

# 共振光子晶体中 Laue 孤子传播的动力学行为<sup>\*</sup>

薛春华<sup>1)</sup> 周 骏<sup>1)†</sup> 祁义红<sup>1)</sup>

1) 江苏大学机械工程学院光信息科学与技术系, 镇江 212013

2) 宁波大学理学院光学研究所, 宁波 315211

(2006 年 5 月 5 日收到, 2006 年 5 月 24 日收到修改稿)

从理论上研究了 Laue 孤子传播的动力学行为, 并通过数值模拟验证了这些行为. 结果表明, 由于非线性衍射, 入射脉冲会分裂产生四种模式, 其中产生的 Laue 孤子的传播行为与一般共振介质中孤子的传播行为相似.

关键词: Laue 孤子, 共振光子晶体(RPC), 自感应透明效应

PACC: 4265S, 4265G

## 1. 引 言

近年来, 关于光子晶体中光与介质相互作用方面的研究一直是一个活跃的研究领域<sup>[1-3]</sup>. 光子晶体是一种周期性调制的一维、二维或三维结构, 正是由于这种周期性结构导致了一个完全的光子禁带, 当仅考虑线性作用时光无法在该禁带内传播<sup>[4,5]</sup>. 然而当考虑到相互作用的非线性时, 光子晶体中的电磁场分布将有显著不同. 在由二能级原子系统构成的一维共振光子晶体中, 已有研究表明, 由于非线性共振使结构在共振场出现自感透明效应<sup>[6]</sup>, 导致了间隙孤子产生并能够在光子禁带中传播<sup>[7-12]</sup>. 间隙孤子是由一维光子晶体分界面的 Bragg 正反射时两个反方向传播的 Bloch 模式耦合而成的. 但我们也可以考虑其他的 Bragg 衍射方案, 比如 Laue 非线性衍射<sup>[13]</sup>. 该方案中输入脉冲沿着与倒格矢成一定角度的方向输入, 从而使耦合衍射波能够在介质中传输而不会在分界面受到强烈反射, 因为与倒格矢垂直的方向并没有光子禁带存在. 本文将就一维光子晶体中 Laue 孤子传播的动力学行为展开研究.

## 2. 理论研究

在多维共振光子晶体中, 可以使用半经典的

Maxwell-Bloch 方程组推导出 Bragg 衍射中两列非相反传输波的二波方程<sup>[13-15]</sup>. Maxwell-Bloch 方程组描述了包括 Bragg 正反射和 Laue 衍射中光与介质的相互作用. 在精确满足 Bragg 条件  $d = \lambda$  ( $d$  为光子晶体周期,  $\lambda$  为输入脉冲波长) 的假设前提下, 可利用二波近似对准单色场进行定义:

$$E(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} [E_0(\mathbf{r}, t) \exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - i\omega t) + E_h(\mathbf{r}, t) \exp(i\mathbf{k}_h \cdot \mathbf{r} - i\omega t)] + \text{c.c.} \quad (1)$$

在慢变振幅近似下可以得到光脉冲与介质相互作用的 Maxwell-Bloch 方程组<sup>[13]</sup>

$$\begin{aligned} c \frac{\partial \Omega_0(\mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{k}_0} + \frac{\partial \Omega_0(\mathbf{r}, t')}{\partial t} &= \tau_c^{-2} R(\mathbf{r}, t'), \\ c \frac{\partial \Omega_h(\mathbf{r}, t')}{\partial \mathbf{k}_h} + \frac{\partial \Omega_h(\mathbf{r}, t')}{\partial t} &= \tau_c^{-2} R(\mathbf{r}, t'), \\ \frac{\partial R(\mathbf{r}, t')}{\partial t} &= n(\mathbf{r}, t') [\Omega_0(\mathbf{r}, t') + \Omega_h(\mathbf{r}, t')], \\ \frac{\partial n(\mathbf{r}, t')}{\partial t'} &= -\text{Re}\{R^*(\mathbf{r}, t') \\ &\quad \times [\Omega_0(\mathbf{r}, t') + \Omega_h(\mathbf{r}, t')]\}, \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $\Omega_{0,h} = (2\mu/\hbar)E_{0,h}$  为相应方向 Bloch 波的振幅包络, 且恒有  $\partial \Omega / \partial \mathbf{k} \equiv (\partial \Omega / \partial \mathbf{r}) \times (\mathbf{k}/k)$ ;  $R$  为共振极化强度,  $n$  为反转粒子密度;  $\tau_c = (8\pi\epsilon T_1/3c_0\sigma\lambda_0^2)^{1/2}$  为结构中光子寿命,  $T_1 = 3\hbar c_0^3/4\omega^3\mu^2$  为原子激发态寿命;  $\sigma$  为共振层二能级原子密度,  $\mu$  为偶极跃迁矩阵元,  $\epsilon$  为介电常数,  $c = c_0/\epsilon^{1/2}$  为介质中光速.

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 10574058), 联合国教科文组织第三世界科学院基金(批准号: 01-137RG/PHYS/AS), 江苏大学科研基金(批准号: 04JDC041)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: ejzhou@yahoo.com.cn

方程组(2)通过描述 Bloch 矢量  $\{\text{Re } R, \text{Im } R, n\}$  在角速度  $\Omega = \Omega_0 + \Omega_h$  下的旋转,给出了在多维光子晶体中非线性二波 Bragg 衍射条件下的光场与共振原子系统之间的空间-时间动力学行为.并且,它们可以解决更普遍的非线性衍射问题.

下面考虑一维光子晶体中 Laue 方案下的非线性衍射,见图 1.假定一维光子晶体由周期性交替分布的二能级原子层组成.由于入射波在晶面上发生 Laue 衍射,从而使衍射波产生了耦合.本文考虑对称衍射方案:  $\Psi = \Phi$ , 以及场分布在  $y$  轴方向是均匀的,从而有  $\partial\Omega_{0,h}/\partial y = 0$ .

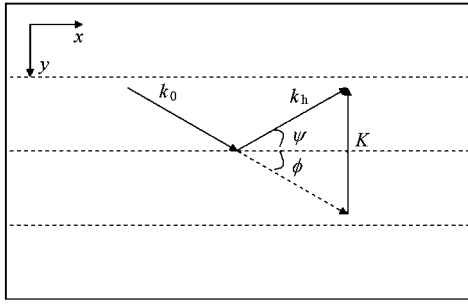


图 1 光脉冲在一维光子晶体介质层间晶面的 Laue 衍射( $k_0$  和  $k_h$  分别为入射波矢和衍射波矢,且  $|k_0| = |k_h|$ .  $K$  为晶体的倒格矢.  $\psi$  和  $\phi$  为波矢与传播轴  $x$  轴的衍射角)

同时,将方程组(2)进行归一化处理:令  $t = t'/\tau_c$  以及  $x = x'/c\tau_c$ , 在以上假设下可将方程组(2)化为

$$\begin{aligned} \cos\phi \frac{\partial\Omega_0}{\partial x} + \frac{\partial\Omega_0}{\partial t} &= R, \\ \cos\phi \frac{\partial\Omega_h}{\partial x} + \frac{\partial\Omega_h}{\partial t} &= R, \\ \frac{\partial R}{\partial t} &= n(\Omega_0 + \Omega_h), \\ \frac{\partial n}{\partial t} &= -\text{Re}[R^*(\Omega_0 + \Omega_h)]. \end{aligned} \quad (3)$$

由于 Bloch 角  $\theta(x, t) = \int_{-\infty}^t [\Omega_0(x, t') + \Omega_h(x, t')] dt'$ , 有  $R = -\sin\theta$ ,  $n = -\cos\theta$ , 从而(3)式可化为关于 Bloch 角  $\theta(x, t)$  的方程

$$\cos\phi \frac{\partial^2\theta}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} = -2\sin\theta, \quad (4)$$

这是一个 sine-Gordon 方程,存在孤子解

$$\begin{aligned} \Omega(x, t) &= \Omega_0 + \Omega_h = 2\tau_p^{-1} \text{sech}[(t - x/v_p)/\tau_p], \\ n &= -1 + 2\text{sech}^2[(t - x/v_p)/\tau_p], \end{aligned} \quad (5)$$

式中  $v_p = \cos\phi/(1 + 2\tau_p^2)$  为脉冲速度,  $\tau_p$  为脉冲持续时间,以  $\tau_c$  为单位.

我们再定义  $\Omega^- = \Omega_0 - \Omega_h$ , 可由方程(3)得到

$$\cos\phi \frac{\partial\Omega^-}{\partial x} + \frac{\partial\Omega^-}{\partial t} = 0, \quad (6)$$

这是一个波动方程,存在行波解

$$\Omega^- = \Omega^-(x - t \cdot \cos\phi), \quad (7)$$

则  $\Omega^-$  在结构中的传播速度为  $\cos\phi$ .

由(5)和(7)式可得到二波的解

$$\begin{aligned} \Omega_0 &= \tau_p^{-1} \text{sech}[(t - x/v_p)/\tau_p] \\ &\quad + (1/2)\Omega^-(x - t \cdot \cos\phi), \\ \Omega_h &= \tau_p^{-1} \text{sech}[(t - x/v_p)/\tau_p] \\ &\quad - (1/2)\Omega^-(x - t \cdot \cos\phi). \end{aligned} \quad (8)$$

结果发现,  $\Omega_0$  和  $\Omega_h$  均分裂成了两个波: 一个完全相同的双曲正割孤子, 和一个振幅相反的行波. 由(7)式及(5)式可知, 若(6)式中的行波  $\Omega^-$  存在非零稳定解, 则其必为正割孤子解的形式, 但其速度为  $\cos\phi$ . 由脉冲速度的表达式得知其脉冲持续时间为 0. 而这是不可能的. 所以  $\Omega^-$  不存在非零稳定解. 若输入脉冲为双曲正割孤子, 由于波传播的延续性, 我们可以预测  $\Omega^-$  应是以与输入脉冲有着相同的持续时间及  $2n\pi$  的面积的形式进行传播, 并在传播中伴随分裂和变形.

### 3. 计算结果与讨论

本文通过对方程组(3)进行数值计算, 来研究结构中 Laue 孤子传播的详细情况. 在考虑入射脉冲为双曲正割脉冲包络的情况下, 采用时域有限差分法(FDTD 方法)进行数值计算.

#### 3.1. $2\pi$ 面积の入射脉冲

首先考虑  $2\pi$  面积的归一化入射脉冲:  $\Omega_0(x = 0, t) = 2\tau_0^{-1} \text{sech}[(t - t_0)/\tau_0]$ , 其中  $\tau_0 = 0.5$  (以  $\tau_c$  为单位), 以及  $\phi = \pi/6$ .

图 2(a) 和 (b) 分别为  $\Omega_0$  和  $\Omega_h$  的传播图. 可以看到,  $\Omega_0$  和  $\Omega_h$  均分裂为两个场, 即一个线性场和一个 Laue 孤子, 即产生了四种衍射模式.  $\Omega_0$  和  $\Omega_h$  的线性场的传播速度恒定且相同, 均为  $\cos\phi$ ;  $\Omega_0$  和  $\Omega_h$  分裂出的 Laue 孤子的传播速度也恒定且相同, 均为  $(2/3)\cos\phi$ . 线性场的速度要大于 Laue 孤子的速度. 另外, 从图 2(c) 可以看到,  $\Omega_0$  与  $\Omega_h$  中的线性场振幅恰好完全相反, 以致  $\Omega_0 + \Omega_h$  在线性场上的耦合完全为零, 而仅存在一个 Laue 孤子场. 从图 2(d)

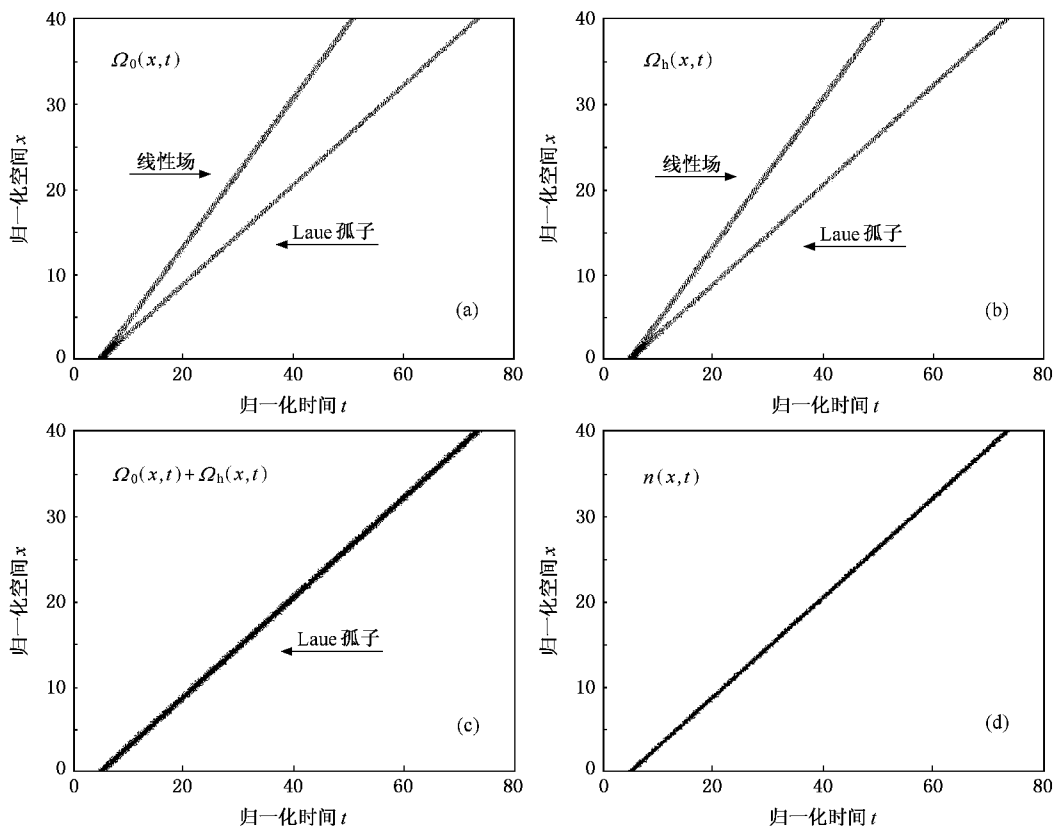


图 2  $2\pi$  面积脉冲在结构中的传输 (a)和(b)对应  $\Omega_0$  和  $\Omega_h$  (c)对应  $\Omega_0 + \Omega_h$  (d)对应  $n$  的等值线图

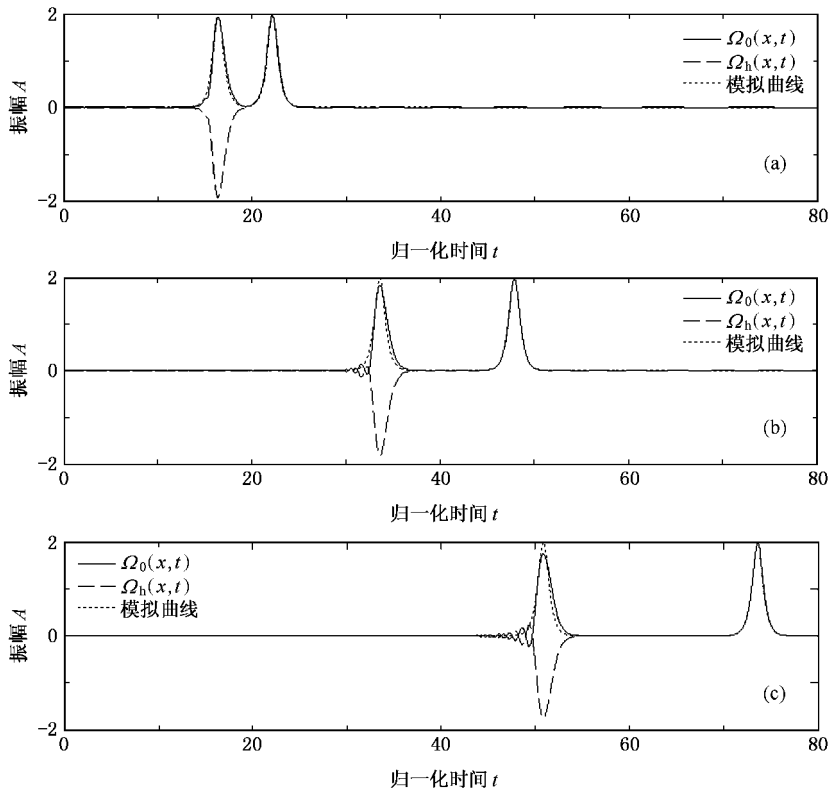


图 3 不同传输距离对应的  $\Omega_0$  和  $\Omega_h$  的时间分布图 (a)对应  $x=10$  (b)对应  $x=25$  和 (c)对应  $x=40$  (图中实线对应  $\Omega_0$ , 长虚线对应  $\Omega_h$ , 短虚线对应双曲正割脉冲的模拟曲线  $\Omega' = A_0 \{ \tau_0^{-1} \text{sech}[(t - t_1)/\tau_0] + \tau_0^{-1} \text{sech}[(t - t_2)/\tau_0] \}$  其中  $A_0 = 1.0$ ,  $\tau_0 = 0.5$ )

可以看到,线性场并不会激发共振原子,而此时 Laue 孤子的运动完全是由二能级原子系统的强烈激发而产生的.

下面再考察脉冲传播过程中的变形情况.

在图 3 的三个图中,Laue 孤子(后一个脉冲)始终与模拟曲线完全重叠,与双曲正割孤子的形状完全一致.然而对线性场(对应前一个脉冲)而言,虽然刚开始时与双曲正割孤子的形状还有较好的相似,但随着传播距离的增大而线性场开始发生变形,脉冲后沿开始变陡,波峰开始变小,并在脉冲后沿伴随分裂.

3.2. 不同面积的入射脉冲

仍考虑双曲正割脉冲: $\Omega_0(x=0,t)=2A_0\tau_0^{-1}\text{sech}[(t-t_0)/\tau_0]$ ,其中  $\tau_0=0.5$ (以  $\tau_c$  为单位),以及  $\phi=\pi/6$ .关于入射脉冲的面积,我们分三个区间段进行计算,即脉冲面积小于等于  $\pi$ (对应  $A_0\leq 0.5$ ),从  $\pi$  到  $3\pi$ (对应  $0.5 < A_0 \leq 1.5$ ),和大于  $3\pi$ (对应  $A_0 > 1.5$ )三种情况.

当脉冲面积小于等于  $\pi$ (即  $A_0\leq 0.5$ )时,经计算发现,脉冲完全被结构吸收,不会产生任何非线性场的传播.

而当脉冲面积在  $\pi$  和  $3\pi$  之间(即  $0.5 < A_0 \leq 1.5$ )时,图 4 给出了 Laue 孤子的脉宽和速度与初始入射脉冲的振幅之间的关系曲线.由图 4 可知,当脉冲面积大于  $\pi$  时,结构中开始出现 Laue 孤子,并且 Laue 孤子的脉宽(持续时间)随着入射脉冲面积的增大而减小.可见,入射脉冲面积大于  $\pi$ ,将产生非线性衍射,同时这也是产生 Laue 孤子的阈值.

另外,当脉冲面积大于  $3\pi$ (即  $A_0 > 1.5$ )时,入射

脉冲将会分裂出两个 Laue 孤子.一个孤子的速度很快,逼近了线性场的速度  $\cos\phi$ ;另一个孤子的速度则相对较慢.若在此设  $A'_0=A_0-1$ ,则慢 Laue 孤子的速度和形态恰好与由  $A'_0$  入射脉冲产生的 Laue 孤子的完全相同.图 5 是对  $A'_0=0.8$  和  $A_0=1.8$  两种情况进行的比较,其结果证实了我们的推测.

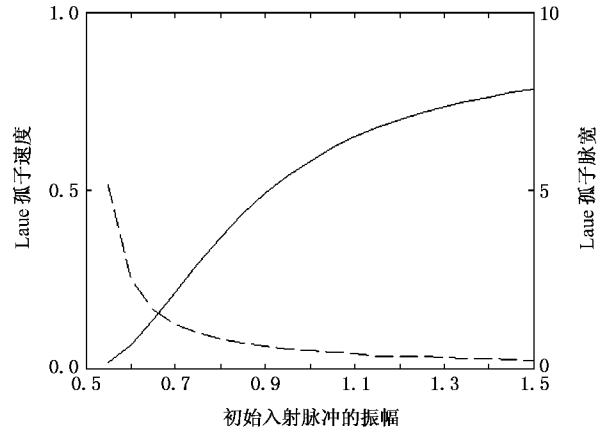


图 4 Laue 孤子的脉宽和速度与初始入射脉冲的振幅之间的关系曲线(实线为速度曲线,虚线为脉宽曲线)

4. 结 论

从上述研究发现,双曲正割脉冲在共振光子晶体中产生的 Laue 孤子的动力学行为与在一般共振吸收结构中产生的孤子的动力学行为是完全一致的.这是由于沿着与倒格矢垂直的方向并没有光子禁带存在.不同的是,在 Laue 衍射方案中,由于输入脉冲是沿着与倒格矢成一定角度输入的,从而在分界面上发生反射,并由此产生了四个衍射模式.首先,有着相反波形的两个线性波能够在结构中传播

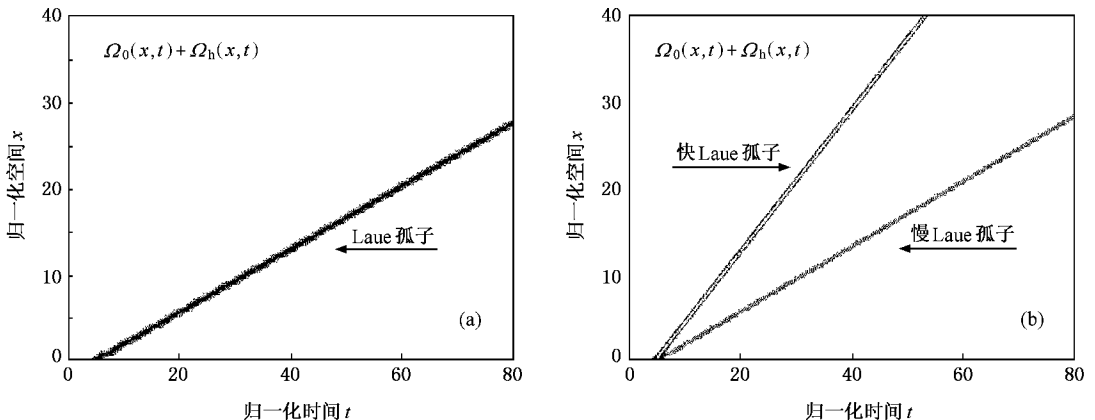


图 5 初始入射脉冲以不同振幅入射时产生的 Laue 孤子比较 (a)对应  $A'_0=0.8$  (b)对应  $A_0=1.8$

而不会被吸收.但是线性波并不具有稳定的形状.最初线性波具有双曲正割脉冲的形状,然而随着传输距离的增大,线性波发生变形,前沿变缓而后沿变陡,振幅下降,并在后沿伴随分裂.其次,由于非线性衍射,脉冲分裂为两个波形相同的 Laue 孤子.由于自感应透明效应,当入射的双曲正割脉冲面积为  $2\pi$

时,Laue 孤子能够在结构中无损传输而不会被吸收.但当入射脉冲面积不是  $2\pi$  时,Laue 孤子的波形将发生变化,即 Laue 孤子在入射脉冲面积小于  $2\pi$  时被展宽而在大于  $2\pi$  时被压缩,并趋于稳定.当入射脉冲面积大于  $3\pi$  时,Laue 孤子还会分裂成两个稳定传输的双曲正割孤子.

- [1] Soukoulis C M (Ed) 1996 *Photonic Band Gap Materials* (Dordrecht: Kluwer Academic) p497
- [2] Tan W H 2000 *Nonlinearity and Quantum Optics* (Beijing: Science Press) p84 [谭维翰 2000 非线性与量子光学(北京:科学出版社)第84页]
- [3] Zhao K, Liu J C, Wang C K, Luo Y 2005 *Chin. Phys.* **14** 2014
- [4] Yablonovitch E 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2059
- [5] John S 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2486
- [6] McCall S L, Hahn E L 1967 *Phys. Rev. Lett.* **18** 908
- [7] Chen W, Mills D L 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 160
- [8] Feng J H, Kneubühl F K 1993 *IEEE J. Quantum Electronics* **29** 590
- [9] Li S M, Wang Q, Wu Z, Wei Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 489 (in

Chinese) [李松茂、王奇、吴中、卫青 2001 物理学报 **50** 489]

- [10] Xiao W N, Zhou J Y, Prineas J P 2003 *Opt. Express* **11** 3277
- [11] Mantsyzov B I, Mel'nikov I V, Aitchison S 2004 *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electronics* **10** 893
- [12] Shao H G, Zhao J, Wu J W, Zhou J Y 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1420 (in Chinese) [邵惠国、赵霁、吴佳文、周建英 2005 物理学报 **54** 1420]
- [13] Mantsyzov B I 2001 *Opt. Commun.* **189** 275
- [14] Mantsyzov B I 1995 *Phys. Rev. A* **51** 4939
- [15] Mantsyzov B I, Silnikov E A 2002 *J. Opt. Soc. Amer. B* **19** 2203

## Propagation dynamics of Laue solitons in a resonant photonic crystal<sup>\*</sup>

Xue Chun-Hua<sup>1)</sup> Zhou Jun<sup>1)†</sup> Qi Yi-Hong<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Department of Optical Engineering, School of Mechanical Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

<sup>2)</sup> Institute of Optics, Faculty of Science, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

(Received 5 May 2006; revised manuscript received 24 May 2006)

### Abstract

When an incident pulse is input obliquely with certain orientation of the reciprocal lattice vector in a resonant photonic crystal, the so-called Laue diffraction will be created. In this paper, the propagation dynamics of Laue solitons is theoretically researched, and is verified through numerical method. The results show that the incident pulse will give rise to four diffracted modes due to the nonlinear diffraction, in which the propagation dynamics of Laue solitons within the structure is similar to that of the solitons in a normal resonant medium.

**Keywords:** Laue soliton, resonant photonic crystal, self-induced transparency

**PACC:** 4265S, 4265G

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10574058), the Third World Academy of Sciences of UNESCO (Grant No. 01-137RG/PHYS/AS), and the Scientific Research Foundation of Jiangsu University (Grant No. 04JDG041).

<sup>†</sup> E-mail: ejzhou@yahoo.com.cn