

# 各向异性粘弹性孔隙介质地震波场伪谱法正演模拟<sup>\*</sup>

杜启振<sup>†</sup> 刘莲莲 孙晶波

(中国石油大学(华东)地球资源与信息学院, 东营 257061)

(2007 年 2 月 28 日收到, 2007 年 4 月 5 日收到修改稿)

地球介质各向异性、粘弹性以及孔隙特征是地震资料描述油气储层时应综合考虑的. 建立了各向异性粘弹性孔隙介质模型, 导出了各向异性粘弹性孔隙介质的弹性波波动方程. 采用伪谱法正演模拟了各向异性粘弹性孔隙介质地震波, 进行了其波场特征分析. 该研究有益于加深对地震波在实际地球介质中传播规律的认识.

关键词: 各向异性, 粘弹性, 孔隙, 伪谱法

PACC: 9165, 6240, 9100

## 1. 引言

随着对地层岩石性质认识的不断深入和地震波理论的发展, 人们研究的地球介质模型与油气储层的实际情况日益接近. Biot<sup>[1-3]</sup> 早期发表的一系列文章建立了孔隙各向异性介质理论, 研究了双相各向异性介质中 Biot 流动和固体骨架形变的力学机理以及地震波传播的规律; Korringa<sup>[4]</sup> 发展了基于 Biot 和 Gassmann 理论的 Boit-Gassmann 方程; 牟永光<sup>[5]</sup> 基于 Biot 理论对双相周期性互薄层各向异性(PTL)、双相广泛扩容各向异性(EDA)、双相 PTL + EDA 介质中弹性波问题进行了深入研究, 给出了双相介质各向异性介质中弹性波方程的有限差分法; 杨顶辉<sup>[6]</sup> 实现了双相各向异性介质中关于固体位移和流体“相对流动位移”的有限元波场模拟; 刘洋等<sup>[7]</sup> 从任意双相各向异性弹性波波动方程出发, 用伪谱法进行了数值模拟. 尽管上述双相各向异性模型能比较真实地描述岩石地层, 但对于粘弹性成因的双相各向异性研究尚未能全面展开.

其实, 当地震波通过复杂地球介质时, 除了体现出各向异性和孔隙特征外, 还体现了介质的粘弹性. Biot<sup>[2]</sup> 认为地球介质参数随频率变化而变化的物理机理是造成介质衰减的内在原因; 基于标准线性固体模型, Carcione<sup>[8]</sup> 引入了新的各向异性粘弹性本构关系, 用这种方法可以分析研究纵波和快、慢横波的

粘弹性特征. 张中杰等<sup>[9]</sup> 建立了方位各向异性介质中考虑非弹性效应的地震波动方程组, 研究了地震波速度、衰减因子与品质因子  $Q$  值的方位各向异性; 采用有限差分法<sup>[10]</sup> 进行了波场模拟; 杜启振等<sup>[11]</sup> 给出了以各向异性主轴方位为参数的各向异性粘弹性介质波动方程, 并分别采用有限元法<sup>[12]</sup>、伪谱法<sup>[13]</sup> 进行了波场模拟. 但是这些介质模型仅考虑了介质的各向异性和粘弹性特征, 却忽略了实际介质所具有的孔隙特征.

理想的介质模型应该能够同时体现出岩石的各向异性、粘弹性和地球内部存在流体这三个方面. 在前人研究的基础上, 把岩石骨架的粘滞性引入到双相各向异性介质中, 本文建立了各向异性粘弹性孔隙介质的本构关系, 导出了地震波在各向异性粘弹性孔隙介质中的波动方程, 采用伪谱法进行了各向异性粘弹性孔隙介质的波场正演模拟.

## 2. 各向异性粘弹性孔隙介质的本构关系和波动方程

### 2.1. 本构关系

用各向异性线性粘弹性流变关系构建的模型适合于描述地震波场的各种现象. 流变学, 又称 Boltzmann 叠加原理, 把应力表示为具有四阶张量的松弛函数和应变张量在时间域的卷积:

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 40304008)和中国石油天然气集团公司石油科技中青年创新基金(批准号: 05E7028)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: duqizhen@tsinghua.org.cn

$$T_I = \Psi_{IJ} * \dot{S}_J \quad (I, J = 1 \dots 7), \quad (1)$$

其中,  $T^T = (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{yz}, \sigma_{xz}, \sigma_{xy}, s)$  为应力向量,  $S^T = (e_{xx}, e_{yy}, e_{zz}, e_{yz}, e_{xz}, e_{xy}, \varepsilon)$  为应变向量,  $\Psi_{IJ}$  为松弛矩阵, 具体表示如下:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} & \phi_{14} & \phi_{15} & \phi_{16} & Q'_1 \\ \phi_{12} & \phi_{22} & \phi_{23} & \phi_{24} & \phi_{25} & \phi_{26} & Q'_2 \\ \phi_{13} & \phi_{23} & \phi_{33} & \phi_{34} & \phi_{35} & \phi_{36} & Q'_3 \\ \phi_{14} & \phi_{24} & \phi_{34} & \phi_{44} & \phi_{45} & \phi_{46} & Q'_4 \\ \phi_{15} & \phi_{25} & \phi_{35} & \phi_{45} & \phi_{55} & \phi_{56} & Q'_5 \\ \phi_{16} & \phi_{26} & \phi_{36} & \phi_{46} & \phi_{56} & \phi_{66} & Q'_6 \\ Q'_1 & Q'_2 & Q'_3 & Q'_4 & Q'_5 & Q'_6 & R' \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} e_{xx} \\ e_{yy} \\ e_{zz} \\ e_{yz} \\ e_{xz} \\ e_{xy} \\ \varepsilon \end{bmatrix}, \quad (2)$$

Carcione<sup>[8]</sup>引入如下的松弛矩阵:

$$\begin{aligned} \phi_{ii} &= c_{ii} - M + \left(M - \frac{4}{3}N\right)\chi_1 + \frac{4}{3}N\chi_2 \\ &\quad (i = 1 \ 2 \ 3), \\ \phi_{ij} &= c_{ij} \quad (i = 1 \ 2 \ 3; j = 4 \ 5 \ 6), \\ \phi_{12} &= c_{12} - M + 2N + \left(M - \frac{4}{3}N\right)\chi_1 - \frac{4}{3}N\chi_2, \\ \phi_{13} &= c_{13} - M + 2N + \left(M - \frac{4}{3}N\right)\chi_1 - \frac{4}{3}N\chi_2, \\ \phi_{23} &= c_{23} - M + 2N + \left(M - \frac{4}{3}N\right)\chi_1 - \frac{4}{3}N\chi_2, \\ \phi_{ij} &= c_{ij} \quad (i = 4 \ 5 \ 6; j = 1 \ 2 \ 3), \\ \phi_{jj} &= c_{jj}\chi_2 \quad (j = 4 \ 5 \ 6). \end{aligned}$$

在 Carcione 引入的粘弹性机理的基础上, 考虑孔隙流体因素的影响, 得到

$$\begin{aligned} Q'_i &= Q_i - M + \left(M - \frac{4}{3}N\right)\chi_1 + \frac{4}{3}N\chi_2 \\ &\quad (i = 1 \ 2 \ 3), \\ Q'_i &= Q_i\chi_2 \quad (i = 4 \ 5 \ 6), \\ R' &= R\chi_1, \end{aligned}$$

其中  $M = (c_{11} + c_{22} + c_{33})/3$ ,  $N = (c_{44} + c_{55} + c_{66})/3$ ,  $c_{IJ}$  ( $I, J = 1 \dots 6$ ) 表示与空间有关的弹性量,

$$\chi_v = \left[ 1 - \frac{1}{L_v} \sum_{l=1}^{L_v} \left( 1 - \frac{\tau_{el}^{(v)}}{\tau_{ol}^{(v)}} \right) e^{-t/\tau_{ol}^{(v)}} \right] \quad (v = 1 \ 2), \quad (3)$$

是分别表示对应于纵波  $v=1$  和横波  $v=2$  的松弛函数,  $\tau_{el}^{(v)}(x)$ ,  $\tau_{ol}^{(v)}(x)$  分别是材料的第  $l$  个机理的衰减时间,  $L_v$  是松弛机理的总数.

因此, 得到各向异性粘弹性孔隙介质中的本构关系, 用矩阵记法表示为

$$T_I(t) = [A_{IJ} + A_{IJ}^{(v)} M_w] S_J(t)$$

$$+ A_{IJ}^{(v)} \sum_{l=1}^{L_v} E_{Jl}^{(v)}(t), \quad (4)$$

式中,  $T_I(t) = (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{yz}, \sigma_{xz}, \sigma_{xy}, s)^T$  ( $I = 1, \dots, 7$ ) 表示应力分量;  $S_J(t) = (e_{xx}, e_{yy}, e_{zz}, e_{yz}, e_{xz}, e_{xy}, \varepsilon)$  ( $J = 1, \dots, 7$ ) 表示应变分量;  $A_{IJ}$  和  $A_{IJ}^{(v)}$  ( $I, J = 1, \dots, 7; v = 1, 2$ ) 分别表示非弛豫空间函数和弛豫空间函数;  $M_w$  表示非弛豫模量;  $E_{Jl}^{(v)}(t)$  ( $l = 1, \dots, L_v$ ) 为记忆变量, 记为<sup>[12]</sup>

$$\begin{aligned} E_{Jl}^{(v)}(t) &= \varphi_{vl}(t) * S_J(t) \\ &= \int_0^t \varphi_{vl}(0) e^{-(t-\tau)\tau_{ol}^{(v)}} S_J(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (5)$$

在弱粘滞性条件下, 采用时间增量法求解该非线性方程, 从而可以避免卷积运算, 我们可以得到其近似计算公式为<sup>[12]</sup>

$$\begin{aligned} E_{Jl}^{(v)}(t + \Delta t) &= e^{-\Delta t/\tau_{ol}^{(v)}} E_{Jl}^{(v)}(t) + \varphi_{vl}(0) S_J(t) \tau_{ol}^{(v)} \\ &\quad \times (1 - e^{-\Delta t/\tau_{ol}^{(v)}}), \end{aligned} \quad (6)$$

式中,  $\varphi_{vl}(t)$  ( $v = 1, 2; l = 1, \dots, L_v$ ) 表示第  $l$  个机理的相应函数;  $L_v$  ( $v = 1, 2$ ) 分别表示纵波和横波的弛豫机理的总数;  $\tau_{ol}^{(v)}$  和  $\tau_{el}^{(v)}$  ( $v = 1, 2; l = 1, \dots, L_v$ ) 分别表示材料的第  $l$  个机理的应力和应变弛豫时间.

## 2.2. 波动方程

将几何关系(A-1) (见附录 A) 代入本构方程(4) 然后将得到的应力位移关系代入运动平衡方程(A-3) (见附录 A), 可以得到各向异性粘弹性孔隙介质的波动方程. 令  $H_{IJ} = A_{IJ} + A_{IJ}^{(v)} M_w$ ,  $H_{IJ}^{(v)} = A_{IJ}^{(v)}$ . 则各向异性粘弹性孔隙介质的波动方程表示为

$$D \cdot H \cdot D^T \cdot U + D \cdot H^{(v)} \sum_{l=1}^{L_v} E_l^{(v)}(t) + F = \rho \ddot{U}, \quad (7)$$

式中,  $D$  是偏微分算子;  $U = (u_x, u_y, u_z, \bar{u}_x, \bar{u}_y, \bar{u}_z)^T$  表示位移向量;  $\ddot{U} = (\ddot{u}_x, \ddot{u}_y, \ddot{u}_z, \ddot{\bar{u}}_x, \ddot{\bar{u}}_y, \ddot{\bar{u}}_z)^T$  表示位移对时间的二次导数;  $u_x, u_y, u_z$  表示固相位移;  $\bar{u}_x, \bar{u}_y, \bar{u}_z$  表示流相位移;  $F$  是体力项;  $\rho$  是密度矩阵.

## 3. 波场数值模拟

### 3.1. 伪谱法波场模拟的递推公式

以二维横向各向同性粘弹性孔隙介质中的波场

模拟为例( $\frac{\partial}{\partial y} = 0$ ),在空间域作离散.采用傅里叶变换的方法求解空间导数;采用二阶精度的中心差分法求解时间导数,得到横向各向同性粘弹性孔隙介质波动方程的伪谱法递推公式

$$\mathbf{u}^{n+1} = 2\mathbf{u}^n - \mathbf{u}^{n-1} + (\Delta t)^2 \mathbf{f} - (\Delta t)^2 \times \mathbf{G}^{-1} \cdot \mathbf{F}^{-1} \left[ \mathbf{C}\tilde{\mathbf{u}}^n + \sum_{l=1}^{L_v} \mathbf{V}^{(v)} \tilde{\mathbf{E}}_l^{(v)n} \right] \quad (8a)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_l^{(v)n} = e^{-\Delta t/\tau_{ol}^{(v)}} \tilde{\mathbf{E}}_l^{(v)n-1} + \varphi_{ol}(0) \mathcal{K}_{ol}^{(v)} \times (1 - e^{-\Delta t/\tau_{ol}^{(v)}}) \mathbf{K}\tilde{\mathbf{u}}^{n-1}, \quad (8b)$$

式中,  $\mathbf{u}$  是质点位移向量;  $\tilde{\mathbf{u}}$  表示位移变量的二重空间傅里叶变换;  $\tilde{\mathbf{E}}_l^{(v)}$  ( $v=1, 2$ ) 是记忆变量的空间傅里叶变换;  $\mathbf{G}$  为密度矩阵;  $\mathbf{C}$  代表弹性刚度矩阵;  $\mathbf{K}$  表示波数矩阵; 松弛矩阵  $\mathbf{V}^{(v)}$  ( $v=1, 2$ ) 的表达式参见附录 B.

### 3.2. 弹性波的波场模拟

采用雷克子波作波源,波源函数为

$$f(t) = [1 - 2\pi^2 f_0^2 (t - t_0)^2] e^{-\pi^2 f_0^2 (t - t_0)^2}, \quad (9)$$

式中,  $f(t)$  为雷克子波;  $t_0$  为延迟时间;  $f_0$  为主频.

横向各向异性粘弹性孔隙介质模型的有关参数见表 1.

表 1 各向异性粘弹性孔隙介质的参数

固相弹性模量 $C/\text{GPa}$	$c_{11}$	26.4
	$c_{13}$	6.11
	$c_{33}$	15.6
	$c_{55}$	4.38
	$c_{66}$	6.84
密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$\rho_{11}$	2170
	$\rho_{12}$	-83
	$\rho_{22}$	191
流相弹性模量 $R/\text{GPa}$	$R$	0.331
耦合相弹性模量 $Q/\text{GPa}$	$Q_1$	1.14
	$Q_2$	0.953
耗散系数 $b/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1})$	$b_{11}$	0.001
	$b_{33}$	0.01
弛豫时间 $\tau/\text{s}$	$\tau_e^{(1)}$	0.0332577
		0.0033257
	$\tau_\sigma^{(1)}$	0.0304655
		0.0030465
	$\tau_e^{(2)}$	0.0352443
		0.0029370
	$\tau_\sigma^{(2)}$	0.0287482
		0.0023957

离散采样点数是 64,计算区域是  $N_x \times N_z = 64 \times 64$ ,网格步长是 30.5 m,时间步长是 1 ms,雷克子波的主频是 60 Hz,震源位于模型的中心(32,32)点.模拟结果如图 1—4 所示.

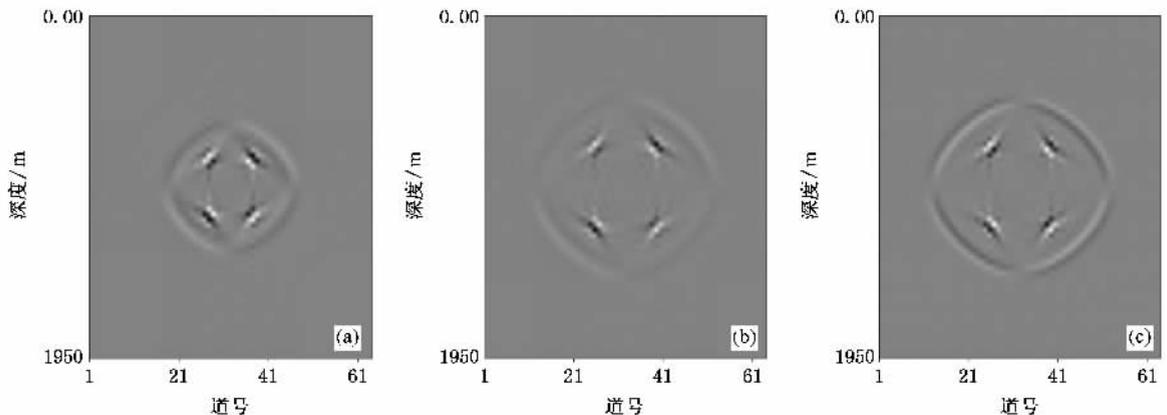


图 1 固相水平分量的波场快照 (a)各向异性粘弹性孔隙介质(150 ms);(b)各向异性粘弹性孔隙介质(200 ms);(c)双相各向异性介质(200 ms)

## 4. 弹性波的波场特征分析

### 4.1. 波面尖角现象

在各向异性粘弹性孔隙介质中波前面呈椭圆状,在强各向异性参数的介质中波前面出现波面尖

角现象:如图 1 和图 2 中的(a)(b).这充分体现了各向异性引起的波场特征.

### 4.2. 粘弹性波的衰减

在各向异性粘弹性孔隙介质中,由于固体骨架中引入了粘弹机理,粘弹性对准纵波和准横波造成了衰减.由图 1(b)和(c)可以清晰的看到,前者的准

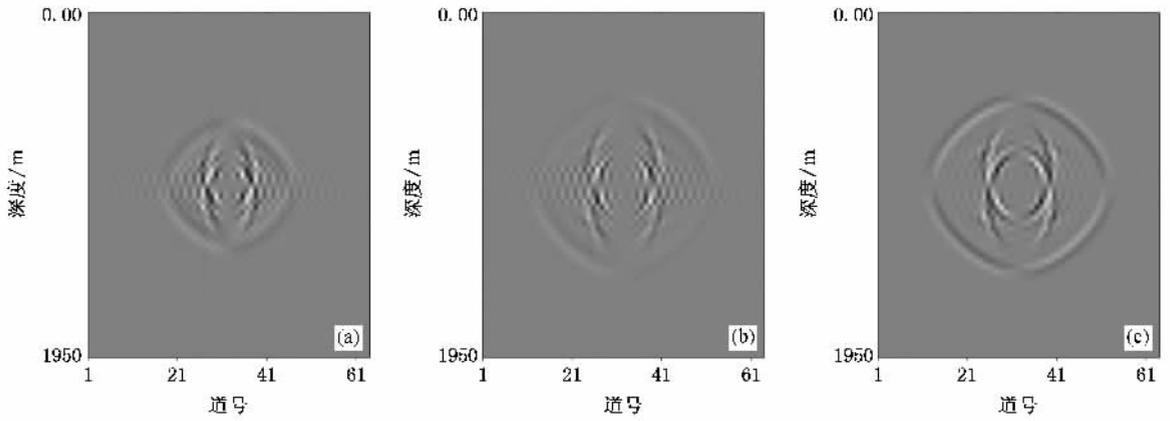


图 2 流相水平分量的波场快照 (a) 各向异性粘弹性孔隙介质(150 ms);(b) 各向异性粘弹性孔隙介质(200 ms);(c) 双相各向异性介质(200 ms)

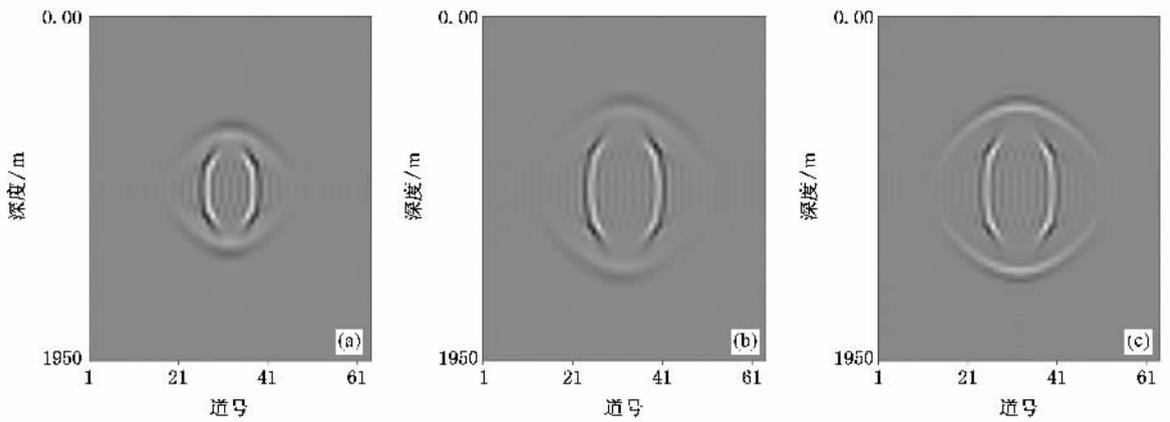


图 3 固相垂直分量的波场快照 (a) 各向异性粘弹性孔隙介质(150 ms);(b) 各向异性粘弹性孔隙介质(200 ms);(c) 双相各向异性介质(200 ms)

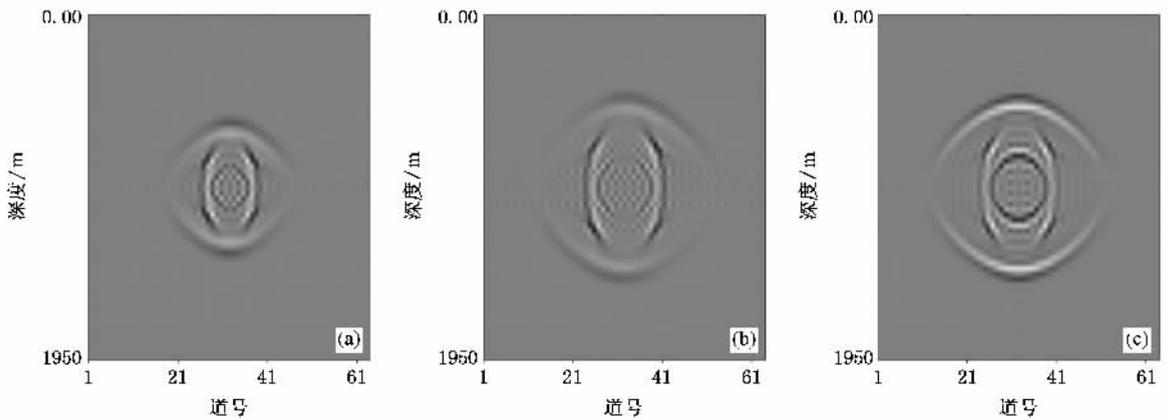


图 4 流相垂直分量的波场快照 (a) 各向异性粘弹性孔隙介质(150 ms);(b) 各向异性粘弹性孔隙介质(200 ms);(c) 双相各向异性介质(200 ms)

纵波和准横波振幅强度明显比后者的弱,前者的频率比后者的低.这是粘弹性介质对高频信号具有强吸收性质引起的.

#### 4.3. 三种波的观测

在各向异性粘弹性孔隙介质中,不考虑方位因素(即零方位角时)可以观测到 3 种波:横波和快、

慢纵波。从图 2 中可以清楚地看到由内到外的慢纵波、横波和快纵波。由于在固相中引入了粘弹机理，其慢纵波的能量比流相中的弱，甚至会被衰减掉。

### 5. 结 语

在双相各向异性的基础上，引入 Carcione 提出的粘弹机理，建立了各向异性粘弹性孔隙介质的本构关系，导出了各向异性粘弹性孔隙介质的波动方程，用伪谱法实现了地震波波场数值模拟。数值计算表明，波场丰富清晰。

基于各向异性粘弹性孔隙介质模型的波动方程数值模拟结果体现了地层的粘弹性、各向异性和孔隙的波场特征，更接近于地震波在实际介质中的传播情况。本文提出的模拟理论可以作为进一步研究实际地球介质波场特征的基础。

### 附录 A

#### 1) 几何方程

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + F'_x \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} + F'_y \\ \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + F'_z \\ \frac{\partial s}{\partial x} + F_x^s \\ \frac{\partial s}{\partial y} + F_y^s \\ \frac{\partial s}{\partial z} + F_z^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} u_x + \rho_{12} \bar{u}_x) \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} u_y + \rho_{12} \bar{u}_y) \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} u_z + \rho_{12} \bar{u}_z) \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12} u_x + \rho_{22} \bar{u}_x) \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12} u_y + \rho_{22} \bar{u}_y) \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12} u_z + \rho_{22} \bar{u}_z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -b_{11} & -b_{12} & -b_{13} \\ -b_{21} & -b_{22} & -b_{23} \\ -b_{31} & -b_{32} & -b_{33} \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{u}_x - u_x) \\ \frac{\partial}{\partial t} (\bar{u}_y - u_y) \\ \frac{\partial}{\partial t} (\bar{u}_z - u_z) \end{bmatrix}, \quad (A-2)$$

即，  $D \cdot T + F = \rho \ddot{U} + B \dot{U}$  , (A-3)

密度矩阵

$$\rho = \begin{bmatrix} \rho_{11} & 0 & 0 & \rho_{12} & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{11} & 0 & 0 & \rho_{12} & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{11} & 0 & 0 & \rho_{12} \\ \rho_{12} & 0 & 0 & \rho_{22} & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{12} & 0 & 0 & \rho_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{12} & 0 & 0 & \rho_{22} \end{bmatrix}, \quad (A-4)$$

$$\ddot{U} = (\ddot{u}_x, \ddot{u}_y, \ddot{u}_z, \ddot{\bar{u}}_x, \ddot{\bar{u}}_y, \ddot{\bar{u}}_z)^T, \quad (A-5)$$

式中，偏微分算子

取记号  $e_{ij} (i, j = 1, 2, 3 \text{ 或 } i, j = x, y, z)$ ，则几何方程（应变与位移的关系式）为

$$\begin{bmatrix} e_{xx} \\ e_{yy} \\ e_{zz} \\ e_{yz} \\ e_{zx} \\ e_{xy} \\ \epsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \\ \bar{u}_x \\ \bar{u}_y \\ \bar{u}_z \end{bmatrix}. \quad (A-1)$$

#### 2) 运动平衡方程

在考虑流体固体相对位移产生的耗散的情况下，根据应力与加速度之间的关系，推导出三维各向异性双相介质的运动平衡方程：

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix}, \quad (A-6)$$

$T$  为应力向量； $\rho_{11}, \rho_{12}, \rho_{22}$  为质量系数。

## 附录 B

伪谱法递推方程系数矩阵表达式

$$\mathbf{V}^{(1)} = \begin{bmatrix} k_x H_{11}^{(1)} & k_x H_{12}^{(1)} & k_x H_{13}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & k_x H_{17}^{(1)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_z H_{13}^{(1)} & k_z H_{23}^{(1)} & k_z H_{33}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & k_z H_{37}^{(1)} \\ k_x H_{17}^{(1)} & k_x H_{27}^{(1)} & k_x H_{37}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & k_x H_{77}^{(1)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_z H_{17}^{(1)} & k_z H_{27}^{(1)} & k_z H_{37}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & k_z H_{77}^{(1)} \end{bmatrix}, \quad (\text{B-1})$$

$$\mathbf{V}^{(2)} = \begin{bmatrix} k_x H_{11}^{(2)} & k_x H_{12}^{(2)} & k_x H_{13}^{(2)} & k_z H_{45}^{(2)} & k_z H_{55}^{(2)} & k_z H_{56}^{(2)} & k_x H_{17}^{(2)} + k_z H_{57}^{(2)} \\ 0 & 0 & 0 & k_z H_{44}^{(2)} + k_x H_{46}^{(2)} & k_z H_{45}^{(2)} + k_x H_{56}^{(2)} & k_z H_{46}^{(2)} + k_x H_{66}^{(2)} & k_y H_{27}^{(2)} + k_x H_{47}^{(2)} + k_x H_{67}^{(2)} \\ k_z H_{13}^{(2)} & k_z H_{23}^{(2)} & k_z H_{33}^{(2)} & k_z H_{45}^{(2)} & k_z H_{55}^{(2)} & k_z H_{56}^{(2)} & k_z H_{37}^{(2)} + k_x H_{57}^{(2)} \\ k_x H_{17}^{(2)} & k_x H_{27}^{(2)} & k_x H_{37}^{(2)} & k_x H_{47}^{(2)} & k_x H_{57}^{(2)} & k_x H_{67}^{(2)} & k_x H_{77}^{(2)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_z H_{17}^{(2)} & k_z H_{27}^{(2)} & k_z H_{37}^{(2)} & k_z H_{47}^{(2)} & k_z H_{57}^{(2)} & k_z H_{67}^{(2)} & k_z H_{77}^{(2)} \end{bmatrix}. \quad (\text{B-2})$$

- [ 1 ] Biot M A , Willis D G 1957 *J. Appl. Mech.* **24** 594
- [ 2 ] Biot M A 1962 *J. Acoust. Soc. Am.* **34** 1254
- [ 3 ] Biot M A 1962 *J. Appl. Phys.* **33** 1482
- [ 4 ] Korringa J 1981 *J. Acoust. Soc. Am.* **70** 1752
- [ 5 ] Mou Y G 1996 *Reservoir Geophysics* ( Beijing : Oil Industry Press ) p5 ( in Chinese ) [ 牟永光 1996 储层地球物理学 ( 北京 : 石油工业出版社 ) 第 5 页 ]
- [ 6 ] Yang D H 1998 *Postdoctoral Dissertation* ( Beijing : University of Petroleum ) p70 ( in Chinese ) [ 杨顶辉 1998 博士后出站报告 ( 北京 : 石油大学 ) 第 70 页 ]
- [ 7 ] Liu Y , Li C C 2000 *Acta Seismologica Sinica* **22** 132 ( in Chinese ) [ 刘 洋、李承楚 2000 地震学报 **22** 132 ]
- [ 8 ] Carcione J M 1990 *Geophys. J. Int.* **101** 739
- [ 9 ] Zhang Z J , Teng J W , He Z H 2000 *Science in China ( Series E )* **29** 569 ( in Chinese ) [ 张中杰、滕吉文、贺振华 1999 中国科学 ( E 辑 ) **29** 569 ]
- [ 10 ] Zhang Z J , Wang G J , Harris J M 1999 *Physics of the Earth and Planetary Interiors* **114** 25
- [ 11 ] Du Q Z , Yang H Z 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2801 ( in Chinese ) [ 杜启振、杨慧珠 2004 物理学报 **53** 2801 ]
- [ 12 ] Du Q Z , Yang H Z 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2010 ( in Chinese ) [ 杜启振、杨慧珠 2003 物理学报 **52** 2010 ]
- [ 13 ] Du Q Z 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4428 ( in Chinese ) [ 杜启振 2004 物理学报 **53** 4428 ]

# Numerical modeling of seismic wavefield in anisotropic viscoelastic porous medium with the pseudo-spectral method<sup>\*</sup>

Du Qi-Zhen<sup>†</sup> Liu Lian-Lian Sun Jing-Bo

( Faculty of Earth Resource and Information , China University of Petroleum ( East China ) , Dongying 257061 , China )

( Received 28 February 2007 ; revised manuscript received 5 April 2007 )

## Abstract

In order to describe the reservoirs more accurately , the characteristics of the earth medium must be considered comprehensively , such as the anisotropy , viscoelasticity and pore , etc . Consequently , an anisotropic viscoelastic porous medium model is presented in this paper , and the elastic wave equation in this medium has been derived . The seismic wavefield numerical modeling was simulated by using the pseudo-spectral method . Synthetic seismograms are used to show the characteristics of the seismic wave in complex medium . The research work is useful to understanding seismic wave propagation in earth medium .

**Keywords** : anisotropy , viscoelasticity , porosity , the pseudo-spectral method

**PACC** : 9165 , 6240 , 9100

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 40304008 ) and the Key Laboratory of Geophysical Prospecting of China National Petroleum Corporation ( Grant No. 05E7028 ).

<sup>†</sup> E-mail : duqizhen@tsinghua.org.cn .