# 轴对称晶场中 d<sup>3</sup> 离子激发态对 <sup>4</sup>A<sub>2</sub> 基态 自旋哈密顿参量的影响 \*

魏 群<sup>1 2</sup> <sup>\*</sup> 杨子元<sup>2</sup> · 王参军<sup>2</sup> · 许启明<sup>1</sup>

1) 西安建筑科技大学材料科学与工程学院,西安 710055)
 2) 宝鸡文理学院物理系非线性研究所,宝鸡 721007)
 (2006年5月16日收到,2006年6月6日收到修改稿)

采用完全对角化方法,讨论了三角对称和四角对称下 d<sup>2</sup> 离子自旋二重态和自旋四重态对基态<sup>4</sup> A<sub>2</sub>(<sup>4</sup> F )自旋哈 密顿(SH)参量(包括零场分裂(ZFS)和 g 因子)的影响机理.并对影响基态 SH 参量的四种机理(SO 机理,SS 机理, SOO 机理和 SO-SS-SOO 联合机理)进行了分析.结果表明,自旋二重态与四重态对 d<sup>3</sup> 离子基态零场分裂都具有重 要贡献,而基态 g 因子主要由四重态决定,二重态对 g 因子贡献很小.此外,发现 SS 机理和 SOO 机理对基态 EPR 参量的贡献主要由四重态决定,二重态的影响很小.

关键词:自旋哈密顿参量,完全对角化方法,自旋二重态,激发态 PACC:7170C,7510D,7630F

## 1.引 言

过渡金属离子是许多磁性材料、激光材料中的 活性离子,由于这些活性离子在晶体材料中所起的 重要作用 对这些离子的研究一直受到国内外学者 的关注<sup>1-3</sup>]. Macfarlane<sup>45</sup>]在考虑自旋-轨道耦合作 用和部分激发态的情况下,用微扰环方法获得了三 角对称和四角对称下 d<sup>3</sup> 电子组态离子的 SH 参量的 微扰近似解析式, $Z dansk \sqrt{6}$ 也利用近似微扰方法独 立地获得了 SH 参量中零场分裂参量的近似解析 式. 然而,最近的一些研究表明,这些近似的解析式 在许多情况下难以收敛<sup>[7-9]</sup>. 事实上 ,要获得对 SH 更为精确的确定 就必须用完全对角化方法进行全 组态计算<sup>[10]</sup>. 众所周知 对于过渡金属离子 电子之 间除了自旋与轨道(SO)磁相互作用外,还存在电子 自旋与自旋(SS),一个电子自旋与另外电子轨道 (SOO)之间的磁相互作用. 多数学者在研究中往往 仅考虑 SO 磁相互作用 而忽略了 SS 与 SOO 磁相互 作用. 然而 最近的一些研究则表明 SS 和 SOO 作 用在研究过渡金属离子基态 SH 参量中的影响不可

忽略<sup>[11-13]</sup>.这些研究的定量结果表明:对于<sup>4</sup>A<sub>2</sub> 态 离子 *S*H 参量来自多种微观机理,这些机理包括 SO 机理、SS 机理、SOO 机理和 SO-SS-SOO 联合机理<sup>[13]</sup>. 对 d<sup>3</sup> 电子组态,晶场激发态包括自旋四重态和自旋 二重态,因此,从理论上定量确定自旋四重态与自旋 二重态以及它们独立作用对四种机理的贡献是很有 意义的工作.据我们所知,自旋四重态和自旋二重 态以及独立作用对四种微观机理的影响至今还没有 学者涉及过.本文将在我们以前研究的基础上对上 述问题进行系统研究,并给出定量的结果.

### 2. 理论基础

轴对称晶场包括三角对称晶场与四角对称晶场,本文的研究仅涉及三角对称类型  $[(C_{3v}, D_3, D_{3d})$ 与四角对称类型  $[(C_{4v}, D_4, D_{2d}, D_{4h})$ . 在轴对称晶场中  $3d^3$  电子体系哈密顿为

 $H = H_{ee}(B, C) + H_{CF}(B_{kq})$ 

+  $H_{\rm M}(\zeta_d, M_0, M_2) + H_{\rm T}(\alpha)$ , (1)

其中, $H_{ee}$ , $H_{CF}$ , $H_{M}$ , $H_{T}$ 分别表示静电库仑作用、 晶体场作用、磁相互作用和 Trees 修正.磁相互作用

<sup>\*</sup> 陕西省教育厅科学计划项目(批准号 05JK139)与宝鸡文理学院重点科研基金(批准号 ZK2505 ZK2549)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail:weiaqun@tom.com

包括 SO ,SS 和 SOO 作用.

在研究中 对于三角对称晶场 我们采用下列晶 场参量关系式<sup>[14,15]</sup>:

$$B_{20} = V - 2\sqrt{2} V' , \qquad (2a)$$

$$B_{40} = -14Dq + 2w/3 , \qquad (2b)$$

$$B_{43} = -\sqrt{\frac{7}{10}} (20Dq + w/3), \qquad (2c)$$

其中  $w = 2V + 3\sqrt{2}V'$ .这里  $B_{kq}$ 是 Wybroune 晶场符 号 ,V ,V' 与 Dq 是 Pryce 和 Runciman (P-R)<sup>16]</sup>引入的 晶场符号.对于四角对称晶场 ,Wybroune 晶场符号 与 P-R 的晶场符号有下列关系<sup>[10,14]</sup>:

$$B_{20} = \delta - \mu , \qquad (3a)$$

$$B_{40} = 21 Dq - \frac{3}{5} (3\mu + 4\delta)$$
, (3b)

$$B_{44} = 3Dq_{\sqrt{\frac{35}{2}}}.$$
 (3c)

对 d<sup>3</sup> 电子组态,有 120 个微观态,其中有 40 个 自旋四重态 80 个自旋二重态.这样,建立的能量矩 阵就是 120×120 阶矩阵.按照群表示理论,在三角 对称晶场中,120×120 阶矩阵能够约化为三个小矩 阵,其维数分别为 42×42(*E*") 39×39(*E*'<sub>+</sub>) 39×39 (*E*'<sub>-</sub>).在零场下,*E*"对应能量矩阵的本征值为二重 简并,*E*'<sub>+</sub>与*E*'<sub>-</sub>对应能量矩阵的本征值也是简并 的.在四角对称( $C_{4v}$ , $D_4$ , $D_{2d}$ , $D_{4h}$ )下,120 阶能量 矩阵约化为四个 30×30 阶的矩阵.它们分别对应 不可约表示*E*" $\alpha$ ",*E*" $\beta$ ",*E*" $\alpha$ ",*E*" $\beta$ ".在零场下,*E*' $\alpha$ " 和*E*' $\beta$ "不可约表示对应的能量矩阵也是简并的.

如果获得了晶体材料的相关参量,代入体系的 Hamiltonian 能量矩阵,对角化矩阵后就可以获得跃 迁能级及其对应的全组态本征函数.基态的本征函 数将用于基态 SH 参量的计算.本文所有理论计算 都采用了我们最近发展的 CDM/MSH 软件完成<sup>[8,13]</sup>.

自由 d<sup>3</sup> 离子的基态是<sup>4</sup> F,在立方  $O_h$  对称点群 晶场作用下,<sup>4</sup> F 态将分裂为<sup>4</sup> A<sub>2g</sub>,<sup>4</sup> T<sub>2g</sub>和<sup>4</sup> T<sub>1g</sub> 三个态, 其中<sup>4</sup> A<sub>2g</sub>是基态.在三角对称晶场作用下,<sup>4</sup> A<sub>2g</sub>不发 生分裂,但其不可约表示变为<sup>4</sup> A<sub>2</sub>,在磁相互作用下 (包括 SO *SS* 和 SOO),<sup>4</sup> A<sub>2</sub> 将进一步分裂,这个过程 可以表示为

 $A_2 \bigotimes D^{(3/2)} \rightarrow A_2 \bigotimes (E' \oplus E'')$   $\rightarrow E'' \oplus E', \qquad (4)$ 四角晶场作用下 ,  $A_{2g}$ 也不发生分裂 ,其不可约表示 变为⁴B₁,在磁相互作用下 ,⁴B₁将进一步分裂 ,这个 过程可以表示为

$$B_1 \otimes D^{(3/2)} \rightarrow B_1 \otimes (E' \oplus E'')$$
$$\rightarrow E'' \oplus E' , \qquad (5)$$

这两个关系式表明:在低对称晶场与磁相互作用联 合作用下 基态产生了进一步分裂,其分裂的数值正 好是基态 ZFS 参量 D 的二倍.

### 3. 数值计算结果与讨论

由于能量矩阵由二重态和四重态构成,矩阵中 会包含三种矩阵元:1)纯四重态矩阵元  ${}^{4}\Gamma \mid \hat{H}$  $|{}^{4}\Gamma' ; 2$ ,她二重态矩阵元  ${}^{2}\Gamma \mid \hat{H} \mid {}^{2}\Gamma' ; 3$ )由自旋 轨道耦合导致的谱项相互作用矩阵元,即二重态和 四重态间耦合矩阵元  ${}^{2}\Gamma \mid \hat{H} \mid {}^{4}\Gamma'$ .为考察激发态 对基态零场分裂的影响,我们在三角对称和四角对 称下分别考虑了三种情况进行计算: [])仅考虑纯 四重态; [])考虑纯四重态和四重态与二重态间作 用; []])考虑所有微观态.计算中,我们选取的典型 光谱参量值列在表 1 中.计算得到的三角对称和四 角对称下 d<sup>2</sup>离子基态 SH 参量结果分别列在表 2 和表 3 中.

表1 计算中所用的光谱参量(单位:cm<sup>-1</sup>)

	В	С	Dq	$V(\mu)$	V'(δ)	$\zeta_d$	$M_0$	$M_2$	α
三角对称	650	3120	1810	617	647	180	0.0990	0.0078	70
四角对称	570	3165	1645	- 3200	1350	240	0.0990	0.0078	70

从表 2 中可以看出 在三角对称晶场中 仅考虑 四重态的情况下 基态零场分裂的计算结果 [ )与考 虑所有微观态的完全计算结果Ⅲ)相差甚远,甚至不 到完全计算结果的一半. 这一结果表明 除了自旋 四重态外 自旋二重态对基态的零场分裂也有重要 贡献. 然而, 对 g 因子的计算结果却与零场分裂不 同 🧝 因子在只考虑四重态情况下的计算结果与考 虑所有微观态的完全计算结果很接近 ,尤其是反映 g 因子各向异性的 △g ,二重态对其基本没有贡献. 这个结果表明 :g 因子主要来自自旋四重态 ,自旋二 重态对  $_g$  因子的贡献甚微,事实上 ,在 Macfarlane  $^{[4]}$ 的微扰公式中 ,∆g 的计算也是只考虑了四重态的 贡献而没有考虑二重态的贡献;同样,Macfarlane计 算 g / 的微扰公式中 ,二阶微扰由四重态决定 ,和二 重态有关的项只是三阶微扰的一部分 因此 自旋二 重态对 g // 的贡献相对来说较小. 在文献[17]对 Macfarlane 微扰公式收敛性的分析结果也显示,计算

g因子的微扰公式收敛性较好.

表 2 三角对称下 d <sup>3</sup> 离子基态 SH 参量								
		( <i>A</i> )	( B )	(C)	( <i>D</i> )	( <i>E</i> )		
$D/\mathrm{cm}^{-1}$	Ι	- 0.03506	- 0.04430	- 0.00014	0.00392	- 0.07558		
	Ш	- 0.11050	- 0.04431	- 0.00013	0.00434	- 0.15060		
	Ш	- 0.15191	- 0.04431	- 0.00013	0.00481	- 0.19154		
$g_{//} - g_s$	Ι	- 0.01916	0.00000	0.00121	0.00001	- 0.01794		
$(g_s = 2.0023)$	Ш	- 0.01938	0.00000	0.00121	0.00002	- 0.01815		
	Ш	- 0.01935	0.00000	0.00121	0.00002	- 0.01812		
$\Delta g = g_{//} - g_{\perp}$	Ι	- 0.00081	0.00000	0.00005	0.00000	- 0.00076		
	Ш	- 0.00081	0.00000	0.00005	0.00001	- 0.00075		
	Ш	- 0.00080	0.00000	0.00005	0.00001	- 0.00074		

Ⅰ 仅考虑四重态 ;Ⅱ 考虑四重态和四重态与二重态间作用 ;Ⅲ 考虑所有微观态.

(A)SO机理;(B)SS机理;(C)SOO机理;(D)联合机理;(E)完全考虑SOSS和SOO作用.

从表 2 中( *B*)(*C*)(*D*)三列可以看出 *S*S 机理和 SOO 机理对基态零场分裂参量的贡献主要由四重态决定,二重态的贡献很小. SO-SS-SOO 联合机理对基态零场分裂参量的贡献主要由四重态决定,二重态也有相当的贡献.这是由于联合机理中涉及 SO 作用,而 SO 作用受二重态影响很大,因此二重态

在联合机理中会有较大贡献. 另外 ,SS 机理对 g 因 子几乎没有影响 ,而 SOO 机理对 g 因子有一定影 响 ,但这一影响也是由四重态决定 ,与二重态无关. 由此可以预计 ,在考虑 SS 和 SOO 作用的 ZFS 参量 和 g 因子微扰公式中 ,涉及 SS 和 SOO 作用的项只 考虑四重激发态的贡献就可以达到很好的近似.

表 3 四角对称下 d<sup>3</sup> 离子基态 SH 参量

		(A)	( B )	(C)	( <i>D</i> )	( <i>E</i> )
$D/\mathrm{cm}^{-1}$	Ι	- 0.08902	0.00000	- 0.00019	0.00735	- 0.08186
	Ш	- 0.09371	0.00000	- 0.00019	0.00761	- 0.08629
	Ш	- 0.07250	0.00000	- 0.0002	0.00687	- 0.06583
$g_{//} - g_s$	Ι	- 0.02745	0.00000	0.00130	0.00001	- 0.02614
$(g_s = 2.0023)$	Ш	- 0.02791	0.00000	0.00130	0.00000	- 0.02661
	Ш	- 0.02786	0.00000	0.00130	0.00000	- 0.02656
$\Delta g = g_{//} - g_{\perp}$	Ι	- 0.00153	0.00000	0.00007	- 0.00001	- 0.00147
	Ш	- 0.00156	0.00000	0.00007	- 0.00002	- 0.00151
	Ш	- 0.00156	0.00000	0.00007	- 0.00002	- 0.00151

表中符号含义同表 2.

从表 3 中可以看出,四角对称下,SO 机理对基态 SH 参量的贡献是主要的,而且 SO 机理对 SH 参量的贡献主要由四重态决定,二重态也有较大的影响 SS 机理对基态 SH 参量没有影响,SOO 机理对基态 SH 参量有较小的影响,而且这一影响只与四重态有关,与二重态基本无关.联合机理对 ZFS 参量有较大贡献,这一贡献也是主要由四重态决定,二重态的影响很小,联合机理对 g 因子的贡献很小.这是和三角对称的结果一致的.

为进一步研究四重态和二重态对基态零场分裂的贡献的相对大小,我们定义了百分比参数

$$\gamma = \frac{\mid D_{\parallel} - D_{\perp} \mid}{\mid D_{\parallel} \mid} \times 100\% . \tag{6}$$

该参数可以表征和二重态有关的矩阵元(包括纯二 重态矩阵元和组态相互作用矩阵元)对基态 ZFS 参 量的贡献的相对大小.其中 D<sub>Ⅲ</sub>表示考虑所有微观 态计算得到的 ZFS 参量,D<sub>1</sub>表示仅考虑四重态计算 得到的 ZFS 参量.在考虑 SO SS 和 SOO 磁相互作用





图 1 轴对称下百分比参数随旋-轨耦合参量变化

从图 1 中可以看出,三角对称下,随着旋轨耦合 的增大,和二重态有关矩阵元贡献的百分比单调增 加.这一结果可以作如下解释,矩阵元<sup>2</sup>Γ\Ĥ\<sup>4</sup>Γ' 是由二重态和四重态通过旋轨耦合作用产生的谱项 相互作用,因此,旋轨耦合作用越强,这一矩阵元也 就应该越大,由这一部分矩阵元对基态零场分裂的 影响也就越大,导致由二重态相关贡献定义的百分 比参数就越大.但是应该看到,在这一部分贡献中, 也有四重态的贡献,因此,二重态通过与四重态的耦 合对基态零场分裂产生的影响是很重要的,这也是 SO 机理会受二重态影响很大的原因.

但是,在四角对称下,随着旋轨耦合参量的增 大和二重态有关的矩阵元对基态 ZFS 参量的贡献 是减小的.比较表 3 中 ZFS 参量的 I 栏和 II 栏可以 发现,二重态和四重态间的组态相互作用使 ZFS 参量的绝对值增大,对比表 3 中 ZFS 参量的 Ⅱ 栏和 Ⅲ 栏可以说明,纯二重态矩阵元的作用使 ZFS 参量的 绝对值减小.组态相互作用矩阵元与纯二重态矩阵 元共同作用的结果使 ZFS 参量的绝对值减小,这一 点可以通过比较表 3 中 Ⅲ 栏和 Ⅰ 栏得到.在旋轨耦 合参量增大时,组态相互作用矩阵元和纯二重态矩 阵元对 ZFS 参量贡献的绝对值都随之增大,但总的 效果是使二重态相关的矩阵元对基态 ZFS 参量的贡 献百分比随旋轨耦合的增大而减小.

### 4. 结 论

数值计算说明,轴对称(包括三角对称和四角对称)下,对 d<sup>3</sup>离子基态零场分裂,二重态和四重态的 贡献都占有重要地位;基态 g 因子主要由四重态决定 定,二重态对 g 因子贡献很小.在四种微观机理中, 只有 SO 机理受二重态影响很大.三角对称下 SS 机 理对 ZFS 参量有一定贡献且主要由四重态决定,二 重态的影响很小,四角对称下 SS 机理对 ZFS 参量和 g 因子都基本没有贡献;SOO 机理对基态 ZFS 参量 和 g 因子的贡献主要由四重态决定,二重态的影响 很小,联合机理对基态零场分裂参量的贡献主要由 四重态决定,但二重态也有相当的贡献.

三角对称下,随着旋轨耦合作用的增强,二重态 对基态零场分裂的影响增大,但是在四角对称下,二 重态对基态零场分裂的影响随旋轨耦合作用的增大 而减小。

- [1] Dong H N, Wu X X, Wu S Y *et al* 2002 Acta Phys. Sin. **51** 616 (in Chinese ] 董会宁、吴晓轩、邬劭轶等 2002 物理学报 **51** 616]
- [2] Yu W L 1995 Phys. Rev. B 52 4237
- [3] Yang L, Yin CH, Jiao Y et al 2006 Acta Phys. Sin. 55 1991 (in Chinese I杨 柳、殷春浩、焦 杨等 2006 物理学报 55 1991]
- [4] Macfarlane R M 1967 J. Chem. Phys. 47 2066
- [5] Macfarlane R M 1970 Phys. Rev. B 1 989
- [6] Zdansky K 1967 Phys. Rev. 159 201
- [7] Yang Z Y, Hao Y 2005 Acta Phys. Sin. 54 2883 (in Chinese ] 杨 子元、郝 跃 2005 物理学报 54 2883 ]
- [8] Hao Y, Yang Z Y 2006 J. Magn. Magn. Materials 299 445
- [9] Zhao M G 1998 J. Chem. Phys. 109 8003
- [10] Yeung Y Y 1990 J. Phys. Condes. Matter. 2 2461

- [11] Zhang T R 1997 J. Sichuan Normal University 20 78 (in Chinese)
  [张廷蓉 1997 四川师范大学学报 20 78]
- [12] Yang Z Y 2004 Acta Phys. Sin. 53 1981 (in Chinese I 杨子元 2004 物理学报 53 1981]
- [13] Wei Q, Yang Z Y 2004 Chin. J. Magn. Reson. 21 25 [魏 群、 杨子元 2004 波谱学杂志 21 25 ]
- [14] Yeung Y Y, Rudowicz C 1992 Comput. Chem. 16 207
- [15] Morrison C A 1992 Crystal fields for transition-metal ions in laser host materials (Berlin : Springer)
- [16] Pryce M H L, Runciman W A 1958 Discussions of the Faraday Society 26 34
- [17] Yang Z Y 2000 Chin. J. Chem. Phys. 13 190 [杨子元 2000 化
   学物理学报 13 190 ]

# Effects of excited states for d<sup>3</sup> ions on spin-Hamiltonian parameters of the ground state <sup>4</sup>A<sub>2</sub> in axial-symmetrical crystal field \*

Wei Qun<sup>1</sup><sup>(2)</sup><sup>†</sup> Yang Zi-Yuan<sup>2</sup>) Wang Can-Jun<sup>2</sup>) Xu Qi-Ming<sup>1</sup>)

1) College of Material Science & Engineering , Xi 'an University of Architecture & Technology , Xi 'an 710055 , China )

2 X Nonlinear Research Institute , Department of Physics , Baoji University of Arts and Science , Baoji 721007 , China )

(Received 16 May 2006; revised manuscript received 6 June 2006)

#### Abstract

The mechanism of influence of the spin quartets and doublets of  $d^3$  ion on the spin-Hamiltonian (SH) parameters (including zero-field splitting ZFS) and g-factors of the ground state  ${}^{4}A_{2}({}^{4}F)$  is discussed in terms of complete diagonalization method (CDM) under trigonal symmetry and tetragonal symmetry. And these microcosmic mechanisms, including SO mechanism, SS mechanism, SOO mechanism, SO-SS-SOO combined mechanism have been analyzed. It is found that (1) the contributions to ZFS parameter from the spin quartets and doublets are all important; (2) the contributions to the g-factors of the ground state from the spin quartets are predominant, whereas the contributions from spin doublets are slight. In addition, it is shown that SS mechanism and SOO mechanism are determined by spin quartets in SH parameters calculation.

Keywords : SH parameters , complete diagonalization method , spin doublets , excited states PACC : 7170C , 7510D , 7630F

<sup>\*</sup> Project supported by the Science Foundation of the Education Department of Shaanxi Province, China (Grant No. 05JK139) and by the Key Research Foundation of Baoji University of Arts and Science (Grant Nos. ZK2505, ZK2549).

<sup>†</sup> E-mail:weiaqun@tom.com