

相反拓扑指数的 Laguerre-Gaussian 模的产生和模间相互作用的实验研究*

张晓波¹⁾ 张 巍¹⁾ 舒方杰¹⁾ 李永平^{1)†}

1) 中国科学技术大学物理系, 合肥 230026)

2) 安徽省光电子技术重点实验室, 合肥 230026)

(2006 年 4 月 5 日收到, 2006 年 5 月 15 日收到修改稿)

实验研究了带有相反拓扑指数的 Laguerre-Gaussian (LG) 模间的相互作用, 发现含有相反拓扑指数的两个 LG 模在传播过程中其光场发生变化, 观察到随着传播距离的增加, 两个 LG 模的中心位相奇点会逐渐连成为一个弧形暗线形状, 实验上验证了带有相反拓扑指数的光学涡流中的螺旋位错在传播过程中会演变为边位错这一理论结果.

关键词: Laguerre-Gaussian (LG) 模, 光学涡流, 拓扑指数, 位错

PACC: 4240E, 4225, 6170G, 4290

1. 引 言

含有拓扑位相奇点的光束具有一系列独特的物理特性, 因而在激光光学、光信息处理、微粒波导、同位素分离、微电子和材料科学以及生物医学、原子光学、分子光学等领域有广泛的应用价值^[1-3]. Laguerre-Gaussian (LG) 光束做为一种有螺旋位相位错的光束在近年来备受研究^[4].

一般认为拓扑波前位错分为两类^[1]: 螺旋位相位错和边位错. 螺旋位相位错又称为光学涡流, 围绕位相奇点, 光场呈现螺旋波前特性; 在奇点处, 光场位相无定义而振幅为零, 奇点级数与其符号之积称为光学涡流的拓扑指数, 表征涡流的角动量, LG 模就是一种典型的光学涡流. 边位错是指在与波传播方向相垂直平面上光波位相沿一条线突变 π , 高斯-厄米模 $HG_{1,0}$ 是边位错最简单的例子. 这两类拓扑波前位错都可通过计算机理作全息位相掩模技术产生^[5]. 典型的光学涡流表现在波前平面上其强度中心为暗斑, 而边位错则呈现为波前平面上出现暗弧型.

Molina 研究了梯度折射率介质中带有相同或相反拓扑指数的光学涡流动力学行为^[3]; Pyragaitė 讨

论了背景为一个涡流的高斯光场时涡流间的相互影响^[6]; Rozas 等对在同一高斯背景光束中的两个涡流之间的相互作用做了深入研究^[7,8], 发现在线性介质内带有相同拓扑指数的光学涡流间的相互作用使得涡流在传播过程中发生平移或转动现象; 近来董亮伟报道了在线性介质内带有相反拓扑位相指数的光学涡流间的相互作用^[4]. 最近, 利用计算全息的方法制作 LG 模的方法得到了应用^[9]. 然而, 实验上对光学涡流对间的相互作用却一直未见报道.

本文通过计算机设计和制作全息位相片, 在实验中实现线性介质中带有相反拓扑指数的两个 LG 模在传播一定距离后, 原有的螺旋位错消失, 而产生了新的位错——边位错; 同时, 整个光场随着传播距离的增大, 逐渐破裂为两部分^[4]. 利用制作的全息位相片, 通过实验证明了以前发表的论文中关于光学涡流的数值模拟结果的正确性.

2. LG 模产生的原理和全息光栅的制作

由于 LG 模中的螺旋位相结构, LG 模也被称为光学涡流. LG 模的复振幅在柱坐标系里也可以表达为 $A(r)\exp(il\theta)$, 与柱坐标中的光学涡流的表达式相同, 其中 $A(r)$ 为涡流场振幅, l 是一非零整数, 为

* 国家自然科学基金(批准号: 10274078)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: liyp@ustc.edu.cn

光学涡流的拓扑指数即 LG 模的阶数.

全息图是目的光与参考光干涉图样的记录,为在实验上产生 LG 模,我们采用目的光为一阶的 LG 模.考虑到 LG 模具体表达式较为复杂,可对其进行了一定的简化^[5],具有位相奇点的沿 z 方向传播的 LG 模目的光表达式为^[10]

$$E(r, \theta, z) = E_0 \exp(iq\theta) \exp(-ikz), \quad (1)$$

式中 q 对应于 LG 模式中的角量子数为 l 的拓扑指数,本文制作参数取为 ± 1 .

为制作 LG 模全息光栅,需要加入参考光.一般的,可选择参考光位于 xz 平面内且传播方向与 z 轴成一定角度的平面波 u (将 y 方向看为对称),其数学表达式如下:

$$u = \exp(-ik_x x - ik_z z), \quad (2)$$

就在 $z = 0$ 平面可以得到两束拓扑指数相反($q = \pm 1$)的 LG 模光于参考光束的相干图样的表达式

$$I = 2E_0 \cos(k_x x - q_1 \theta_1) + 2E_0 \cos(k_x x - q_2 \theta_2), \quad (3)$$

式中 $q_1 = 1$ 和 $q_2 = -1$.

由干涉图样决定的全息光栅的周期为 $\Lambda = 2\pi/k_x$. 这时周期透过率函数 $T(x)$ 可以用 Fourier 级数表示:

$$T(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} A_n \exp(i2n\pi x/\Lambda), \quad (4)$$

式中 $A_n = \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} T(x) \exp(-i2n\pi x/\Lambda) dx$, A_n 是 n 级衍射的振幅.

可把 $T(x)$ 简化为闪耀型光栅的透过函数

$$T(x) = \exp[im \text{Mod}(x, \Lambda)], \quad (5)$$

其中 m 是位相调制的振幅且 $\text{Mod}(a, b) = a - b \text{Int}(a/b)$

(3) 式的强度分布简化为

$$I = \text{Mod}(q_1 \theta_1 - kx, 2\pi) + \text{Mod}(q_2 \theta_2 - kx, 2\pi). \quad (6)$$

图 1 给出了对(6)式采用计算全息方法制作的带有相反拓扑指数的位相型光栅,像素分辨率位 4096×2732 .

显然图中所示的全息光栅结构与文献[9]制作的单 LG 模区别在于中心处出现了两个相反方向的叉形结构,而这种叉形结构的位置对应着拓扑指数分别为 ± 1 两个光学涡流中心位置^[9].

把图 1 上的图像通过特殊的胶片记录器^[11] (Agfa plus II 刻录机, 4096×2732 像数对应 $35 \text{ mm} \times$



图 1 全息光栅中心区域的局部放大图

23 mm 型号胶片)直接刻录在反转胶片上(Kodak Ektachrome Professional 100 反转片),计算可得胶片上的光栅模式.图 1 中光栅周期 $\Lambda \approx 100 \mu\text{m}$. 反转胶片刻录并且冲洗后,用电子曝光箱(QH-6 型)把全息干板(天津 I 号干板)覆盖在胶片上对其进行曝光等操作,其操作流程如表(表 1). 实验中为提高衍射效率最后对光栅进行了漂白.漂白剂选为使光栅衍射效率较高的配方:1.8 g 重铬酸钾,1 ml 的浓硫酸,4 g 的溴化钾.把它们依次溶解于温度不高于 40°C 的蒸馏水中并加至 1 L. 经过表 1 所示流程,最后得到几乎完全透明的位相型光栅.

表 1 冲洗和漂白流程

顺序	步骤	材料	时间
1	曝光	Kodak Ektachrome Professional 100 反转片	6 s, 中强光
2	显影	(KodakD-19)显影剂	4 min
3	冲洗	纯净水	1 min
4	定影	(KodakF-5)定影剂	4 min
5	冲洗	纯净水	1 min
6	漂白	(所用配方上文中已给出)	5 min
7	冲洗	纯净水	1 min
8	增透	10%的乙醇溶液	10 min
9	凉干		20 min

3. 实验结果

用 He-Ne 激光器产生的高斯基模光束垂直照射光栅.激光口径约 1.5 mm,调节光栅的位置使得光栅的两处叉形奇点处于激光口径内,黑白 CCD 在光栅后记录了高斯基模光从全息位相光栅后出射的光场.图 2 为高斯基模光束通过全息光栅后在不同距离处用黑白 CCD 记录的光场.

图 2(a)为在全息光栅的 2 cm 处的光场分布,可

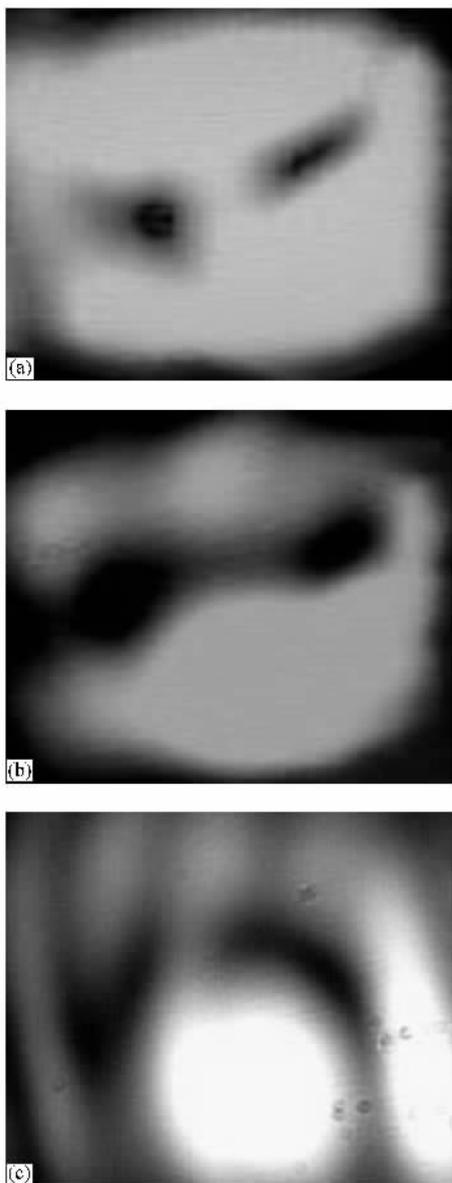


图2 (a)距离光栅 2 cm 处的衍射光强分布 (b)距离全息光栅 20 cm 处的衍射光强分布 (c)距离全息光栅 50 cm 处的衍射光强分布

以看到在其光场中有两个小暗点,这个两个暗点为两束拓扑指数为 ± 1 的 LG 模的中心 (b)图中记录的是在两束拓扑指数为 ± 1 的 LG 模传播了 20 cm 后的光场分布,图中可清晰的看到两个暗点之间已经形成一条较模糊的弧线,比较图 2(a)(b)两图可以得出在 (b)图中两个暗点已经变大,并且暗点之间光场已经明显变弱,由此证明在光束传播中, LG 模的螺旋位相在传播过程中相互作用,并且开始向边位错过渡 (c)图在中心可以看到较为明显的暗线,两个暗点已经被拉伸变成弧状暗线并且把衍射光场

分成两个部分,由于实验条件的限制图像不如理论模拟计算的那样规则.

4. 实验结果的理论分析和讨论

用高斯基模入射,并且使光束的束腰刚好与光栅平面重合,则紧贴光栅后表面光为

$$\tilde{U}(r, \theta, z = 0_+) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{w_0} \times \exp\left[-\frac{r^2}{w_0^2}\right] \mathcal{T}(r, \theta), \quad (7)$$

式中 $\mathcal{T}(r, \theta)$ 为全息光栅的透过函数,由于 $\{LG_p^l\}$ 可组成一组正交完备基,可将 (7) 式按正交完备基 $\{LG_p^l\}$ 展开,则任意基 LG_p^l 所占的比重为

$$a_p = \left| \int \tilde{U}(r, \theta, 0_+) LG_p^l \exp\left[-i \frac{2\pi}{\Lambda} r \cos\theta\right] \right|^2 = \left| \int \int \tilde{U}(r, \theta, 0_+) \left[LG_p^l(r, \theta) \times \exp\left[-im \frac{2\pi}{\Lambda} r \cos\theta\right] \right]^* r dr d\theta \right|^2 = \begin{cases} 0, & l \neq \text{光栅位错阶数}, \\ \left[\sqrt{\frac{p!}{(p+l)!}} \frac{l}{2} \frac{\Gamma(p+l/2)}{p!} \right]^2, & l = \text{光栅位错阶数}. \end{cases} \quad (8)$$

通过上述公式分析可知当基模的高斯光通过设计的光栅后出射光场的一阶中会存在两个一阶 LG 占大部分的非纯 LG 模,由此证明了在传输过程中(即离开光栅以后的),两个非纯的 LG 模叠加并且相互作用.

事实上,介质中光学涡流或孤子的动力学行为由非线性薛定谔方程确定^[12],即

$$-2ik \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) + \nabla_{\perp}^2 u + 2k^2 (n_2 E_0^2 / n_0) |u|^2 u = 0, \quad (9)$$

式中, u 为光场包络; $\nabla_{\perp}^2 = (1/r) \mathcal{L}[\partial/\partial r (r \partial u/\partial r)] + (1/r^2) \mathcal{L}[\partial^2 u/\partial \theta^2]$ 为柱坐标系中横向拉普拉斯算子. 将简化的 LG 模表达式代入 (9) 式可得如下耦合方程组:

$$-\partial s/\partial z + k_{\perp} \cdot k_{\perp} = \nabla_{\perp}^2 \rho^{1/2} / \rho^{1/2}, \quad (10)$$

$$(1/2) \partial \rho / \partial z + \nabla_{\perp} \cdot (\rho k_{\perp}) = 0, \quad (11)$$

其中 $k_{\perp} = -\nabla_{\perp} s$ 为横向波矢, s 代表光场位相, $\rho = |u|^2$ 为光场强度, $P = 2\rho^2$. 由上面方程组通过数值模拟(将另文发表)可看出,涡流传播的动力学行为由

光场的振幅(强度)梯度即 $\nabla_{\perp} \cdot (\rho k_{\perp})$ 和位相梯度共同决定^[13, 14]. 同时由于其拓扑指数相反则存在涡流间相互作用的“吸引力”, 使得两个涡流不断在切线方向上被拉伸, 最终两个螺旋位错消失而产生一个新的位错——边位错^[4]. 这个现象在图 2(a)(b), (c)中可以清楚地看到. 我们的结果在实验上证明了两个一阶相反拓扑指数的 LG 模间相互作用的理论和数值分析结论.

5. 结 论

通过计算全息方法, 我们在实验上成功的制作

除了能够同时产生两个 LG⁺¹模的全息光栅, 并且观察到了和这两个模在传输过程中相互作用的过程. 结果表明: 当两涡流在拓扑指数相反时, 涡流间的相互作用使得整个光场产生不稳定性, 原有的螺旋位错消失, 产生了一个新的位错——边位错, 并且在此过程中光场能量分布发生改变. 本文结果和理论分析符合较好. 本实验结果可能会在光学俘获、生物研究等方面得到应用, 并为进一步利用 LG 模提供了实验依据和指导.

-
- [1] Kivshar Y S , Ostrovskaya E A 2001 *Opt. Pho. News* , April , 26
- [2] Knill E , Laflamme R , Milburn G J 2001 *Nature (London)* **409** 46
- [3] Molina-terriza G , Torres J P , Torner L 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 013601
- [4] Dong L W , Ye F W , Wang J D , Li Y P 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3353 (in Chinese) [董亮伟、叶芳伟、王建东、李永平 2004 物理学报 **53** 3353]
- [5] Heckenberg N R , McDuff R , Smith C P , White A G 1992 *Opt. Lett.* **17** 221
- [6] Pyragaitė V , Stabinis A 2002 *Opt. Commun.* **213** 187
- [7] Rozas D Swartzlander G A 1997 *J. Opt. Soc. Am. B* **14** 3054
- [8] Rozas D Swartzlander G A 2000 *Opt. Lett.* **25** 126
- [9] Ye F W , Li Y P 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 328 (in Chinese) [叶芳伟、李永平 2003 物理学报 **52** 328]
- [10] He H , Heckenberg N R , Rubinsztein-Dunlop H 1995 *Journal of Modern Optics.* **42** 217
- [11] Arlt J 1999 *Thesis for the degree of Doctor of Philosophy* (School of Physics and Astronomy , University of St. Andrews)
- [12] Kivshar Y S , Nepomnyashchy A 2000 *Opt. Lett.* **25** 123
- [13] Rozas D , Swartzlander G A 2000 *Opt. Lett.* **25** 126
- [14] Rozas D 1999 *Ph. D. thesis* (Worcester Polytechnic Institute , Worcester , MA)

Experimental investigation of interaction of two Laguerre-Gaussian modes carrying opposite topological charges^{*}

Zhang Xiao-Bo¹⁾ Zhang Wei¹⁾ Shu Fang-Jie¹⁾ Li Yong-Ping^{1)†}

1) *Department of Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*

2) *Anhui Key Laboratory of Photoelectric Science and Technology and University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*

(Received 5 April 2006 ; revised manuscript received 15 May 2006)

Abstract

The interaction of two Laguerre-Gaussian (LG) modes carrying opposite topological charges in a linear medium is investigated experimentally. The changes of diffractive pattern are observed when these two LG modes propagate, and a dark arc happens by the central dark particles of the two LG modes joining together in case the interaction of two LG modes carrying opposite topological charges propagate in a linear medium. This experimental phenomenon proves that the screw phase dislocations evolve into a new type of dislocation—edge phase dislocation with the optical field propagating.

Keywords : Laguerre-Gaussian mode, optical vortex, topological charges, dislocation

PACC : 4240E, 4225, 6170G, 4290

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10274078).

[†] Corresponding author. E-mail : liyp@ustc.edu.cn