

# 激光在管道中激发周向导波的有限元模拟<sup>\*</sup>

赵 艳 沈中华<sup>†</sup> 陆 建 倪晓武

(南京理工大学理学院, 南京 210094)

(2005 年 12 月 7 日收到, 2006 年 5 月 22 日收到修改稿)

以超声的热弹激发机理为基础,建立了模拟激光在管道中激发周向导波的有限元模型.为了验证模型的正确性,根据 Gao 等人报道的实验条件 [*J. Appl. Phys.*, 91, 6114 (2002)]进行了模拟.理论模拟结果与 Gao 等人的实验结果符合很好,说明本数值模型的正确性.在此基础上,模拟激光在不同厚度、不同曲率半径的管道内激发的周向导波波形,同时分析了激光在管道中激发的周向导波波形与平板中激发 Lamb 波的差异,以及管道厚度和曲率半径对激光激发周向导波的影响.

关键词:周向导波,激光超声,有限元模拟

PACC: 4337G, 4337D

## 1. 引 言

随着激光超声技术的发展,其在无损检测领域的应用价值越来越受研究者的重视.它可实现非接触超声激发与探测、可一次性激发多种超声模式以及宽带的超声波,这些突出优点是常规的超声技术难以相比的<sup>[1-4]</sup>.近年来,研究者们致力于将激光超声技术应用于管道材料缺陷的检测,这使得管道材料中激光超声的激发、传播及其与缺陷的相互作用问题成了迫切需要解决的基础性问题,这些问题的解决将直接促进管道缺陷超声检测技术的发展<sup>[5-7]</sup>.到目前为止,已报道的绝大多数研究集中于扭曲波、纵振波和弯曲波的研究,而对周向导波及其在管道缺陷检测中的应用研究较少.唯见 Royer 等人<sup>[2]</sup>在实验上采用外差干涉仪探测了 Nd:YAG 激光在硬铝管道中激发的周向导波,并用该方法确定出管道的厚度;Gao 等人<sup>[6]</sup>在实验上研究了 Nd:YAG 激光在铝管道中激发的周向导波及其与缺陷的相互作用规律;以及汤立国等人<sup>[7]</sup>采用本征函数展开法计算了有限长管道中激光激发的超声导波.由此可见,激光在管道内激发超声的理论和实验研究还十分欠缺,管道材料中超声导波的激光的激发、传播及其与缺陷的相互作用是一项迫切需要填补的重要内

容.因此本文从数值计算着手研究管道材料中超声导波的激光的激发与传播问题.

目前,可用于激光超声理论研究的方法主要可以分为两类:半解析方法和数值模拟.半解析方法包括双积分变换法<sup>[8]</sup>、格林函数法<sup>[9]</sup>和本征函数展开法<sup>[10]</sup>等等,这些方法只能处理简单的几何结构,只能得到表面的垂直位移场,另外它们无法考虑材料热物理参数随温度变化.与此相比,数值模拟(如有限元方法<sup>[11]</sup>)具有能灵活处理复杂的几何结构,可得到全场数值解,以及在计算过程中考虑材料热物理参数随温度变化等突出优点.因此,我们选择有限元法研究管道中周向导波的激光激发与传播过程.

## 2. 模型和算法

本文主要讨论热弹条件下脉冲激光光源在管道材料中激发超声导波问题.如图 1 所示,脉冲激光光源沿无线长管道母线垂直照射其外壁,致使管道内部迅速形成温度梯度场,温度梯度场引起材料中的应力分布,从而激发出超声波.整个物理过程可由热传导方程和 Navier-Stokes 方程完整的描述.

在有限元模型中,热传导方程可以写成下面形式:

$$[K] \{T\} + [C] \{\dot{T}\} = \{P_1\} + \{P_2\}, \quad (1)$$

<sup>\*</sup>南京理工大学青年学者基金(批准号: NJUST200503)资助的课题.

<sup>†</sup>通讯联系人, E-mail: shenzh@mail.njust.edu.cn

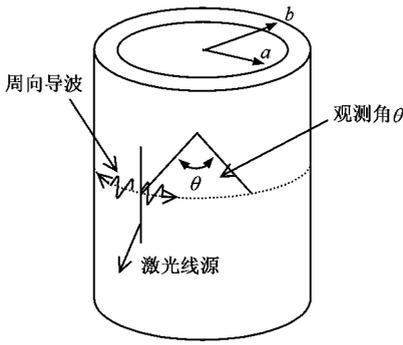


图1 脉冲激光光源在空心管道中激发周向导波的原理图 ( $a$  为管道内半径,  $b$  为外半径,  $h(b = a)$  为管壁厚)

式中  $[C]$  为热容量矩阵  $[K]$  为热传导矩阵  $\{P_1\}$  是热通量矢量  $\{P_2\}$  是热源矢量  $\{T\}$  是温度  $\{\dot{T}\}$  是温度随时间的变化率. 在我们的模型中, 热源矢量取为 0, 而热通量矢量为

$$\{P_1\} = \int_{S_e} [N]^T q dS, \quad (2)$$

式中  $S_e$  为有限元单元的面积  $[N]^T$  为形函数的转置,  $q$  为热通量, 它可表示为

$$q|_{r=b} = I_0 A(T) f(r, \theta, z) g(t), \quad (3)$$

式中  $I_0$  为入射激光的能量,  $A(T)$  是材料的吸收系数  $f(r, \theta, z)$  和  $g(t)$  是脉冲激光的空间和时间分布, 它们分别为

$$f(r, \theta, z) = \frac{1}{a_0 \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{(b\theta)^2}{a_0^2}\right), \quad (4)$$

$$g(t) = \frac{t}{t_0} \exp\left(-\frac{t}{t_0}\right), \quad (5)$$

式中  $a_0$  为脉冲激光的光斑半径,  $t_0$  为激光脉冲的上升时间.

在有限元模型中, 描述应力波产生与传播的 Navier-Stokes 方程可写成

$$[M] \{K\ddot{U}\} + [K] \{KU\} = \{R_{\text{ext}}\}, \quad (6)$$

式中  $[M]$  是质量矩阵  $[K]$  是刚度矩阵  $\{U\}$  是位移矢量  $\{\ddot{U}\}$  是加速度矢量  $\{R_{\text{ext}}\}$  是外力矢量,

$$R_{\text{ext}} = \int_{V_e} [B]^T [D] \{\epsilon_0\} dV, \quad (7)$$

这里  $\{\epsilon_0\}$  是热应变矢量  $[B]^T$  是形函数微分的转置  $[D]$  是材料矩阵. 在求解微分方程 (6) 时, 在管道的内外壁处满足自由边界条件, 即在管道内外壁处所受应力始终为零; 同时方程满足零初始条件, 即在  $t = 0$  时刻, 各点的位移为零.

此外, 设计有限元算法的一大关键问题是确定

有限元网格的大小和迭代计算的时间步长, 它们直接影响数值计算的准确性和稳定性. 由文献 [12] 可知, 有限元网格的大小和迭代的时间步长可根据下式选取:

$$L_e \leq \frac{1}{10} \frac{C}{f_{\text{max}}}, \quad (8)$$

$$\Delta t \leq \frac{L_e}{C\sqrt{3}}, \quad (9)$$

式中  $L_e$  为有限元网格大小,  $\Delta t$  为迭代计算的时间步长,  $C$  为材料中纵波的速度,  $f_{\text{max}}$  为激光超声的最高频率, 它可根据下式估算 [13]:

$$f_{\text{max}} = \frac{2\sqrt{2}C}{\pi r_0}, \quad (10)$$

式中  $r_0$  是入射激光的光斑半径.

根据上述选择标准, 在保证计算准确和稳定性的前提下, 选取有限元网格的大小和迭代计算的时间步长分别为  $40 \mu\text{m}$  和  $2 \text{ ns}$ , 足以满足上述要求.

### 3. 典型计算和讨论

为了验证所建有限元算法的正确性, 选择 Gao 等人在文献 [6] 的实验条件为我们的数值计算条件, 并将我们的数值计算结果与 Gao 等人的实验结果进行比较, 以此说明本文所建有限元算法的正确性. 图 2 给出了在观测角  $\theta = 90^\circ$  处管道外壁的垂直位移随时间的变化曲线. 从图中可以看到, 首先到达的探测点的是振幅较低的  $S_0$  对称模态, 然后才是大振幅的  $A_0$  反对称模态. 在  $S_0$  和  $A_0$  模态之间还有一个小的波包出现, 根据其出现的时间位置, 我们认为它是  $A_1$  模态. 此数值计算结果与 Gao 等人得到的实验波形相比, 无论是信号波形, 还是不同模态的到达时间和相对幅值都符合得很好, 这充分说明了本文所建有限元算法和程序的正确性.

在验证了模型和算法正确性的基础上, 我们计算了激光光源在外径  $b = 10 \text{ mm}$ 、厚度  $h = 0.5 \text{ mm}$  的铝管道中激发的周向导波波形. 计算中, 所采用铝管道的热物理参数和力学参数详见文献 [14, 15]. 图 3 给出了在观测角  $\theta = 90^\circ$  处管道内壁、中心和外壁的垂直位移波形. 比较图中曲线很容易发现, 在内外壁处  $S_0$  模态的位移相对于中心面对称, 而在内外壁处  $A_0$  模态的位移完全相同. 由此可见, 管道中周向导波的  $S_0$  模态是对称模态, 而  $A_0$  模态是反对称模态.

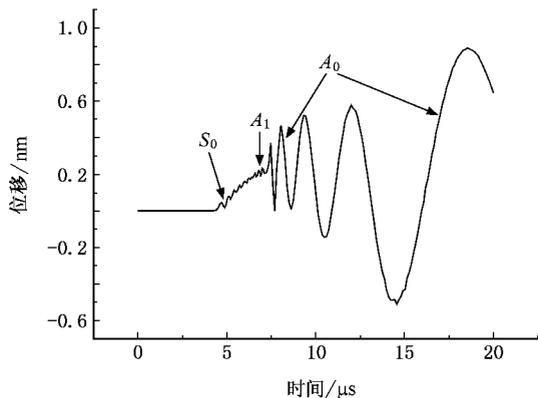


图 2 在观测角  $\theta = 90^\circ$  处管道(外径  $b = 15 \text{ mm}$  ,厚度  $h = 0.5 \text{ mm}$  )外壁上的导波波形

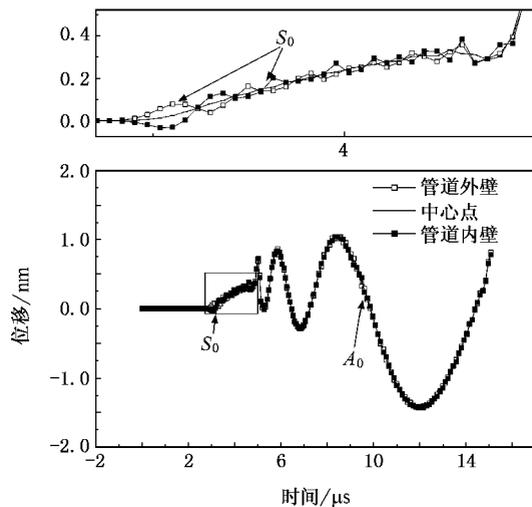


图 3 外径  $b = 10 \text{ mm}$  ,厚度  $h = 0.5 \text{ mm}$  的管道外壁、中心和内壁处的导波波形

从图 3 可以清楚地看到 :在  $S_0$  模态的持续时间内 ,管内外壁中心点的位移并不等于零 .仔细观察图 3 中的曲线 ,我们还发现 :在内外管壁的位移场中除了  $S_0$  模态引起的位移之外 ,还包含了一个附加位移场 ,这是一个低频的位移场 ,从波形上估算其频率在几十 kHz .事实上 ,在  $S_0$  模态之后的  $A_0$  模态持续时间内 ,也同样叠加了这样一个低频的位移场 .这是管道中周向导波和平板中 Lamb 波的最显著区别 .事实上 ,在 Gao 等人<sup>[6]</sup>的实验结果中同样包含了这一低频的位移场 ,但是他们并没有注意到这一现象 .在图 4 中 ,我们给出了外径  $b = 15 \text{ mm}$ 、厚度  $h = 0.5 \text{ mm}$  的铝管道中激光激发的周向导波波形(观测角  $\theta = 90^\circ$ )和相同厚度、相同传播距离(23.56 mm)处薄板内的 Lamb 波形 .从图中可以看出两者的主要差异在于管

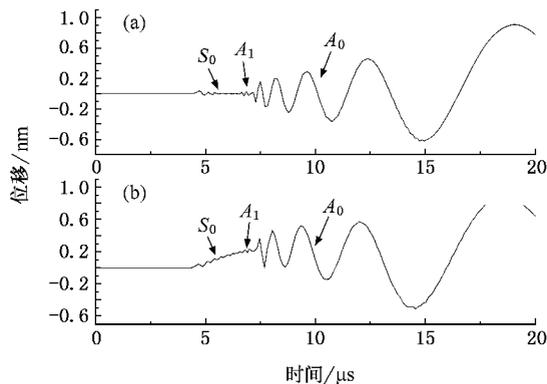


图 4 在相同的厚度的铝管道和薄板中激发的导波和 Lamb 波经相同的传播距离(23.56 mm)后的波形 (a)平板 (b)相同厚度的铝管道

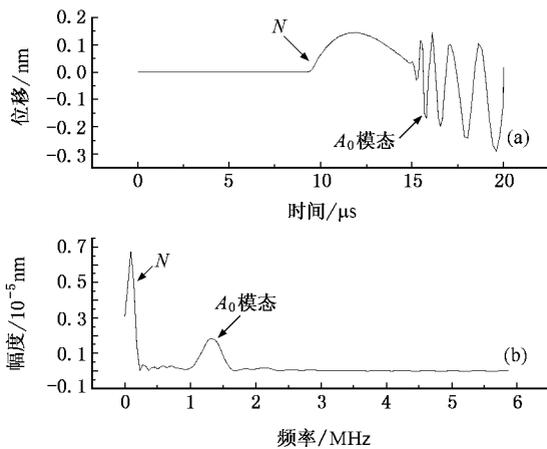


图 5 在观测角为  $180^\circ$  处管壁中心点的导波波形及其对应的频谱图(外径  $b = 15 \text{ mm}$  ,厚度  $h = 0.5 \text{ mm}$  )

道中激光激发的周向导波波形中存在一个低频的位移场 .图 5 给出了在观测角为  $180^\circ$  处管壁中心点的位移场及其对应的频谱图 .从图中曲线 ,可以清晰地看到这一低频的位移场(图中用  $N$  标志) ,从频谱图上看它的中心频率约为 90 kHz .从图 5 中曲线的变化趋势 ,可以预测到这一低频场不仅存在于在  $S_0$  模态的持续时间内 ,也存在于  $A_0$  模态的持续时间内 ,而且呈现准周期性(位移值有正负的准周期变化) ,因此这一低频位移场不可能是激光加热管道过程中引起的管道热膨胀 .那么 ,这个低频的位移场到底是什么呢 ?我们认为它只可能是一个周向导波模态 ,一个中心频率比  $A_0$  模态更低的反对称模态(如图 3 所示 ,管壁内侧、外侧和中心具有相同的位移) ,而这个模态是管道中周向导波特有的 ,它在薄板的 Lamb 波中不出现 .在以往的解析分析中 ,没有预测到这一低频位移场的存

在其可能因为传统的解析方法有可能引起模态的丢失,如典型的势函数法,即便是分析平面应变问题,

也将丢失一些模态(如水平剪切波,它可以独立于其他波的模态而存在)<sup>[16]</sup>.

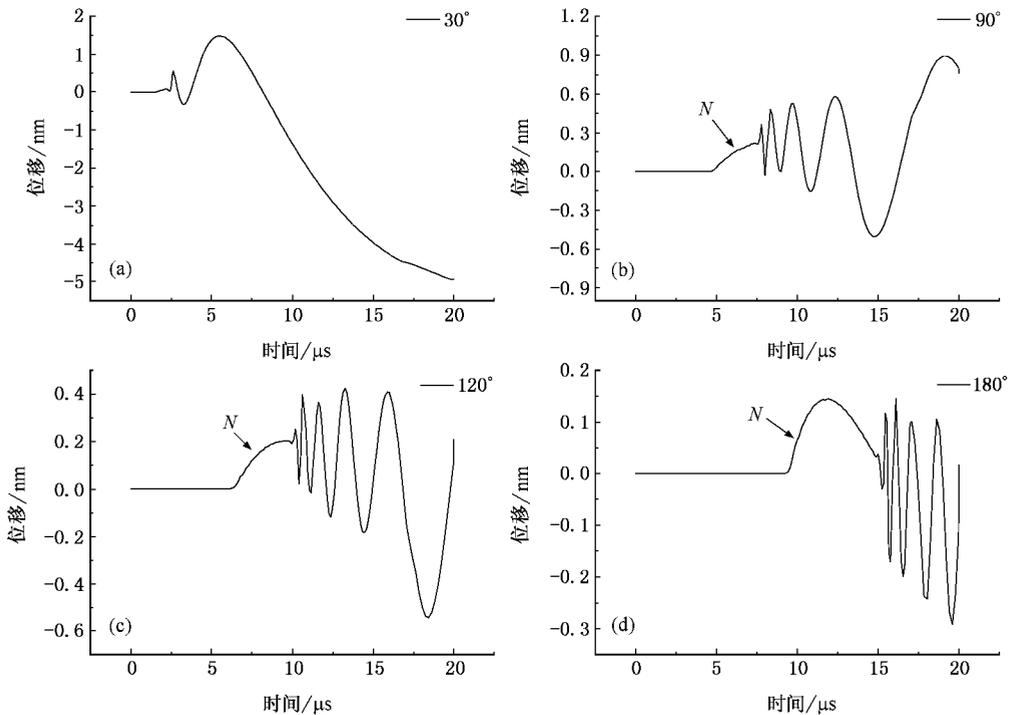


图 6 在观测角为 30°、90°、120°和 180°处管壁中心点的导波波形(外径  $b = 15\text{ mm}$ , 厚度  $h = 0.5\text{ mm}$ )

下面就这一低频导波模态(低频位移场)进行定性的计算分析,图 6 给出了在观测角  $\theta = 30^\circ, 90^\circ, 120^\circ$  和  $180^\circ$  处管壁中心点的位移场波形.从图中曲线可以看出,随着传播距离的增加,这个低频模态逐渐与  $A_0$  模态分离,它的波形逐渐显现出来,这种模态的分离是由导波的色散特性引起的,但是从  $180^\circ$  处的曲线可以看出,当传到角度  $180^\circ$  处时,这个低频

模态还没有与  $A_0$  模态完全分离.此外,随着传播距离的增加,新的低频导波模态和  $A_0$  模态的幅值均降低,这同样是由管道内周向导波的色散特性引起的.

图 7 给出了不同外径、相同厚度管道内,激光激发的周向导波经相同传播距离后的波形.从图中曲线,可以清楚地看到:当管道的外径无限大(即薄板情况)时,不存在那个低频的新模态;随着管道曲率的增加,低频模态的幅值增加.基于上述分析,可以

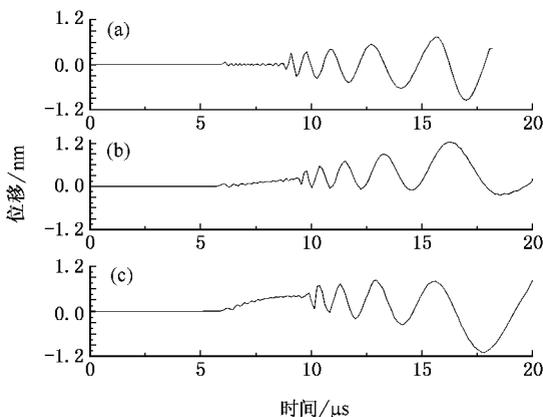


图 7 相同壁厚、不同外径的管道中激发的周向导波经相同距离传播后的波形 (a)厚度 0.5 mm 的铝板 (b)外径 60 mm 厚度 0.5 mm 的铝管道 (c)外径 15 mm 厚度 0.5 mm 的铝管道

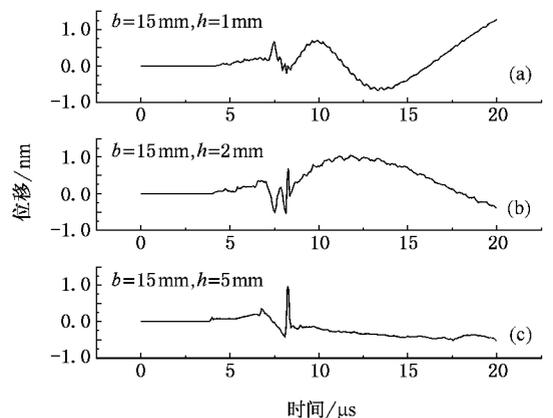


图 8 相同外径、不同壁厚的管道内激光激发的周向导波波形

认为:这个低频模态是由管道圆周方向的表面弯曲引起的,该模态的特征(如幅值、色散等)直接反映了管道周向的曲率信息.

在以上分析的基础上,我们还模拟了激光在不同厚度的管道中激发的周向导波波形.图 8 给出了外径  $b = 15 \text{ mm}$ ,厚度分别为  $h = 1 \text{ mm}$ ,  $2 \text{ mm}$  和  $5 \text{ mm}$  的管道外壁上的周向导波波形(观测角  $\theta = 90^\circ$ ).从图中曲线可以看出:随着壁厚的增加,周向导波的特征逐渐减弱,而柱面 Rayleigh 波的特征逐渐增强;当壁厚  $h = 5 \text{ mm}$  时,波形已经演化成了典型的柱面 Rayleigh 波波形.其原因为:在管道周向导波的各模态中,除  $A_0$  和  $S_0$  模态之外,其余模态在低于截止频率时不能存在,此截止频率与管壁的厚度有关.因此,随着管壁的厚度增加,截止频率降低,管道周向导波中出现的模态数增加,这些高阶模态的出现使得周向导波波形趋向于圆柱表面的

Rayleigh 波波形.

## 4. 结 论

本文建立了模拟激光在管道中激发周向导波的有限元模型,并通过大量的数值计算分析了激光在管道中激发的周向导波波形与平板中 Lamb 波的差异,以管道厚度和曲率半径对激光激发周向导波的影响.结果表明:1)管道中的周向导波和平板中的 Lamb 波相比,同样含有  $A_0$ ,  $A_1$  和  $S_0$  等模态,且具有相同的对称性( $A_0$  为反对称模态, $S_0$  对称模态);2)与平板中的 Lamb 波相比,管道中的周向导波多了一个低频模态,此模态的中心频率比  $A_0$  模态更低,且具有较大的振幅,此外随管道曲率半径的减小,该模态的幅值增加;3)随着管道厚度的增加,管道中的周向导波趋向于柱面的 Rayleigh 波.

- [ 1 ] Zhang S Y 1992 *Applied Acoustics* **11** 1 ( in Chinese ) [ 张淑仪 1992 应用声学 **11** 1 ]
- [ 2 ] Royer D , Dieulesaint E , Leclaire P 1989 *ULTRASONICS SYMPOSIUM* , 1163
- [ 3 ] Kawald U , Desmet C , Lauriks W , Glorieux C , Thoen J 1996 *J. Acoust. Soc. Am.* **99** 926
- [ 4 ] Cao Y , Yang K Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1984 ( in Chinese ) [ 曹禹、杨孔庆 2003 物理学报 **52** 1984 ]
- [ 5 ] Markus K , Christine V , Laurence J J , Jianmin Q , Jacek J 1999 *J. Acoust. Soc. Am.* **106** 582
- [ 6 ] Gao W M , Christ Glorieux , Jan Thoen 2002 *J. Appl. Phys.* **91** 6114
- [ 7 ] Tang L G 2001 *Acta Acustica* **26** 489 ( in Chinese ) [ 汤立国 2001 声

学学报 **26** 489 ]

- [ 8 ] McDonald A 1989 *Appl. Phys. Lett.* **54** 1504
- [ 9 ] Rose L R F 1984 *J. Acoust. Soc. Am.* **75** 723
- [ 10 ] Cheng J C , Wu L , Zhang S Y 1994 *J. Appl. Phys.* **76** 716
- [ 11 ] Zhou W M , Wang C Y , Chen Y H , Wang Z G 2006 *Chinese Physics* **15** 1315
- [ 12 ] Schubert F , Koehler B , Peiffer A 2001 *J. Comput. Acoust.* **9** 1127
- [ 13 ] Sohn Y , Krishnaswamy S 2002 *Ultrasonics* **39** 543
- [ 14 ] Xu B Q , Shen Z H , Ni X W , Lu J 2004 *J. Appl. Phys.* **95** 2116
- [ 15 ] Rohsenow W M , Hartnett J P 1985 *Handbook of heat transfer fundamentals* ( New York : McGraw-Hill )
- [ 16 ] JOSEPH L. ROSE 1999 *Ultrasonic waves in solid media* ( United Kingdom : Cambridge University Press )

# Finite element simulation of laser-generated circumferential waves in hollow cylinder<sup>\*</sup>

Zhao Yan Shen Zhong-Hua<sup>†</sup> Lu Jian Ni Xiao-Wu

( School of Science , Nanjing University of Science and Technology , Nanjing 210094 , China )

( Received 7 December 2005 ; revised manuscript received 22 May 2006 )

## Abstract

Based on the thermoelastic mechanism of laser ultrasonic , a finite element model for simulating laser-generated circumferential wave in a hollow cylinder is developed. A control calculation is executed to verify the correctness of the model according to the study of Gao *et al* ( *J. Appl. Phys.* **91** , 6114 ( 2002 ) ). Our calculated results are in good agreement with the experimental signals obtained by Gao *et al* . And then , the circumferential waves induced by line laser source in hollow cylinders with different thicknesses and different radii are simulated and typical results are presented. Based on the numerical calculations , the difference between circumferential guided waves in hollow cylinder and Lamb waves in a plate , and the influence of the thickness and radius on the circumferential waves are discussed in detail.

**Keywords** : circumferential wave , laser ultrasonic , finite element simulation

**PACC** : 4337G , 4337D

<sup>\*</sup> Project supported by the Young Scholar Foundation of Nanjing University of Science and Technology ( Grant No. NJUST200503 ).

<sup>†</sup> E-mail : shenzh@mail.njust.edu.cn