆柱 n 初次散射场的二次散射场可以写为

$$\begin{aligned} \hat{p} \cdot \mathbf{E}_{J_n}^{(1)}(\mathbf{r}) &= \frac{-k_0 Z_0}{2\sqrt{2\pi k_0 \rho_0}} \sum_{l_1=1, l_1 \neq n}^N \exp(i k_0 \rho_0 \\ &\quad - i \mathbf{k}_s \cdot \rho_{l_1} - i \frac{\pi}{4}) \int_{L_n} \frac{\exp(i k_0 \rho'')}{\sqrt{\rho''}} \\ &\quad \times S_{\text{eds}}^{l_1}(-\hat{k}_s, \hat{\rho}'') dL'' \end{aligned} \quad (16)$$

应用(11)式, 在(16)式中注意到 ρ 是圆柱 n 表面上的点, 因此 $|\rho - \rho_{l_1}| \approx |\rho_n - \rho_{l_1}|$, 所以有

$$\rho'' = \frac{|\rho - \rho_{l_1}|}{|\rho - \rho_{l_1}|} \approx \frac{|\rho_n - \rho_{l_1}|}{|\rho_n - \rho_{l_1}|} = \hat{\rho}_{nl_1}. \quad (17)$$

在(17)式近似下(16)中 $S_{\text{eds}}^{l_1}(-\hat{k}_s, \hat{\rho}'')$ 不再是积分变量的函数, 可从积分中提出来, 这样就可得到

$$\begin{aligned} \hat{p} \cdot \mathbf{E}_{J_n}^{(1)} &= \frac{-k_0 Z_0}{2\sqrt{2\pi k_0 \rho_0}} \sum_{l_1=1, l_1 \neq n}^N \exp(i k_0 \rho_0 \\ &\quad - i \mathbf{k}_s \cdot \rho_{l_1} - i \frac{\pi}{4}) S_{\text{eds}}^{l_1}(-\hat{k}_s, \hat{\rho}_{nl_1}) \\ &\quad \times \int_{L_n} \frac{\exp(i k_0 \rho'')}{\sqrt{\rho''}} dL'' \\ &= \frac{-k_0 Z_0}{2\sqrt{2\pi k_0 \rho_0}} \sum_{l_1=1, l_1 \neq n}^N \exp(i k_0 \rho_0 \\ &\quad - i \mathbf{k}_s \cdot \rho_{l_1} - i \frac{\pi}{4}) \\ &\quad \times S_{\text{eds}}^{l_1}(-\hat{k}_s, \hat{\rho}_{nl_1}) \cdot \left[\hat{\rho}_{l_1 n} \right. \\ &\quad \left. \times \hat{\rho}_{l_1 n} \times \int_{L_n} \frac{\exp(i k_0 \rho'')}{\sqrt{\rho''}} dL'' \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

同理可得

$$\begin{aligned} \hat{q} \cdot \mathbf{H}_{M_n}^{(1)} &= \frac{-k_0 Y_0}{2\sqrt{2\pi k_0 \rho_0}} \sum_{l_1=1, l_1 \neq n}^N \exp \\ &\quad \times \left(i k_0 \rho_0 - i \mathbf{k}_s \cdot \rho_{l_1} - i \frac{\pi}{4} \right) \\ &\quad \times S_{\text{eds}}^{l_1}(-\hat{k}_s, \hat{\rho}_{nl_1}) \cdot \left[\hat{\rho}_{l_1 n} \right. \\ &\quad \left. \times \int_{L_n} \mathbf{M}_n \cdot \frac{\exp(i k_0 \rho'')}{\sqrt{\rho''}} dL'' \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

应用(18)和(19)两式, 圆柱 l_1 的二次散射场 $\hat{p} \cdot \mathbf{E}^{(1)}$ 可以写为

$$\hat{p} \cdot \mathbf{E}_n^{(1)} = \hat{p} \cdot \mathbf{E}_{J_n}^{(1)} + \mathbf{E}_{M_n}^{(1)}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\sqrt{\rho_0}} \sum_{l_1=1, l_1 \neq n}^N \left\{ \exp(i k_0 \rho_0 - i \mathbf{k}_s \cdot \rho_{l_1} \right. \\ &\quad \left. + i \mathbf{k}_i \cdot \rho_n \right) S_{\text{eds}}^{l_1}(-\hat{k}_s, \hat{\rho}_{nl_1}) \\ &\quad \cdot \frac{e^{i k_0 |\tilde{\rho}_{l_1 n}|}}{|\tilde{\rho}_{l_1 n}|} S_n^{\text{gs}}(\hat{k}_i, \tilde{\rho}_{l_1 n}) \left. \right\}, \end{aligned} \quad (20)$$

这里 $S_{\text{eds}}^{l_1}(-\hat{k}_s, \hat{\rho}_{nl_1})$ 是平面波照射时圆柱 l_1 的散射振幅矢量, $S_n^{\text{gs}}(\hat{k}_i, \tilde{\rho}_{l_1 n})$ 是高斯波束照射时圆柱 n 的散射振幅矢量. 在求解(20)式时应用到关系 $\mathbf{E}_{M_n}^{(1)} = -Z_0 \hat{k}_s \times \mathbf{H}_{M_n}^{(1)}$ 和 Stratton-Thu 公式. 由于圆柱 n 和 l_1 是所有圆柱中的任意两个, 所以复合模型的二次散射场可以写为

$$\begin{aligned} \hat{p} \cdot \mathbf{E}_n^{(1)} &= \frac{1}{\sqrt{\rho_0}} \sum_{n=1}^N \sum_{l_1=1, l_1 \neq n}^N \left\{ \exp(i k_0 \rho_0 \right. \\ &\quad \left. - i \mathbf{k}_s \cdot \rho_{l_1} + i \mathbf{k}_i \cdot \rho_n \right) S_{\text{eds}}^{l_1}(-\hat{k}_s, \hat{\rho}_{nl_1}) \\ &\quad \times \frac{e^{i k_0 |\tilde{\rho}_{l_1 n}|}}{|\tilde{\rho}_{l_1 n}|} S_n^{\text{gs}}(\hat{k}_i, \tilde{\rho}_{l_1 n}) \left. \right\}. \end{aligned} \quad (21)$$

3.2. 圆柱的三次散射场及 j 次散射场的求解

假设 n, l_1 和 l_2 代表 N 个圆柱中的任意三个圆柱. 上面求解了圆柱的一次和二次散射场, 因此由(9)式可以看出, 求解三次散射场其实就是求解 $\mathbf{E}_{\text{eds}}^{(2)l_1 l_2}$ 的问题. 圆柱 l_1 的三次散射场可以写为

$$\begin{aligned} \hat{p} \cdot \mathbf{E}_{J_n}^{(2)} &= \int_{L_n} \mathbf{J}_n \cdot \sum_{l_1=1}^N \sum_{l_2=1, l_2 \neq n, l_1}^N \mathbf{E}_{\text{eds}}^{(2)l_1 l_2} dL \\ &= \sum_{l_1=1}^N \sum_{l_2=1, l_2 \neq n, l_1}^N \int_{L_n} \mathbf{J}_n \cdot \mathbf{E}_{\text{eds}}^{(2)l_1 l_2} dL. \end{aligned} \quad (22)$$

假设在圆柱 n 的轴心处有一线电流源 $\mathbf{J}_{en} = \hat{\xi} \delta(\rho - \rho_n)$. 根据条件(11)圆柱彼此之间都是在散射远区, 因此由 \mathbf{J}_{en} 激发的电场为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{edn}} &\approx \frac{-k_0 Z_0}{2\sqrt{2\pi k_0 |\rho - \rho_n|}} \exp\left(-i k_0 \hat{\rho}_{l_2 n} \cdot \rho_n - i \frac{\pi}{4}\right) \\ &\quad \times \exp(i k_0 \hat{\rho}_{l_2 n} \cdot \rho) \hat{\rho}_{l_2 n} \times \hat{\rho}_{l_2 n} \times \hat{\xi}, \end{aligned} \quad (23)$$

这里 $\hat{\rho}_{l_2 n} = (\hat{\rho}_{l_2} - \hat{\rho}_n) / |\hat{\rho}_{l_2} - \hat{\rho}_n|$.

考虑到(11)式所给的条件, 可得到圆柱 l_2 对 \mathbf{E}_{edn} 的初次散射场为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{edn}}^{(1)l_2} &= \frac{-k_0 Z_0}{2\sqrt{2\pi k_0} |\boldsymbol{\rho}_{l_2} - \boldsymbol{\rho}_n|} \exp\left(ik_0 \hat{\rho}_{l_2 n} \cdot \boldsymbol{\rho}_{l_2} - ik_0 \hat{\rho}_{l_2 n} \cdot \boldsymbol{\rho}_n - i\frac{\pi}{4}\right) \\ &\times \frac{e^{ik_0 \rho'}}{\sqrt{\rho'}} \mathbf{S}_{el_2}(\hat{\rho}_{l_2 n}, \hat{\rho}'). \end{aligned} \quad (24)$$

令 \mathbf{E}_{ed} 作为入射场照射到圆柱 l_1 , 应用互易性定理, 柱 l_2 对柱 l_1 一次散射场的二次散射场 $\mathbf{E}_{\text{eds}}^{(2)l_1 l_2}$ 为

$$\begin{aligned} \hat{\xi} \cdot \mathbf{E}_{\text{eds}}^{(2)l_1 l_2} &= \frac{-k_0 Z_0}{2\sqrt{2\pi k_0 \rho_0}} \exp\left(ik_0 \rho_0 - i\mathbf{k}_s \cdot \boldsymbol{\rho}_{l_1} - i\frac{\pi}{4}\right) \\ &\times \frac{\exp\left(ik_0 |\boldsymbol{\rho}_{l_2} - \boldsymbol{\rho}_n|\right)}{\sqrt{|\boldsymbol{\rho}_{l_2} - \boldsymbol{\rho}_n|}} \mathbf{S}_{el_2}(\hat{\rho}_{l_2 n}, \hat{\rho}_{l_1 l_2}) \\ &\times \frac{\exp\left(ik_0 |\boldsymbol{\rho}_{l_1} - \boldsymbol{\rho}_{l_2}|\right)}{\sqrt{|\boldsymbol{\rho}_{l_1} - \boldsymbol{\rho}_{l_2}|}} \\ &\times \mathbf{S}_{el_1}(-\hat{k}_s, \hat{\rho}_{l_2 l_1}). \end{aligned} \quad (25)$$

将(25)式代入(22)式, 可以得到

$$\begin{aligned} \hat{p} \cdot \mathbf{E}_n^{(2)} &= \frac{\exp(ik_0 \rho_0)}{\sqrt{\rho_0}} \sum_{l_1=1}^N \sum_{l_2=1, l_2 \neq n, l_1}^N \left\{ \frac{-k_0 Z_0}{2\sqrt{2\pi k_0}} \exp\left(-i\mathbf{k}_s \cdot \boldsymbol{\rho}_{l_1} - i\frac{\pi}{4}\right) \mathbf{S}_{el_2}(\hat{\rho}_{l_2 n}, \hat{\rho}_{l_1 l_2}) \right. \\ &\cdot \left. \frac{\exp\left(ik_0 |\boldsymbol{\rho}_{l_1} - \boldsymbol{\rho}_{l_2}|\right)}{\sqrt{|\boldsymbol{\rho}_{l_1} - \boldsymbol{\rho}_{l_2}|}} \mathbf{S}_{el_1}(-\hat{k}_s, \hat{\rho}_{l_2 l_1}) \cdot \int_{l_n} \mathbf{J}_n \cdot \hat{\xi} \frac{\exp\left(ik_0 |\boldsymbol{\rho}_{l_2} - \boldsymbol{\rho}_n|\right)}{\sqrt{|\boldsymbol{\rho}_{l_2} - \boldsymbol{\rho}_n|}} dL \right\}, \end{aligned} \quad (26)$$

同理可以求得

$$\begin{aligned} \hat{q} \cdot \mathbf{H}_n^{(2)} &= \frac{\exp(ik_0 \rho_0)}{\sqrt{\rho_0}} \sum_{l_1=1}^N \sum_{l_2=1, l_2 \neq n, l_1}^N \left\{ \frac{-k_0 Y_0}{2\sqrt{2\pi k_0}} \exp\left(-i\mathbf{k}_s \cdot \boldsymbol{\rho}_{l_1} - i\frac{\pi}{4}\right) \mathbf{S}_{ml_2}(\hat{\rho}_{l_2 n}, \hat{\rho}_{l_1 l_2}) \right. \\ &\cdot \left. \frac{\exp\left(ik_0 |\boldsymbol{\rho}_{l_1} - \boldsymbol{\rho}_{l_2}|\right)}{\sqrt{|\boldsymbol{\rho}_{l_1} - \boldsymbol{\rho}_{l_2}|}} \mathbf{S}_{ml_1}(-\hat{k}_s, \hat{\rho}_{l_2 l_1}) \cdot \int_{l_n} \mathbf{M}_n \cdot \hat{\xi} \frac{\exp\left(ik_0 |\boldsymbol{\rho}_{l_2} - \boldsymbol{\rho}_n|\right)}{\sqrt{|\boldsymbol{\rho}_{l_2} - \boldsymbol{\rho}_n|}} dL \right\}. \end{aligned} \quad (27)$$

在(26)和(27)式中, 注意到 $\mathbf{S}_{el_2}(\hat{\rho}_{l_2 n}, \hat{\rho}_{l_1 l_2}) \cdot \mathbf{S}_{el_2}(-\hat{k}_s, \hat{\rho}_{l_2 l_1}) = \mathbf{S}_{ml_2}(\hat{\rho}_{l_2 n}, \hat{\rho}_{l_1 l_2}) \cdot \mathbf{S}_{ml_2}(-\hat{k}_s, \hat{\rho}_{l_2 l_1})$, 那么圆柱 l_1 的三次散射场可以写为

$$\begin{aligned} \hat{p} \cdot \mathbf{E}_n^{(2)} &= \hat{p} \cdot (\mathbf{E}_n^{(2)} + \mathbf{E}_n^{(2)}) = \frac{\exp(ik_0 \rho_0)}{\sqrt{\rho_0}} \sum_{l_1=1}^N \sum_{l_2=1, l_2 \neq n, l_1}^N \left\{ \exp\left(-i\mathbf{k}_s \cdot \boldsymbol{\rho}_{l_1} + i\mathbf{k}_i \cdot \boldsymbol{\rho}_n\right) \mathbf{S}_{el_2}(\hat{\rho}_{l_2 n}, \hat{\rho}_{l_1 l_2}) \right. \\ &\cdot \left. \frac{\exp\left(ik_0 |\boldsymbol{\rho}_{l_1} - \boldsymbol{\rho}_{l_2}|\right)}{\sqrt{|\boldsymbol{\rho}_{l_1} - \boldsymbol{\rho}_{l_2}|}} \mathbf{S}_{el_1}(-\hat{k}_s, \hat{\rho}_{l_2 l_1}) \cdot \hat{\xi} \cdot \frac{\exp\left(ik_0 |\boldsymbol{\rho}_{l_2} - \boldsymbol{\rho}_n|\right)}{\sqrt{|\boldsymbol{\rho}_{l_2} - \boldsymbol{\rho}_n|}} \mathbf{S}_n^g(\hat{k}_i, \hat{\rho}_{l_2 n}) \right\}, \end{aligned} \quad (28)$$

这里 $\mathbf{S}_{el_1}(-\hat{k}_s, \hat{\rho}_{l_2 l_1})$ 和 $\mathbf{S}_{el_2}(\hat{\rho}_{l_2 n}, \hat{\rho}_{l_1 l_2})$ 分别是平面波入射时圆柱 l_1 和 l_2 的双站散射振幅矢量, $\mathbf{S}_n^g(\hat{k}_i, \hat{\rho}_{l_2 n})$ 是 高斯波束入射时圆柱 n 的双站散射振幅矢量. 因为圆柱 n, l_1 和 l_2 是 N 个圆柱中的任意三个, 所以有

$$\begin{aligned} \hat{p} \cdot \mathbf{E}^{(2)} &= \frac{\exp(ik_0 \rho_0)}{\sqrt{\rho_0}} \sum_{n=1}^N \sum_{l_1=1}^N \sum_{l_2=1, l_2 \neq n, l_1}^N \left\{ \exp\left(-i\mathbf{k}_s \cdot \boldsymbol{\rho}_{l_1} + i\mathbf{k}_i \cdot \boldsymbol{\rho}_n\right) \mathbf{S}_{el_2}(\hat{\rho}_{l_2 n}, \hat{\rho}_{l_1 l_2}) \right. \\ &\cdot \left. \frac{\exp\left(ik_0 |\boldsymbol{\rho}_{l_1} - \boldsymbol{\rho}_{l_2}|\right)}{\sqrt{|\boldsymbol{\rho}_{l_1} - \boldsymbol{\rho}_{l_2}|}} \mathbf{S}_{el_1}(-\hat{k}_s, \hat{\rho}_{l_2 l_1}) \cdot \frac{\exp\left(ik_0 |\boldsymbol{\rho}_{l_2} - \boldsymbol{\rho}_n|\right)}{\sqrt{|\boldsymbol{\rho}_{l_2} - \boldsymbol{\rho}_n|}} \mathbf{S}_n^g(\hat{k}_i, \hat{\rho}_{l_2 n}) \right\}. \end{aligned} \quad (29)$$

由一次、二次及三次散射场的求解, 可以类推复合模型的第 j 次散射场可以写为

$$\begin{aligned} \hat{\rho} \cdot \mathbf{E}^{(j-1)} = & \frac{\exp(ik_0\rho_0)}{\sqrt{\rho_0}} \sum_{n=1}^N \sum_{l_1=1}^N \sum_{l_2=1, l_2 \neq l_1}^N \dots \sum_{l_{j-1}=1, l_{j-1} \neq n, l_{j-2}}^N \left\{ \exp[-ik_s \cdot \rho_{l_1} + ik_i \cdot \rho_n] \right. \\ & \cdot \left[\frac{e^{ik_0|\rho_{l_{j-1}} - \rho_n|}}{\sqrt{|\rho_{l_{j-1}} - \rho_n|}} \cdot \frac{e^{ik_0|\rho_{l_{j-2}} - \rho_{l_{j-1}}|}}{\sqrt{|\rho_{l_{j-2}} - \rho_{l_{j-1}}|}} \cdot \frac{e^{ik_0|\rho_{l_{j-3}} - \rho_{l_{j-2}}|}}{\sqrt{|\rho_{l_{j-3}} - \rho_{l_{j-2}}|}} \dots \frac{e^{ik_0|\rho_{l_1} - \rho_{l_2}|}}{\sqrt{|\rho_{l_1} - \rho_{l_2}|}} \right] \\ & \cdot \left[S_{el_1}(-\hat{k}_s, \hat{\rho}_{l_2, l_1}^{(j)}) \cdot S_{el_{j-1}}(\hat{\rho}_{l_{j-1}, n}^{(j)}, \hat{\rho}_{l_{j-2}, l_{j-1}}^{(j)}) \right. \\ & \left. \left. \cdot S_{el_{j-2}}(\hat{\rho}_{l_{j-2}, l_{j-1}}^{(j)}, \hat{\rho}_{l_{j-3}, l_{j-2}}^{(j)}) \dots S_{el_2}(\hat{\rho}_{l_2, l_3}^{(j)}, \hat{\rho}_{l_1, l_2}^{(j)}) \cdot S_n^e(\hat{k}_i, \hat{\rho}_{l_{j-1}, n}^{(j)}) \right] \right\}. \quad (30) \end{aligned}$$

将(21)(29)和(30)式中的有关高斯波束的散射振幅矩阵矢量替换为平面波入射时的散射振幅矩阵矢量就可以得到平面波入射时的结果.

4. 数值结果

由于我们的时域积分方程的程序包只能计算

平面波入射时目标的电磁散射场, 所以为了验证本文方法的可靠性, 下面应用本文方法求得的平面波入射时复合散射场结果与应用时域积分方程方法(TDIE)求得的结果进行了比较. 此只讨论了 TM 波入射的情况, 对于 TE 波入射的情况可得到类似结论. 图 3 给出了不同间距时, 两个相邻等离子体涂层导体圆柱双站散射宽度的散射角分布.

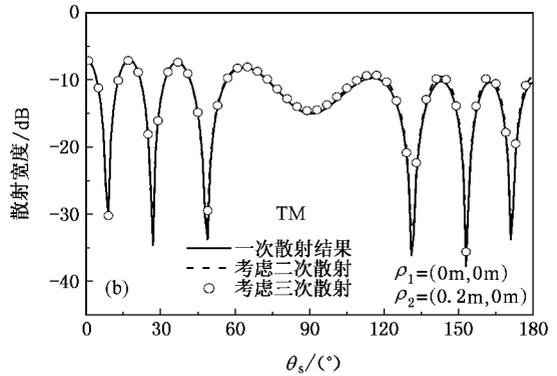
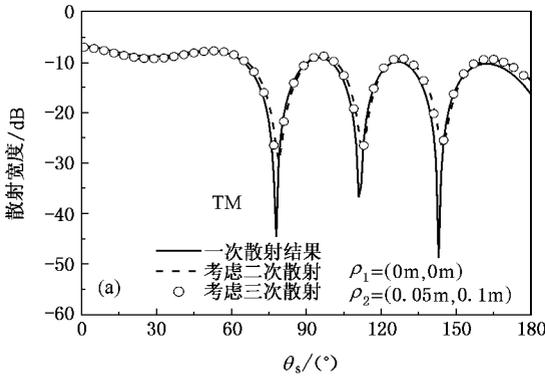


图 3 两相邻等离子体涂层导体圆柱双站散射宽度随散射角的分布

图 3 中入射平面波的频率为 5 GHz, 等离子体的碰撞频率和电子浓度分别为 $\nu_e = 500$ GHz 和 $N_{e0} = 5.0 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}$. 圆柱的半径为 0.005 m, 均匀涂层等离子体涂层的厚度为 0.0025 m. 由图 3 可以看出, 随着两个圆柱之间距离的增大, 多次散射对总的复合散射场的影响变小, 但是曲线表面轮廓的起伏加剧, 这主要是因为, 当圆柱之间的距离较大时, 改变相同的散射角度两个圆柱各自散射场的相位差越大; 同时还可以看出考虑了三次散射影响的结果和考虑了二次散射的结果相差很小, 这就说明三次散射场对总复合散射的影响很小. 因此在计算多个圆柱的复合散射场时为了节省计算时间可以忽略三次及更高次散射的影响. 另外, 当圆柱之间的距离较小时, 可以看到考虑了二次散射影响的结果和一阶散射宽度存

在明显差别, 因此, 二次散射场的影响一般不能忽略.

图 4 给出了平面波入射时, 应用本文方法求解的不同数目涂层圆柱二阶复合散射宽度与 TDIE 结果的比较. 在图 4 中入射波、圆柱尺寸及等离子体的各参量和图 3 相同. 在图 4 中通过比较可以看出, 应用本文方法求得的考虑二次散射影响的散射宽度结果和 TDIE 方法的结果符合得很好. 这就证明了本文方法的正确性. 同时, 通过图 4 还可看出一阶散射结果和 TDIE 方法结果在有些散射角度上的差别是很大的, 这也说明二次散射场对复合散射场的影响是很明显的, 因此当圆柱半径较大或彼此之间相距较小时, 二次散射场的影响不能忽略. 另外, 通过图 4 还可以看出随着圆柱数目的增多, 散射宽度随散射

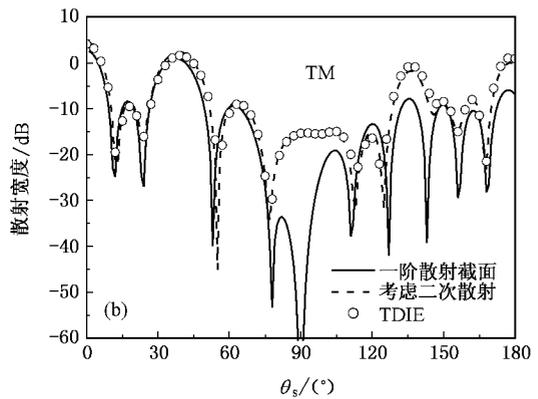
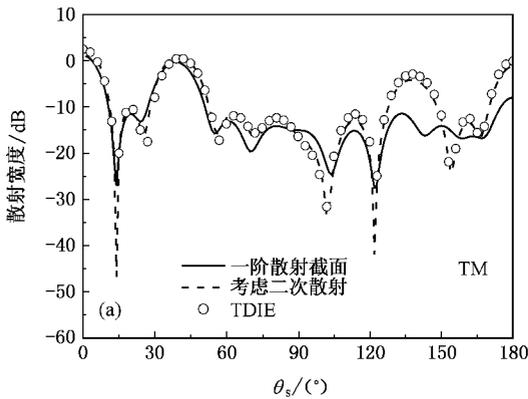


图4 平面波入射时,多个圆柱的复合散射宽度和TDIE方法结果的比较 (a)五个圆柱的情况: $\rho_1=(0\text{ m }0\text{ m}),\rho_2=(0.1\text{ m }0\text{ m}),\rho_3=(0.2\text{ m }0.1\text{ m}),\rho_4=(0.05\text{ m }0.1\text{ m}),\rho_5=(0.15\text{ m }0.1\text{ m})$.(b)六个圆柱的情况: $\rho_1=(0\text{ m }0\text{ m}),\rho_2=(0.1\text{ m }0\text{ m}),\rho_3=(0.2\text{ m }0.1\text{ m}),\rho_4=(0.05\text{ m }0.1\text{ m}),\rho_5=(0.15\text{ m }0.1\text{ m}),\rho_6=(0.25\text{ m }0.1\text{ m})$

角的分布曲线振荡加剧,这主要是因为圆柱越多来自各个圆柱的散射场相位叠加越复杂.

下面讨论高斯波束入射时,非均匀等离子体涂层导体圆柱的散射宽度.处理这种非均匀等离子体涂层问题,可以将等离子体分成很多层,而每一层等离子都是均匀的,这样非均匀等离子体涂层问题就简化为多层圆柱电磁散射的问题.本文取等离子体的电子浓度沿圆柱径向呈抛物线分布,即 $N_e(i) = N_{e_0} - N_{e_0} [r_i - r_0/d]^2$.这里 N_{e_0} 是最内层等离子体的电子浓度, $N_e(i)$ 是第 i 层等离子体的电子密度, r_0 和 r_j 分别是导体圆柱和第 i 层等离子体涂层的半径, d 是等离子体厚度.

图5给出了入射波频率为2.5 GHz时,六个相邻圆柱的双站散射宽度随高斯波束束腰半径的变化.在图5中,导体圆柱的半径为0.1 m,涂层厚度为0.05 m,圆柱的位置矢量分别为 $\rho_1=(0\text{ m }0\text{ m}),\rho_2=(0.5\text{ m }0\text{ m}),\rho_3=(1.0\text{ m }0\text{ m}),\rho_4=(0.25\text{ m },0.5\text{ m}),\rho_5=(0.75\text{ m },0.5\text{ m})$ 和 $\rho_6=(1.25\text{ m },0.5\text{ m})$.最内层等离子体的电子浓度和碰撞频率分别为 $N_{e_0} = 3.0 \times 10^{17}\text{ m}^{-3}$ 和 $\nu_e = 50\text{ GHz}$.通过图5可以看出,当束腰半径较大时,散射宽度的幅值总体上而言较大且接近于平面波入射时的结果.相反,束腰半径越小,其散射宽度的幅值越小且曲线表面轮廓也发生了较大变化.这主要是因为束腰半径越大入射波束越接近于平面波且被圆柱散射的能量越多.

图6给出了不同等离子体电子浓度时后向散射宽度随入射波雷达频率的分布.这里束腰半径为 $W_0 = 0.5\text{ m}$,而其他参数同图5.通过图6可以看出随着

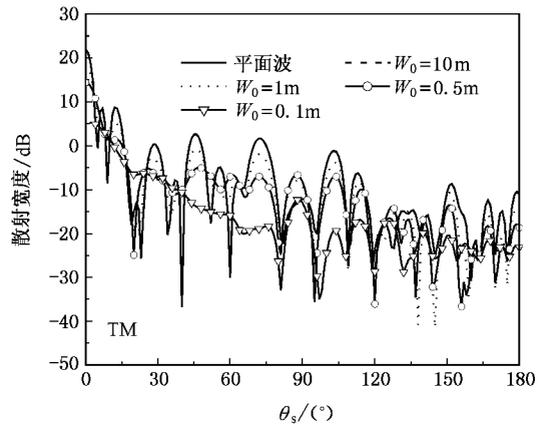


图5 不同束腰半径高斯波束入射时双站散射宽度的散射角分布

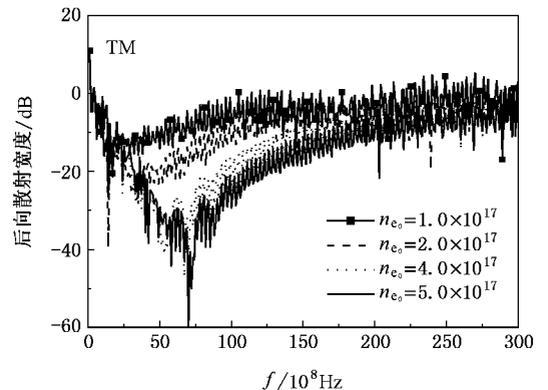


图6 不同等离子体电子浓度时后向散射宽度雷达频率的分布

等离子浓度的增大,等离子体对电磁波的吸收越强,并且吸收带宽越宽.这主要是因为随着等离子体电子密度的增大,电子和其粒子之间的碰撞越强,从而

导致碰撞吸收越强.另外,由于随着等离子体电子密度的增大,入射波的能进入等离子体的截止频率越高,因此随着等离子体密度的增大,对应于最强吸收

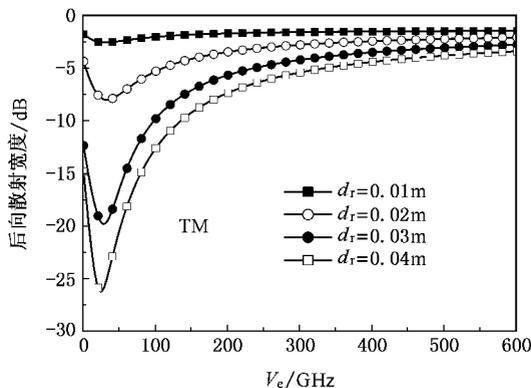


图7 不同涂层厚度时后向散射宽度随等离子体碰撞频率的变化

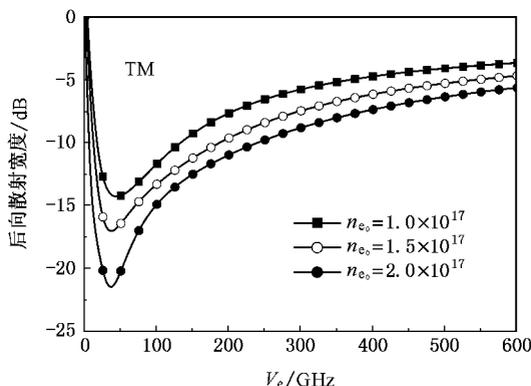


图8 不同电子密度时后向散射宽度随等离子体碰撞频率的变化

处的电磁波频率向高频方向移动.

图7和图8中的参数与图5相同.从图7可以看出随着等离子涂层厚度的增大,吸收特性越明显.但最佳吸收点所对应的碰撞频率并不随涂层厚度的变化而变化.通过图8可以看出,随着等离子体电子密度的增大,等离子体对电磁波的吸收特性越明显,同时还可以看出,最佳吸收点所对应的碰撞频率并不随电子密度的变化而发生明显的变化.图7和图8中的这种现象是因为等离子体对电磁波的共振吸收特性,一般只与等离子体的碰撞频率有关.通过图6,7和8可以看到,等离子体对电磁波的吸收是有选择性的.

5. 结 论

本文基于等效原理和互易性定理给出了平面波/高斯波入射时求解任意二维目标高阶耦合散射场的面积分公式.在求解公式中,只要给出 $i-1$ 散射场和有关目标的等效面电流和(或)面磁流,就可以求解复合目标的第 i 阶散射场.应用本文给出的方法,求解了相互平行等离子体涂层导体圆柱的复合电磁散射场,并将平面波入射时散射宽度的结果同时域积分方程方法得到的结果进行了比较,结果符合得很好,从而验证了本文方法的正确性.同时,还对高斯波束入射时非均匀等离子体涂层导体圆柱的单/双站散射宽度进行了讨论,分析了束腰半径、等离子体密度、碰撞频率和涂层厚度等参量对散射宽度的影响,得到了一些有意义的结论.

[1] Wu Z S, Guo L X 1998 *Progress In Electromagnetics Research*, *PIER* **18** 317
 [2] Zimmermann E, Dandliker R, Souli N 1995 *J. Opt. Soc. Am. A* **12** 398
 [3] Chen H C, Cheng D K 1964 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **12** 348
 [4] Wu X, Wei R 1995 *Radio Sci.* **30** 403
 [5] Wu Z S, Guo L X 1997 *Appl. Opt.* **36** 5188
 [6] Gouesbet G, Grehan G, Maheu B 1990 *J. Opt. Soc. Am. A* **7** 998
 [7] Doicu A, Wriedt T 1997 *Appl. Opt.* **36** 2971
 [8] Wang N 1985 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **33** 960
 [9] Sarabandi K, Polatin P 1994 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **42** 510

[10] Li S Q, Fang J, Wang W B 1998 *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing* **36** 1981
 [11] Chiu T C 1998 *Ph. D. Dissertation* (University of Michigan, Ann Arbor)
 [12] Kong J A 2000 *Electromagnetic Wave Theory* (New York: Wiley & Sons)
 [13] Laroussi M 1993 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **24** 366
 [14] Liu S B, Mo J J, Yuan N C 2002 *Int. J. Inf. MM Waves* **23** 1803
 [15] Tang D L, Sun A P 2003 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **31** 405
 [16] Vidmar R J 1990 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **18** 733
 [17] Tang D L, Sun A P, Qiu X M 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1724 (in Chinese) [唐德礼、孙爱萍、邱孝明 2002 物理学报 **51** 1724]
 [18] Su W Y, Yang J, Wei K et al 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 3102 (in Chinese) [苏伟仪、杨涓、魏昆等 2003 物理学报 **52** 3102]

- [19] Song F L , Cao J X , Wang G 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1110 (in Chinese) [宋法伦、曹金祥、王 舸 2004 物理学报 **53** 1110]
- [20] Chang Y , Harrington R F 1977 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **25** 789
- [21] Wang M G 1994 *Geometrical Theory of Diffraction* (Xi 'an : Xidian University Press)
- [22] Ruck G T 1970 *Radar Cross Section Handbook* (New York : Plenum press)

Electromagnetic scattering of plane wave/Gaussian beam by parallel cylinders^{*}

Wang Yun-Hua[†] Guo Li-Xin Wu Zhen-Sen

(School of Science , Xidian University , Xi 'an 710071 , China)

(Received 15 March 2006 ; revised manuscript received 21 June 2006)

Abstract

Based on the equivalence principle and the reciprocity theorem , the multiple scattering up to N th-order by N parallel 2-D targets arbitrarily located in a plane wave/Gaussian beam is considered. The first-order solution can easily be obtained by calculating the scattered field from isolated targets. However , due to the difficulty in formulating the couple scattered field , it is almost impossible to find an exact analytical solution for the higher order scattered field. In order to overcome this difficulty , the composite scattering field is studied by employing the technique based on the reciprocity theorem and the equivalence principle and a surface integral solution up to N th-order is obtained. To evaluate the i th order scattering field , only the $i - 1$ th order scattered field from scatterers and the equivalent surface electric and/or magnetic current density induced by the incident wave are required. Using the approach proposed in this paper , the bi- and mono-static scattering width of the incident field by parallel adjacent inhomogeneous plasma-coated conducting cylinders is calculated and the dependence of attenuation of the scattering width on the thickness of the coated layer , the electron number density , the collision frequency and the radar frequency is discussed in detail.

Keywords : reciprocity theorem , equivalence principle , plasma-coated cylinders , plane wave/Gaussian beam

PACC : 4110H , 4120

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No.60571058) , the National Defense Foundation of China and the Graduate Innovation Fund , Xidian University .

[†] E-mail : wyh78917@yahoo.com.cn