

大尺度环流与中尺度对流的作用研究^{*}

张 文^{1)B)} 何文平^{2)B)} 邹明珠^{1)B)} 封国林^{1)B)A)†}

1) 扬州大学物理科学与技术学院, 扬州 225009)

2) 兰州大学大气科学学院, 兰州 730000)

3) 中国科学院大气物理研究所东亚区域气候-环境重点实验室, 北京 100029)

4) 国家气候中心, 中国气象局气候研究开放实验室, 北京 100081)

(2006 年 10 月 26 日收到, 2007 年 4 月 11 日收到修改稿)

气候系统是一个复杂的、开放的非线性系统, 具有层次结构. 高层次系统控制着低层次系统的行为, 并决定了气候变化的基本形态. 一般地, 观测资料或器测资料往往直接记录的是低层次系统的输出结果, 它包含了各层次相互作用的信息. 如何从观测资料中提取与分离高层次系统的尺度信息已成为观测资料的非线性时空分布理论和方法的研究热点之一. 目前对气候系统的具体的形式还没有统一的定论. 为了分析问题的方便, 引用了一个由 Logistic 模型与 Lorenz 模型构建的两层系统模型, 在不同的控制参数下, 分别应用功率谱分析和小波变换对低层次系统的输出结果进行了分析, 进而提取与分离高层次系统的尺度变化信息.

关键词: 层次结构, 功率谱分析, 小波变换

PACC: 9260X

1. 引 言

气候系统是具有层次结构的复杂的、开放的非线性非平稳系统^[1-8], 其由多个处在不同层次上的子系统串级而成, 高层次上的系统控制着低层次系统的行为, 并决定了气候变化的基本形态^[9], 因此了解气候系统的高层次信息对于气候预测的研究具有重要的意义. 由于实际的观测资料或器测资料一般是低层次系统的输出结果, 那么能否从低层次系统分离出高层次系统的信息就成为迫切需要研究的问题.

目前对气候系统的具体的形式还没有统一的定论. 而在 Lorenz 方程中, 存在着两种尺度的相互作用: 一种尺度是造成对流的 Rayleigh 数, 它主要是由上下层空气的平均温度造成的温差 ΔT 决定, 它可以看成是较大的尺度; 另一种尺度是由 Rayleigh 数决定的空气对流和湍流, 它可以看成是较小的尺度. 因此为了分析问题的方便, 本文引用一个理想化的两层系统模型, 采用气象界中广泛应用的分析周期的方法(功率谱分析法以及小波变换)对低层次系统

的时间序列进行分析, 研究能否从低层次系统分离出高层次系统的尺度信息. 结果表明, 高层次系统无论处于周期变化还是非周期变化, 均能从相应的低层次系统中检测与提取出高层次系统演化的信息. 这为制作短期气候预测甚至长期气候预测提供了理论基础和研究背景.

2. 层次系统的构建

气候系统是具有多层次结构的非平稳系统, 一般来说, 高层次系统变化比较缓慢, 而低层次系统是一个快变的过程^[9]. 在高层次系统与低层次系统之间的相互作用中, 高层次系统控制着低层次系统的行为, 而低层次系统对高层次系统的动力学反馈可以被忽略. 基于这样的假定, 并且为有效地突出所要研究的问题, 本文引用一种理想化的两层系统模型, 采用 Logistic 映射作为高层次系统, 而低层次系统用 Lorenz 模型来进行描述. 两个层次之间通过 Rayleigh 数 r 来耦合, 即通过 Logistic 映射改变混沌控制参数 r 来单向控制 Lorenz 系统的演化, 以此构建简单的两层系统模型^[9]. 上述两层系统模型的数

^{*} 国家自然科学基金(批准号 90411008 A0325015)和国家重点基础研究发展计划(973)项目(批准号 2006CB400503)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: fenggl@cma.gov.cn

学表达式可以写为

1) 高层次系统

$$r_{k+1} = ur_k(1 - r_k/a) \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \quad (1)$$

其中, $r_k \in [0, a], u \in [0, 4], a$ 为给定的常数;

2) 低层次系统

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\sigma x + \sigma y, \\ \frac{dy}{dt} &= r(t)x - y - xz, \\ \frac{dz}{dt} &= xy - bz, \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $r(t) = r_k, t_k \leq t \leq t_{k+1}, t_0 = 0, t_{k+1} = t_k + T, \sigma = 10, b = 8/3$. T 表示参数 $r(t)$ 保持不变的时间间隔, 它代表高层次系统的特征尺度. 用 Δt 表示求解低层次系统时的积分步长, 它代表低层次系统的最小可分辨尺度. 若用 β 表示两个层次的特征尺度之比 $T/\Delta t$, 称之为“粗粒化参数”, 则 $T = \beta\Delta t$. 本文考虑 $\beta \gg 1$, 即高层次系统的尺度层次远远大于低层次系统的情况^[9]. 上述两层系统实际上隐含着这样一个假定: 即在长度为 T 的不同时段内, 系统是分段平稳的.

在数值试验中, β 取为 6000, 低层次系统的积分步长 $\Delta t = 0.01$, 初值取为 (7.0, 7.0, 24.0), 积分采用四阶 Runge-Kutta 方案. 由于得到的低层次系统的时间序列比较长, 处理起来很不方便, 因此文中做如下的处理, 对低层次系统的时间序列每 60 步采样一次 (下文简称 Lorenz 序列). 一般情况下, 为简单起见, 若无特别说明, 文中高层次系统也即 Logistic 系统取积分 20 步, 因此得到的相应的 Lorenz 序列长度 $n = 2000$. 应用功率谱分析法以及小波变换分别对 Lorenz 序列进行分析, 提取 Lorenz 系统所包含的显著准周期. 谱分析时, 取最大落后长度 $m = 660$, 标准谱的显著性水平 $\alpha = 0.05$; 小波分析时, 伸缩参数 aa 取为 40, 选用 Morlet 子波为母小波. 由于采样间

隔为 60, 因此, 对于检测到的 Lorenz 序列特征尺度准周期乘以 60 即为原来序列所包含的准周期. 不失一般性, 本文对高层次系统分别处于周期变化和非周期变化时相对应的低层次系统的时间序列进行了研究, 得到了有意义的结果.

2.1. 高层次系统周期性演化

2.1.1. Lorenz 模型的定态解与混沌解间的周期性演化

由文献 [10] 可知 (1) 式中的参数 $u = 3.2$ 时, 高层次系统对应于一个稳定的周期“2”解 (图略). 根据上述参数设定可知, 高层次系统相对于低层次系统的尺度周期是 12000 个积分单位. 这时当参数 a 取为 36.0 时, 高层次系统的输出值 r 分别为 18.47 和 28.78, 可知, 此时低层次系统有两个解, 分别对应着定态解和混沌解. 在高层次系统的控制下, 低层次系统的动力学行为表现为这两种不同的演化状态交替出现. Lorenz 模型所扮演的低层次系统 X 分量随时间的变化由图 1 给出. (其他分量的变化类似于 X , 图略) 从图 1 中可以清楚的看到, 低层次系统在“2”周期变化的高层系统的不断激励下, 表现为稳定的周期变化, 但与高层次系统所不同的是, 在整个耦合过程中低层次系统在一个周期态中经历了两种不同性质的运动.

根据本文的模型假设, 高层次系统控制低层次系统的动力学行为, 因此, 低层次系统中应包含部分高层次系统的演化信息. 我们所关注的问题在于, 能否从低层次系统中检测和提取这类信息. 鉴于此, 为了深入了解低层次系统 Lorenz 模型的演变规律, 并从中挖掘出高层次系统的演变信息, 我们采用功率谱方法和小波变换分别对 Lorenz 系统 X 分量的时间序列进行分析, 相应的数值结果分别如图 2 和图 3 所示.

图 2 为低层次系统 X 分量的时间序列的功率

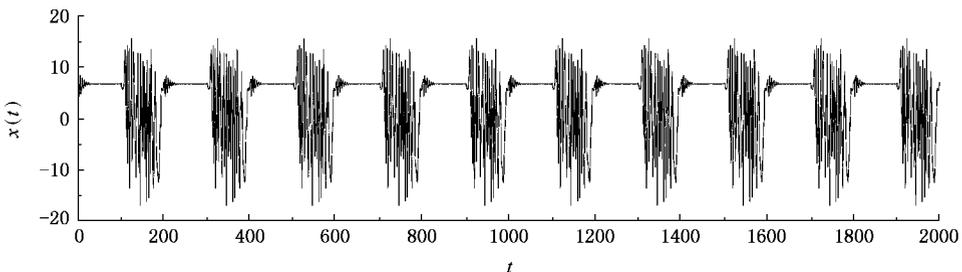


图 1 $u = 3.2, a = 36.0$ 时, 低层次系统 X 分量的演化

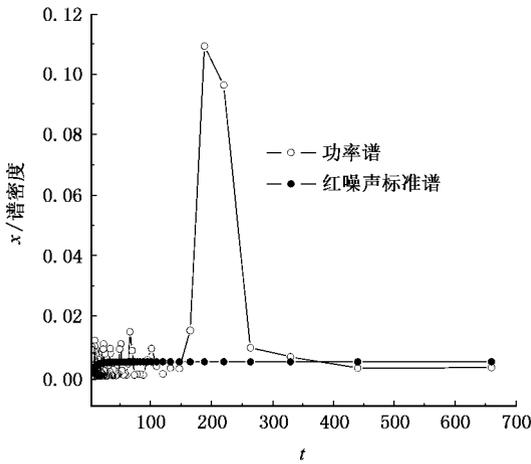


图2 $u = 3.2, a = 36.0$ 时, X 分量的谱分析

谱分析结果,从图中可以发现,Lorenz模型 X 分量的时间序列其第一显著周期为 188.57. 对 Y 分量和 Z 分量进行功率谱分析,发现它们的第一显著周期也是 188.57(图略). 由于试验中的采样间隔为 60,因此,从低层次系统中检测到的第一显著周期约为 11314 个积分单位,非常接近于高层次系统的演化周期(12000 个积分单位). 这表明,在低层次系统的演变过程中的确包含了高层次系统的周期变化信息,我们能够在一定程度上从低层次系统中检测到高层次系统的演化信息. 同时从图 2 可知,对于 Lorenz 模型 X 分量,它包含了两个次显著周期分别是 66.8. 而对于 Y 分量,分别是 66.4, Z 分量所包含的两个次显著周期分别是 55.14. 这充分说明了 Lorenz 模型具有复杂的层次结构,具有准周期运动的动力学特征. 因此,系统从长期时间积分来看,存在不可预测性,但对于短时间而言,系统仍然存在一定的不变的空间结构. 而正是这种结构反映了低层

次系统变化的各种不同尺度信息. 对于 X, Y 分量,检测到的第二第三显著周期几乎相同,而 Z 分量的时间序列检测到的结果有别于 X, Y 分量,究其原因可能在于其与 Lorenz 模型的空间结构有关,即 X, Y 在相空间的解是关于 Z 分量对称的.

低层次系统 Lorenz 模型的 X 分量的小波变换结果如图 3 所示. 由图 3 可知,低层次系统的 X 分量在整个时空范围内存在 200 左右这一显著的准周期,系统的另外两个分量同样存在着这一显著周期(图略),接近于高层次系统的变化周期. 除此以外,从图 3 还可以发现,在整个时空尺度内还存在着 50 左右的次显著周期,它反映了低层次系统自身内在的时空结构. 对低层次系统进行小波分析得到了与功率谱相类似的结果,其第一显著周期非常接近高层次系统的演化周期.

从上面的分析可以看出,低层次系统的演变信息中包含了高层次系统的尺度变化信息,虽然这里所考虑的高、低层次系统之间的耦合是单向的,而低层次系统自身又具有一定的时空结构,高低层次系统的这种层次结构导致了低层次系统的复杂性,但是我们仍然可以通过一定的手段来提取和分离出一部分与高层次系统相关的信息.

2.1.2. Lorenz 模型的混沌解间的周期性演化

仍然令(1)式中的参数 $\mu = 3.2$. 不同于 2.1.1 节,这里参数 a 取为 50.0,此时高层次系统的输出值 r_k 在 25.65 和 39.97 之间周期性的跳动. 此时,高层次系统的演化周期与 2.1.1 节中相同,相对于低层次系统来说,仍为 12000 个单位积分. 显然,混沌参数 r_k 的这两个值均超过了 Lorenz 系统处于混沌状态的阈值(约为 24.47^[11]),这直接导致了低层次系统在两个不同的混沌解之间交替变化,低层次

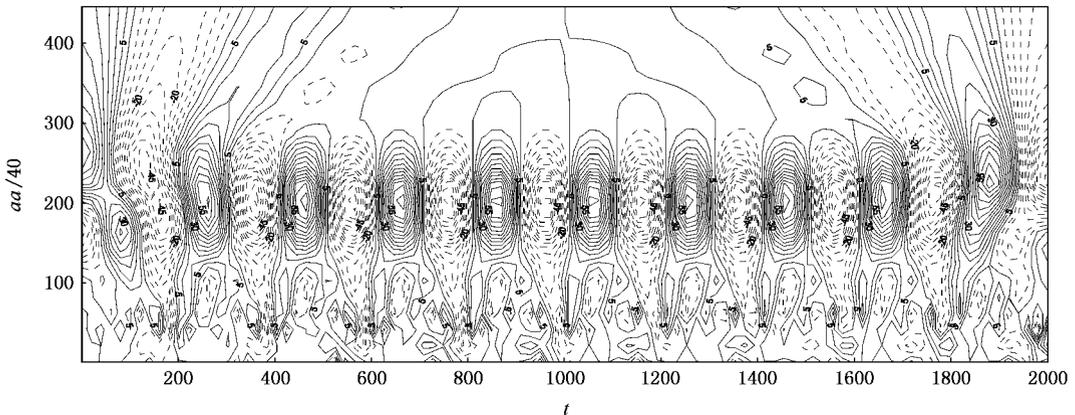


图3 $u = 3.2, a = 36.0$ 时, X 分量的小波变换

系统 X 分量随时间的变化见图 4(其他变量的变化类似于 X 图略)。显然, 较参数 a 取为 36.0 时其低层次系统的动力学行为将更为复杂, 系统未来的演化行为更加难以预测。从图 4 可知, 宏观上来看, 低层次系统各分量随时间在大尺度层次上均呈周期性的变化特征, 而在微观上我们却发现, 系统在整个周

期内均呈现混沌系统的演化特征。因此, 系统在大的尺度上呈现周期性运动, 但是实际上系统在任何时刻均处于混沌状态。故低层次系统的运动状态异常复杂, 其程度高于一般的混沌系统, 而且由于系统所具有的混沌属性, 这种宏观上的周期性变化是不稳定的, 它对于外界的小扰动异常敏感。

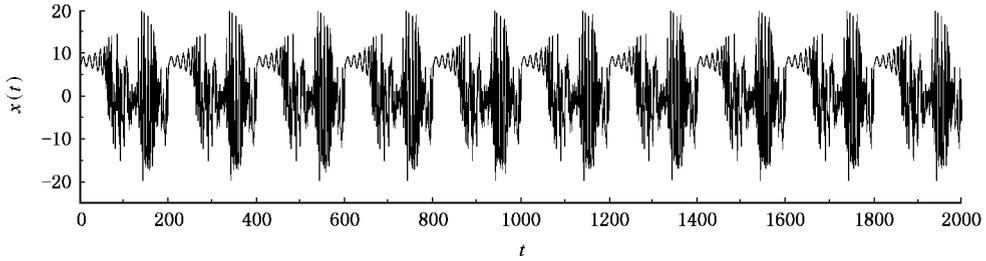


图 4 $u = 3.2, a = 50.0$ 时, Lorenz 系统 X 分量的复杂动力学行为

对 Lorenz 系统三个分量的时间序列进行功率谱分析, 其结果列于表 1。类似于 2.1.1 节, 各分量检测到的第一显著周期都是 188.57, 接近高层次的演化周期(12000 个积分单位)。这表明, 低层次系统在大尺度上的演化由高层次系统所决定, 通过对低层次系统的检测能够获取高层次系统的关键信息。这为短期气候预测甚至长期气候预测提供了理论基础。由表 1 可以看出, 低层次系统除了包含高层次系统的驱动信息外, 还包含了其他各个尺度的变化, 而且这类尺度变化的情况较 2.1.1 节更为复杂。因此, 高层次系统参数的微小变化, 对于低层次系统而言会产生巨大的影响, 这严重影响了对低层次系统未来行为的预测。显然, 加强对高层次系统的动力学结构的研究, 对降低预测的不确定性至关重要。

表 1 $u = 3.2, a = 50.0$ 时, Lorenz 各个分量的谱分析

各分量	第一显著周期	第二显著周期	第三显著周期	第四显著周期
X	188.57	101.54	40	5.55
Y	188.57	101.54	2.38	2.35
Z	188.57	101.54	50.77	66

对低层次系统的 X 分量的时间序列进行小波变换, 其数值结果如图 5。从图 5 可以看出, 在整个时空范围内存在 200 左右的这一尺度的准周期, 正好对应着高层次系统的变化信息。其次对于低层次系统还存在着 100 左右的次显著周期。同时, 这与谱分析检测到的结果也符合得很好, 它反映了低层次系统自身的内在时空结构。用小波变换分别对 Y, Z 分量的时间序列进行分析, 也得到了类似的结

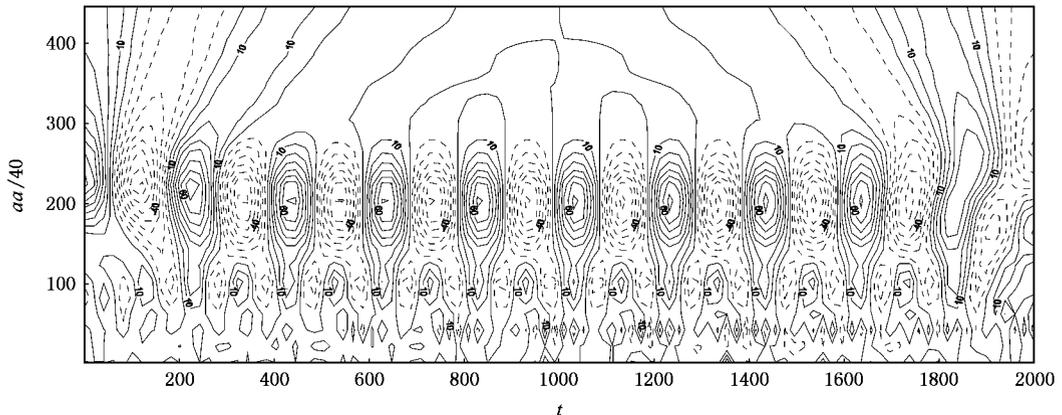


图 5 $u = 3.2, a = 50.0, X$ 分量的小波变换图

果(图略).从研究的结果可以看出,低层次系统的变化受控于高层次系统,而高层次系统的演变规律能够从根本上决定低层次系统未来的动力学行为.这为短期气候预测提供了新的研究思路,即我们要充分研究高层次系统的动力学结构和演化规律,同时高度重视富含气候演变信息的观测数据,从中充分挖掘高层次气候系统的演变信息,特别是挖掘高层次系统的关键性信息,从而为高层次的动力学研究提供理论指导.

在上述数值试验中,尽管高层次系统的变化非常有规律,是一个稳定的周期“2”解,而受其控制的低层次系统的演化在大尺度上和高层次系统的变化保持了一致,即周期性变化;但是对于小尺度而言,低层次系统的演化非常复杂.当高层次系统的参数发生了改变后,虽然高层次系统仍然处于稳定的周期运动,但是低层次系统的演化状态却发生了显著变化,即低层次系统的运动状态在由定态解和混沌运动组成的大尺度意义上的周期运动转变为两个不同的混沌运动组成的大尺度意义上的周期运动.很显然,这种大尺度意义上的周期运动是不稳定的,此时系统本质上仍然处于混沌状态.应用谱分析和小波变换的研究结果表明,低层次系统(Lorenz模型)包含了高层次系统的变化信息,即准周期变化.但对于一般的情景, r_k 是非周期性变化,即Logistic随时间的演化是混沌的,Lorenz系统也做混沌运动,下文将讨论如果此时低层次系统能反映出高层次系统的演化信息,我们是否仍然能够采用谱方法和小波变换的方法从低层次系统的演化规律中提取与分离出高层次系统相关的信息.

2.2. 高层次系统非周期性变化

仍以Logistic模型扮演高层次系统的角色,采用Lorenz模型来描述低层次系统.令(1)式中的 $u =$

3.9,初值 r_0 取为8.0,参数 $a = 50.0$.因此,在此种情况下,控制低层次系统的参数 $r(t)$ 将内在随机的变化,导致了低层次系统Lorenz模型的动力学行为较2.1节中更为复杂多变(见图6)其包含的各种信息(包括噪声)也更为丰富.因此,要想从中提取和分离与高层次系统相关的信息将更为困难.高层次系统从整体来看是混沌的,不存在显著的周期性信息,但若对其中的某一段时间序列进行分析,可能存在显著的周期性.事实上,实际得到的观测资料或器测资料也仅仅只是一段时间序列.本文为了比较清楚的说明所研究的问题,即能否从低层次系统中提取与分离高层次系统的尺度信息,在数值实验中,选择高层次系统具有显著的周期性信息的一段时间序列进行分析.当高层次系统取积分20步时,应用谱分析或小波变换没有发现存在显著的周期性信息.当高层次系统输出长度为50时,对其进行谱分析,取最大落后步长 $m = 15$,发现高层次系统存在着2.73这一显著周期.采用小波变换得到了类似的结果.因此,取高层次系统的积分步数为50,则相应的Lorenz时间序列的长度 $n = 5000$.高层次系统存在2.73这一显著周期,相对于低层次系统的尺度周期约为16380个积分单位(粗粒化参数 β 为6000).

低层次系统Lorenz模型的3个分量的谱分析结果由表2给出.这里,Lorenz模型各分量的时间序列的长度 $n = 5000$,谱分析时取最大落后长度 $m = 1560$,小波分析时伸缩参数 aa 取为45.

表2 一般情景下的Lorenz系统谱分析结果

各分量	第一显著 周期	第二显著 周期	第三显著 周期	第四显著 周期
X	260	780	183.53	445.71
Y	283.64	780	156	183.53
Z	283.64	222.86	173.33	156

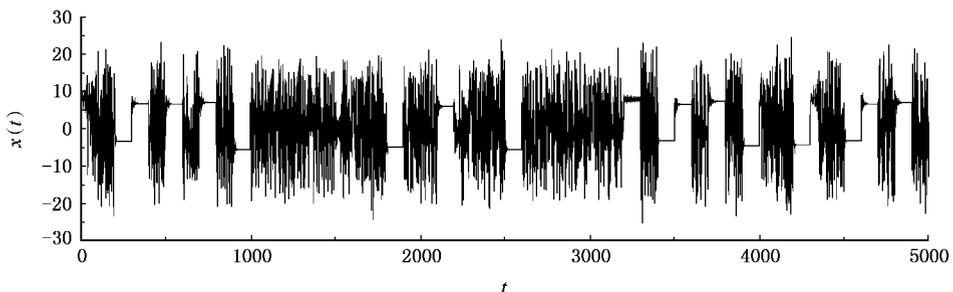


图6 Lorenz系统更复杂的动力学行为

由表 2 可知,低层次系统的 X 分量检测到的第一显著周期是 260,由于试验中的采样间隔为 60,因此,从低层次系统中检测到的第一显著周期约为 15600 个积分单位, Y, Z 分量检测到的第一显著周期都是 283.64,约 17018 个积分单位.因此,谱分析方法从低层次系统各变量的时间序列中检测到的显著周期信息与高层次系统的驱动准周期(16380 个积分单位)是比较一致的,说明低层次系统包含了高

层次系统的演化信息.但低层次系统中的 X, Y 分量出现了更大的次显著准周期信息,而这种信息在高层次系统中是不存在的.出现这种情况的可能原因是由高层次系统与低层次系统之间以及低层次各个尺度层次之间的非线性相互耦合所造成的,是受驱动的低层次系统对高层次的驱动系统的非线性响应.对低层次系统的小波分析得到了类似的结果(见图 7),在此不再赘述.

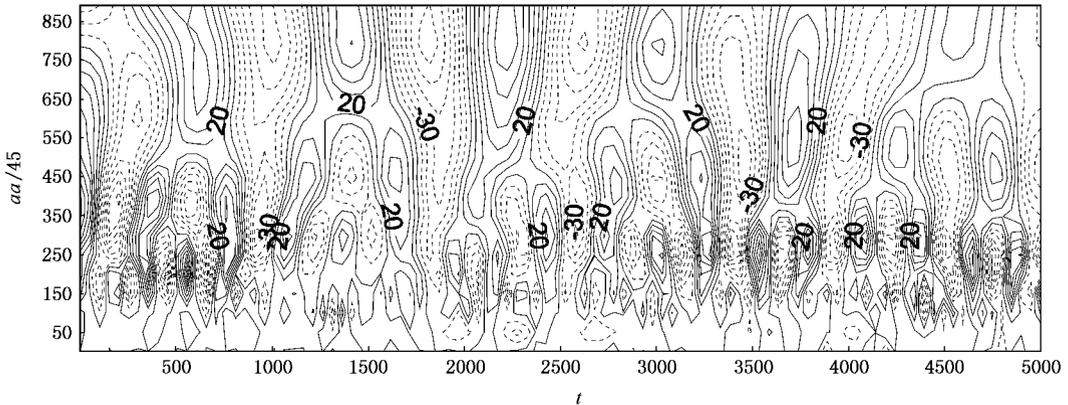


图 7 一般情形下,低层次系统 X 分量的小波变换

从上述分析可以看出,在高层次系统处于混沌状态时,低层次系统仍然包含了高层次系统的演化信息.虽然系统中各个尺度层次之间由于非线性耦合作用增强导致系统的演化情况异常复杂,但我们通过对低层次系统进行谱分析和小波变换仍能在一定程度上提取出与高层次系统相关的显著周期.

通过上述一个简单的两层模型的数值结果的分析,我们发现,低层次系统包含了高层次系统的显著变化周期,并且高层次系统参数的微小变化可以导致低层次系统的动力学行为发生根本性变化.因此,探索气候系统中高层次系统的动力学结构,研究其动力学行为的演变规律对于低层次系统的预报有着重要的理论和实际意义,而从低层次系统中对其所包含的高层次系统的显著变化周期的提取与分析反过来将促进高层次系统的动力学结构的研究,从而达到提高预报水平的目的.

3. 结论与讨论

基于气候的多层次结构理论,以及在高层次系统与低层次系统之间的相互作用中低层次系统对高层次系统的反馈可以被忽略的假设,本文引用了一个由 Logistic 模型与 Lorenz 模型构建的两层系统模

型^[9],在不同的控制参数下,分别应用功率谱分析法和小波变换对低层次系统的输出结果进行了分析,进而提取与分离高层次系统的尺度变化信息.结果表明,在高层次系统(Logistic 模型)处于稳定的周期解的情况下,导致低层次系统(Lorenz 系统)处于定常态与混沌态之间或两个不同的混沌态之间的交替演化,我们能够较准确的从低层次系统中得到高层次系统演化的准周期变化信息;当高层次系统处于混沌状态时,仍然能够从低层次系统中得到高层次系统的演化特性,但由于非线性耦合作用,低层次系统的动力学行为更为复杂,出现了更大尺度的时空变化,低层次系统所包含的信息更丰富,导致了两层气候系统模型有着比混沌系统更复杂的动力学行为.

本文的结果表明,高层次系统参数的微小变化可以导致低层次系统的动力学行为发生根本性变化.因此,研究高层次的动力学结构和演化规律,对于低层次系统未来行为的预测具有至关重要的意义,同时对低层次系统的研究又可以从了解高层次系统的演化信息,从而提高对低层次系统的预测水平.这为短期气候预测提供了新的研究思路,即我们要充分研究高层次系统的动力学结构和演化规律,同时高度重视富含气候演变信息的观测数据,从

中充分挖掘高层次气候系统的演变信息,特别是挖掘高层次系统的关键性信息,从而为高层次的动力学研究提供理论指导.

- [1] Feng G L , Chou J M , Dong W J 2004 *Chin . Phys .* **13** 1582
- [2] Feng G L , Dong W J 2003 *Chin . Phys .* **12** 1076
- [3] Feng G L , Dong W J 2003 *Acta Phys . Sin .* **52** 2347 (in Chinese)
[封国林、董文杰 2003 物理学报 **52** 2347]
- [4] Feng G L , Gong Z Q , Dong W J , Li J P 2005 *Acta Phys . Sin .* **54** 5494 (in Chinese) [封国林、龚志强、董文杰、李建平 2005 物理学报 **54** 5494]
- [5] Shi N 2005 *Chin . Phys .* **14** 844
- [6] Shi N , Wei F Y , Feng G L , Shen T L 1997 *J . Nanjing Institute of Meteorology* **20** 355 (in Chinese) [施 能、魏凤英、封国林、沈桐立 1997 南京气象学院学报 **20** 355]
- [7] Dai X G , Wang P , Chou J F 2004 *Progress in Natural Sciences* **14** 73
- [8] Gao X Q , Zhang W 2005 *Chin . Phys .* **14** 2370
- [9] Yang P C , Bian J C , Wang G L , Zhou X J 2003 *Chinese Science Bulletin* **48** 1470 (in Chinese) [杨培才、卞建春、王革丽、周秀骥 2003 科学通报 **48** 1470]
- [10] Lü J H , Lu J A , Cheng S H 2001 *Analysis of the Order of Chaotic Times and its Applications* (Wuhan :Wuhan university Press) p11—14 (in Chinese) [吕金虎、陆君安、陈士华 2001 混沌时间序列分析及其应用 (武汉 武汉大学出版社) 第 11—14 页]
- [11] Lorenz E N 1963 *J . Atmos . Sci .* **20** 130

Analysis of the functional relationship between the large-scale circulations and meso-scale convective systems^{*}

Zhang Wen^{1)B)} He Wen-Ping^{2)B)} Zou Ming-Wei^{1)B)} Feng Guo-Lin^{1)B)D)†}

1) *College of Physics Science and Technology , Yangzhou University , Yangzhou 225009 , China)*

2) *Department of Atmospheric Sciences , Lanzhou University , Lanzhou 730000 , China)*

3) *Key Laboratory of Regional Climate-Environment for Temperate East Asia , Institute of Atmospheric Physics , Chinese Academy of Sciences , Beijing 100029 , China)*

4) *Laboratory for Climate Studies of China Meteorological Administration , National Climate Center , Beijing 100081 , China)*

(Received 26 October 2006 ; revise manuscript received 11 April 2007)

Abstract

The climate system is a chaotic , hierarchical open nonlinear system. The system of higher level dominates the behavior of the lower one and determines the basic configuration of climate change. Generally , what the observational data record is the output of lower layer system which necessarily contains the information of interaction between different levels. How to extract information of higher level system from observational data has been a hotspot in the research of nonlinear spatio-temporal distribution theory and methods of observational data processing. A unified formulation of the climate system has not yet been established. For the convenience of study , in this paper we use a two-level model comprising the Logistic model and Lorenz model , and analyze the output of lower level system through power spectrum and wavelet analysis under different control parameter and obtain the scaling rules for extracting information of the higher level system.

Keywords : hierarchical structure , power spectrum , wavelet transform

PACC : 9260X

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 90411008 , 40325015) and the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No.2006CB400503).

[†] Corresponding author. E-mail : fenggl@cma.gov.cn