

# 左手性介质透镜系统的赛德尔像差特性研究<sup>\*</sup>

林志立<sup>†</sup>

(浙江大学现代光学仪器国家重点实验室, 光及电磁波研究中心, 杭州 310058)

(2006 年 12 月 8 日收到, 2007 年 1 月 5 日收到修改稿)

根据初级像差理论, 系统研究了由左手性介质构造的透镜系统的赛德尔像差特性. 分析了左手性介质单折射曲面的赛德尔像差特性, 发现其消初级球差的曲面类型比普通介质更为灵活且可用于实成像系统. 依据薄透镜赛德尔和数公式, 分析和设计了三种只有左手性介质才具备的可消部分赛德尔像差的薄透镜结构参数, 提出了几种能同时消除全部五种赛德尔像差的由左手性介质构造的透镜组合系统. 研究表明左手性介质相对于普通介质在消像差方面存在较大优势, 在光学设计时可以采用更少的折射表面个数或更简单的表面形状即可到达同等的成像性能.

关键词: 成像光学, 赛德尔像差, 左手性介质, 负折射率

PACC: 4215, 4230F

## 1. 引 言

早在 1968 年, 前苏联科学家 Veselago<sup>[1]</sup>就已经对同时具有负介电常数和负磁导率的左手性介质进行了纯理论的研究, 并探讨了它可能具备的一些奇特的物理性质, 如反常的多普勒效应、切伦科夫辐射以及负折射率现象等. 然而, 自然界中不存在天然的左手性介质, 所以关于它的进一步研究很长时间内没引起人们的注意. 近年来, Smith<sup>[2,3]</sup>和 Eleftheriades 等<sup>[4]</sup>研究小组通过不同的方法从实验上证实并制得了微波段的左手性复合介质. 同时 Pendry<sup>[5]</sup>提出了利用左手性介质可制得完美透镜的概念, 并用之于实现突破衍射极限的亚波长成像系统, 直接导致了左手性介质成为了当前国内外科学研究的热点<sup>[6]</sup>. 最近, 研究人员还在光波段发现了光子晶体带隙材料也具有等效的负折射率现象<sup>[7-9]</sup>, 并利用这些材料设计和制造了具有优良特性的光学器件<sup>[10,11]</sup>. 目前对由左手性介质构造的透镜系统的研究工作的相关文献开始增多: Vodo 等<sup>[12]</sup>研究了光波段负折射率平凹透镜的成像特点和性能; 在像差方面, Schurig 等讨论了负折射率等光程曲面<sup>[13]</sup>形状和左手性介

质薄透镜的初级像差特性<sup>[14]</sup>; Parazzoli 等<sup>[15]</sup>还根据实验指出了左手性介质透镜的成像特性仍然遵守几何光学中基本定律, 并已经初步指出了左手性介质在制造光学透镜方面的固有优势. 我们在本文中对左手性介质透镜系统的塞德尔像差 (Seidel aberrations) 特性进行了研究, 以为将来设计和开发相关负折射率光学器件提供初步理论指导和设计依据. 首先研究了负折射率单曲面的像差特性, 发现了左手性介质与空气的透镜界面相比于普通介质在消赛德尔像差方面有优势, 特别是折射率  $n = -1$  的左手性介质与空气的平界面不会引入赛德尔像差. 据此进一步研究了单块薄透镜的赛德尔像差, 提供了三种消部分 (三个) 赛德尔像差的左手性介质薄透镜的结构参数. 可是除了  $n = -1$  的平板透镜外, 靠单块曲面透镜是无法消除全部赛德尔像差的, 由此我们还提出了结构相对简单并且具有很大适用性的能够同时消除全部五种赛德尔像差的由左手性介质构造的透镜组合系统.

## 2. 赛德尔像差基本公式

赛德尔像差是由于正弦函数的三阶近似  $\sin\theta \approx$

<sup>\*</sup> 国家重点基础研究发展计划 (973 项目) (批准号: 2004CB719800) 资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: zllin@coer.zju.edu.cn

$\theta - \theta^3/6$  所造成的几何偏离于高斯理想像的波前像差,它包括五种基本的单色初级像差,即初级球差( $S_I$ )、彗差( $S_{II}$ )、像散( $S_{III}$ )、场曲( $S_{III} + S_{IV}$ )和畸变( $S_V$ )。根据波像差理论,三级波像差可以用赛德尔像差和数表示为

$$W(h, \rho, \cos\theta) = \frac{1}{8} S_I \rho^4 + \frac{1}{2} S_{II} h \rho^3 \cos\theta - \frac{1}{2} S_{III} h^2 \rho^2 \cos^2\theta - \frac{1}{4} (S_{III} + S_{IV}) h^2 \rho^2 + \frac{1}{2} S_V h^3 \rho \cos\theta,$$

式中  $h$  是归一化物像高,  $\rho$  和  $\theta$  是出瞳平面上的极坐标系的半径和方位角( $\rho$  在出瞳边缘处被归一化为 1)。根据文献 [16] 的论述和符号规定,对于一般的具有  $j$  个折射面的共轴透镜系统的五个赛德尔像差和数可由以下式子计算得到

$$\begin{aligned} S_I &= \sum_{i=1}^j h_i^4 \frac{b_i}{r_i^3} (n_i - n_{i-1}) + h_i^4 K_i^2 S_i, \\ S_{II} &= \sum_{i=1}^j h_i^4 k_i \frac{b_i}{r_i^3} (n_i - n_{i-1}) + h_i^2 K_i (1 + k_i h_i^2 K_i) S_i, \\ S_{III} &= \sum_{i=1}^j h_i^4 k_i^2 \frac{b_i}{r_i^3} (n_i - n_{i-1}) + (1 + h_i^2 k_i K_i) S_i, \\ S_{IV} &= \sum_{i=1}^j \frac{1}{r_i} \left( \frac{1}{n_{i-1}} - \frac{1}{n_i} \right), \\ S_V &= \sum_{i=1}^j h_i^4 k_i^3 \frac{b_i}{r_i^3} (n_i - n_{i-1}) + k_i (1 + h_i^2 k_i K_i) \\ &\quad \times (2 + h_i^2 k_i K_i) S_i - \frac{1 + h_i^2 k_i K_i}{h_i^2} \left( \frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_{i-1}^2} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $K_i, S_i, k_i, h_i$  这些中间量的定义如下:

$$\begin{aligned} K_i &= n_{i-1} (1/r_i - 1/s_i) \\ S_i &= 1(n_i s'_i) - 1(n_{i-1} s_i), \\ h_i &= s_i (t_i - s_i), \\ h_{i+1} &= h_i s_{i+1} / s'_i, \\ k_i &= t_i (t_i - s_i) s_i, \\ k_{k+1} &= k_i + \sum_{m=1}^i d_m (n_m h_m h_{m+1}). \end{aligned} \quad (2)$$

在(1)式中  $b_i = -\epsilon_i^2$  代表第  $i$  面的非球面系数( $\epsilon_i$  为离心率),它决定了该非球面的类型,对应曲面上的点坐标  $(x, y, z)$  满足以下圆锥曲面方程(假设  $z$  轴与光轴重合):

$$(x^2 + y^2) - 2r_i z + (b_i + 1)z^2 = 0, \quad (3)$$

其中  $r_i$  为第  $i$  面顶点处的曲率半径,特别地,  $b_i = 0$

表示球面,  $b_i = -1$  表示抛物面。  $t_i$  为光阑到第一曲面顶点的水平距离。应用(1)式时,近轴边缘主光线的入射视场视角已归一为 1 弧度,整个系统在长度尺寸上也依入瞳半径为基本长度单位进行了归一化。值得注意的是,在误差小于千分之一的条件下,初级像差公式所适用的范围和角度  $\theta$  小于  $32^\circ$ ,因此当光束的孔径角和成像高度较大时,由(1)式计算的赛德尔像差和数已不能充分地代表相应的光学系统的成像质量,此时必须考虑高级像差。同时,当曲面数较多时利用(1)式计算共轴透镜系统的赛德尔像差和数并以此寻找消除像差的过程将变得相当复杂,因此在下面的讨论中我们将先从简单的负折射率单曲面开始分析,并逐渐向双折射面、多折射面的复杂情况展开来研究左手性介质透镜系统的赛德尔像差特性。

### 3. 左手性介质单折射曲面

单折射曲面成像是左手性介质透镜系统中最简单也是最重要的情况,通过对它的研究可以了解左手性介质透镜系统的最基本的赛德尔像差特性。图 1(a) 是单折射曲面的成像示意图,两边分别是空气和左手性介质,  $A$  为物点,  $C$  为曲面顶点曲率中心,顶点曲率半径为  $r$ 。由高斯光学,在近轴条件下的理想像点  $A'$  的位置由下式决定:

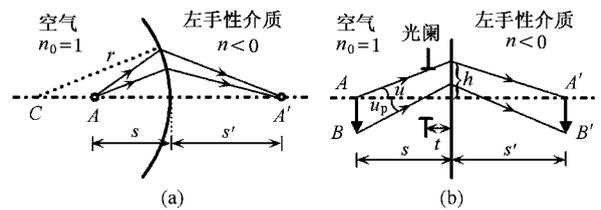


图 1 左手性介质单折射曲面成像示意图 (a) 弯曲面 (b) 平面

$$s' = n \left( \frac{n-1}{r} + \frac{1}{s} \right)^{-1}. \quad (4)$$

对轴上物点来说,五种赛德尔像差中只存在初级球差,因此先来讨论单折射面的初级球差。由(1)式的第一式和(4)式可得单折射面的初级球差系数为

$$S_I = h^4 (n-1) \left\{ \frac{b}{r^3} + \frac{1}{n^2} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right)^2 \times \left[ \frac{1}{r} - (n+1) \frac{1}{s} \right] \right\}. \quad (5)$$

据此得消初级球差的条件为

$$\frac{b}{r^3} + \frac{1}{n^2} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right)^2 \left[ \frac{1}{r} - (n+1) \frac{1}{s} \right] = 0. \quad (6)$$

当曲面为球面( $b=0$ )时,由(6)式和(4)式得到了两个消初级球差的物像点位置.一个是对应于 $K_1=0$ 此时物距 $s=r$ 和像距 $s'=r$ ,即物像点重合于球心,由(1)式可知其初级像差和彗差系数均为零;另一个是对应于物距 $s=r(n+1)$ ,像距 $s'=(n+1)r/n$ 的齐明点的情况,对于 $n<0$ 且 $n \neq -1$ 的左手性介质, $s$ 和 $s'$ 的符号总是相反的,因此物和像总处于界面的两边,可应用于实成像系统,而对于普通介质( $n>1$ )其齐明物像点总位于界面同一边.另外,从(1)式也可看到对于齐明点情况,由于 $S_I=0$ , $S_{II}$ 和 $S_{III}$ 也同时为零,因此对左手性介质单折射球面,当物点位于齐明点位置时,其所成像为实像且不存在初级球差、彗差和像散等像差.

当曲面为非球面( $b \neq 0$ )时,由(5)式和(4)式可以求得消初级球差的物像点位置.当物点位于无穷远时,即 $s=-\infty$ 时(5)式可简化为

$$S_I = h^4(n-1) \left( b + \frac{1}{n^2} \right) / r^3. \quad (7)$$

此时消除初级球差的条件为 $b=-1/n^2$ ,其所对应的折射曲面方程为

$$(x^2 + y^2) - 2rz + (1 - 1/n^2)z^2 = 0.$$

当 $n=-1$ 时, $b=-1$ ,对应曲面为抛物旋转面;当 $-1 < n < 0$ 时,对应曲面为双曲旋转面;当 $n < -1$ 时,曲面为长椭球旋转面.而对于 $n > 1$ 的普通光学介质来说,只有折射曲面为椭球旋转面这一种情景.当对无穷远物点成像消球差时,由于 $K_1=1/r$ , $S_I=(n-1)/n^2/r$ ,将其代入(1)式,无法找到能再同时消初级彗差或初级像散的曲面及其对应的折射率.但从单折射曲面的光焦度公式 $\varphi=(n-1)/r$ 来看,对具有相同光焦度和折射率绝对值的折射曲面来说,左手性介质折射面的曲率半径比普通介质的要大,从(1)(2)式可知这有利于减小初级像差.

另外一种值得讨论的是当空气和左手性介质的分界面为平面的情况.将 $r=-\infty$ 代入(1)(2)式即可得到平界面的赛德尔像差系数公式为

$$\begin{cases} S_I = u^4 \left( \frac{1-n^2}{n^2} \right) s, S_{II} = \frac{u_p}{u} S_I, S_{IV} \equiv 0, \\ S_{III} = \left( \frac{u_p}{u} \right)^2 S_I, S_V = \left( \frac{u_p}{u} \right)^3 S_I. \end{cases} \quad (8)$$

式中 $u$ 为轴上物点边缘光线的倾角, $u_p$ 为最大视场主光线的倾角,如图1(b)所示,它们可以由下面的式子计算得出

$$u = t - s, u_p = (t - s)h. \quad (9)$$

从(8)式可以看出初级场曲系数由于 $r=-\infty$ 而恒为零,而其他四种初级像差系数随介质折射率的变化因子为 $(1-n^2)/n^2$ .当 $n=-1$ 时,所有的初级像差均为零,因而它的成像特性类似于平面镜,不同的是它成的是实像,平面镜成的是虚像.事实上,从严格的光线追迹可以发现,对 $n=-1$ 的左手性介质平界面,不仅初级像差为零,高级像差也是不存在的.这也可以从Snell定律 $\sin\theta_1 = n\sin\theta_2$ 看出当 $n=-1$ , $\theta_1 = -\theta_2$ ,此时在计算中可以由 $\theta$ 来替代 $\sin\theta$ .所有这些在某种意义上从像差理论表明了利用这样的介质可制得完美成像的平板透镜<sup>[5]</sup>,而当 $n \neq -1$ 且入射光为非平行光束( $u \neq 0$ )时,折射曲面总存在一定量的赛德尔像差.然而由于对 $n < -1$ 和 $-1 < n < 0$ 的两种左手性介质,其对应的赛德尔像差系数符号总是相反的,故利用这两种左手性介质组合的双层或多层平板透镜也可以消除赛德尔像差.

#### 4. 左手性介质薄透镜

左手性介质薄透镜具有两个折射曲面,相对单折射曲面来说为消初级像差提供了更多的可选择结构参数.由于匹兹伐场曲与其他像差不同,它只与介质的折射率和折射面的曲率半径有关,无法通过改变物面和光阑位置来消除,所以这里先从消除匹兹伐场曲入手来讨论左手性介质薄透镜的像差特性.从(1)式得单透镜的匹兹伐场曲系数表达式为

$$S_{IV} = (1 - 1/n) \left( 1/r_1 - 1/r_2 \right), \quad (10)$$

故消除匹兹伐场曲的条件是 $r_1 = r_2 = r$ .对薄透镜来说这意味着其光焦度 $\varphi = (n-1) \left( 1/r_1 - 1/r_2 \right)$ 必须为零,从薄透镜成像公式 $1/s' - 1/s = \varphi = 0$ 看,此时物像点必须重合.这种透镜不实用,因此单个薄透镜成像系统一般是消不了全部赛德尔像差的,即只要光焦度不为零,它总是带有一定量的匹兹伐场曲.据此,下面来研究其他四种赛德尔像差的情况.为了简单起见,这里仅考虑由球面组成的左手性介质薄透镜.根据参考文献[16]的论述,对于单块薄透镜,其厚度 $d$ 可以忽略,将 $h_1 = h_2$ , $k_1 = k_2$ , $s_2 = s'_1$ 代入(1)(2)式并进行化简可得其赛德尔像差和数的计算表达式为

$$\begin{aligned}
 S_{\text{I}} &= h^4 U, \\
 S_{\text{II}} &= h^4 kU + h^2 V, \\
 S_{\text{III}} &= h^4 k^2 U + 2h^2 kV + \varphi, \\
 S_{\text{IV}} &= \varphi/n, \\
 S_{\text{V}} &= h^4 k^3 U + 3h^2 k^2 V + k(3 + 1/n)\varphi,
 \end{aligned} \quad (11)$$

式中

$$\begin{aligned}
 U &= \varphi^3 \left[ \frac{n+2}{4n(n-1)} X^2 + \frac{n+1}{n(n-1)} XY \right. \\
 &\quad \left. + \frac{3n+2}{4n} Y^2 + \frac{n^2}{4(n-1)^2} \right], \quad (12a)
 \end{aligned}$$

$$V = \varphi^2 \left[ \frac{n+1}{2n(n-1)} X + \frac{2n+1}{2n} Y \right], \quad (12b)$$

这里  $X = (r_2 + r_1)(r_2 - r_1)$  代表薄透镜的形状因子,  $Y = (s' + s)(s' - s) = -1 - 2(\varphi/n)$  代表物像面的位置因子. 如果我们知道了光焦度  $\varphi$ 、透镜折射率  $n$  及形状因子  $X$ , 则该透镜的两半径为

$$r_1 = \frac{\varphi(n-1)}{\varphi(X+1)}, r_2 = \frac{\varphi(n-1)}{\varphi(X-1)}. \quad (13)$$

关于光阑位于薄透镜所在平面时(即  $k=0$ )的赛德尔像差特性在文献[14]中已有详细的讨论. 由于对单个薄透镜来说匹兹伐场曲不能消除, 这里主要尝试讨论几种光阑不处于薄透镜平面时消除其他几种初级像差的左手性介质薄透镜结构参数的求取方法.

1) 消初级球差、彗差和畸变. 令(11)式的  $S_{\text{I}}$ ,  $S_{\text{II}}$  和  $S_{\text{V}}$  为零, 并根据(12)式可得:  $n = -1/3$ ,  $X = \pm 1/3$ ,  $Y = \pm 1/2$ , 而且它与光阑所处位置参数  $k$  和边缘光线的入射高度  $h$  无关, 它可以是一个双凹或双凸的薄透镜. 由于对于左手性介质薄透镜来说, 双凹透镜才是聚透镜, 可用于成实像, 因此先来讨论其中双凹形状的结构. 如图 2(a) 所示, 对应于  $X = 1/3$  和  $Y = 1/2$  的双凹薄透镜的结构参数为  $r_2 = -2r_1$ ,  $\varphi = -2/r_1$ ,  $s = 2r_1/3$ ,  $s' = -2r_1$ , 可见物点位于第一个球面的齐明点处, 像点位于第二球面的球心处. 其残留的初级像散、匹兹伐场曲和数为

$$S_{\text{III}} = \varphi = -2/r_1, S_{\text{IV}} = \varphi/n = -6/r_1.$$

而对于  $X = -1/3$  和  $Y = -1/2$  的情况, 物像位置刚好互换, 物点位于第一球面的球心, 像点位于第二球面的齐明点处, 见图 2(b).

2) 消初级球差、像散和畸变. 分析(11)式, 当  $U = 0$ ,  $2h^2 kV + \varphi = 0$ ,  $n = -2/3$  时,  $S_{\text{I}}$ ,  $S_{\text{III}}$  和  $S_{\text{V}}$  均为零. 符合这些要求的透镜形状很多, 从方便透镜的加工制造考虑, 这里仅讨论其中的平凹透镜类型, 即

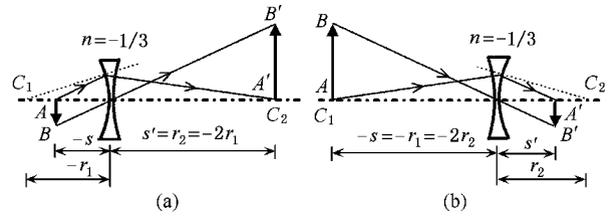


图 2 消初级球差、彗差和畸变的左手性介质薄透镜 (a) 双凹结构 (b) 像点位于第二球面的齐明点处

当  $r_1 = \infty$  或  $X = -1$  时的情况. 利用(12)式, 经计算可得其所对应的系统结构参数和物像距为

$$\begin{aligned}
 \varphi &= 5(3r_2), t = -225r_2[4(25 + 18r_2^2)], \\
 s &= -(9/4)r_2, s' = (9/11)r_2.
 \end{aligned}$$

当取  $r_2 = 3$  三个单位长度, 即为 3 倍入瞳半径, 则该平凹透镜的成像情况如图 3(a) 所示. 该成像系统下所残留的初级彗差和匹兹伐场曲系数与  $r_2$  的关系曲线见图 3(b), 其表达式为

$$\begin{aligned}
 S_{\text{II}} &= -\frac{1}{1215} \left( 324 + \frac{625}{r_2^4} + \frac{900}{r_2^2} \right), \\
 S_{\text{IV}} &= \frac{5}{2r_2}
 \end{aligned}$$

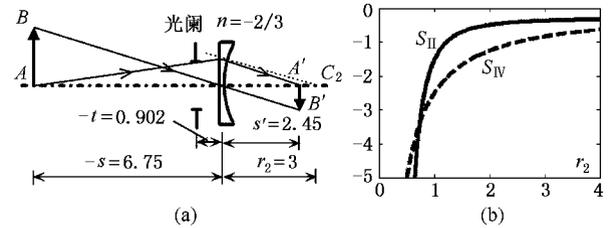


图 3 消初级球差、像散和畸变的左手性介质薄透镜 (a) 系统结构参数 (b) 残留像差系数和  $r_2$  的关系

3) 消初级彗差、像散和畸变. 对于无需消初级球差的薄透镜系统, 我们来讨论消除其他三种初级像差(彗差、像散和畸变)的条件. 对(11)式进行分析可得

$$\begin{cases}
 S_{\text{III}} - kS_{\text{II}} = h^2 kV + \varphi, \\
 S_{\text{V}} - kS_{\text{III}} = k[h^2 kV + (2 + 1/n)\varphi].
 \end{cases} \quad (14)$$

由上式和(11)式可以看出当  $n = -1$  时, 消彗差、像散和畸变的条件为

$$V^2 = U\varphi, h^2 k = -\varphi/V. \quad (15)$$

另根据(12)式对于折射率为  $n = -1$  的薄透镜有  $V = \varphi^2 Y/2$ ,  $U = \varphi^3(-X^2/16 + Y^2/4 + 1/16)$ . 将它们代入(15)式可以求得其中的一个解为  $X = 1$ ,  $t = -2/\varphi = r_1$ , 即要求透镜类型为凹平薄透镜且光阑应

处于透镜前二倍焦距 (即球心处) (见图 4). 此时其残留的初级球差和匹兹伐场曲为

$$S_{\text{I}} = \frac{s^2}{(s - r_1)^2 r_1^3}, S_{\text{IV}} = \frac{2}{r_1}. \quad (16)$$

当  $s \rightarrow -\infty$  时,  $S_{\text{I}} \rightarrow 1/r_1^3$ , 因此若当  $r_1 \rightarrow -\infty$ , 也就是该薄透镜趋于平板透镜时,  $S_{\text{I}}$  和  $S_{\text{IV}}$  均趋于零, 这就再次验证了  $n = -1$  的平板透镜是不存在初级像差的. 注意当  $s \rightarrow r_1$  时, 由于光阑平面过球心, 此时  $h \rightarrow \infty$ , 这时候的近轴条件已不满足, 所以对于物点处于半径附近的点将不能用 (16) 式来计算其球差. 事实上, 若将物点置于该透镜前表面的球心, 即  $s = r_1, Y = 0, k = 0$  时, 则其初级球差、彗差和畸变将被消除, 残留的初级像散、匹兹伐场曲和数表达式为  $S_{\text{III}} = -2/r_1, S_{\text{IV}} = 2/r_1$ , 这即是透镜前表面所引入的像差. 图 4 所示薄透镜的赛德尔像差特性可以这样解释: 对于第一个球面由于光阑位于球心, 故其引入的彗差、像散和畸变都为零; 对于第二平面是折射率为  $-1$  的左手性介质和  $+1$  的空气中的界面, 根据第 3 节论述知道其不引入初级像差, 因此对整个透镜来说是消彗差、像散和畸变的. 由以上分析可以看出, 相比于普通介质, 利用左手性介质极大地方便了具有各种成像要求的透镜系统的设计. 但是对于五种赛德尔像差, 利用单个薄透镜再加上光阑位置的选择最多也只能消除其中的三种. 为了消除匹兹伐场曲, 必须利用平板透镜或几个透镜的组合系统, 下面研究能消除全部赛德尔像差的左手性介质透镜组合系统.

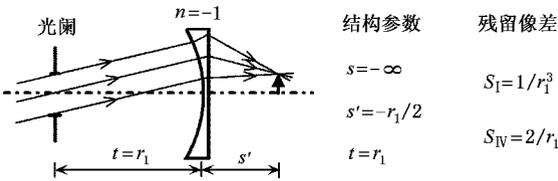


图 4 消初级彗差、像散和畸变的左手性介质薄透镜

### 5. 左手性介质透镜组合

由于平板透镜的折射面都是平面, 可以看成是半径无穷大的球面, 即  $r_1 = r_2 = \infty$ , 代入 (1) 式知道, 其匹兹伐场曲和数恒为零. 从这点看左手性介质平板透镜相比于球面透镜是有优势的. 根据初级像差加和定理和平折射面的成像特性 (见图 1), 利用 (8)

式可以推导出平板透镜的赛德尔像差和数表达式为

$$\begin{cases} S_{\text{I}} = u^4 \left( \frac{1-n^2}{n^3} \right) d, S_{\text{II}} = \frac{u_p}{u} S_{\text{I}}, S_{\text{IV}} \equiv 0, \\ S_{\text{III}} = \left( \frac{u_p}{u} \right)^2 S_{\text{I}}, S_{\text{V}} = \left( \frac{u_p}{u} \right)^3 S_{\text{I}}. \end{cases} \quad (17)$$

可见除了  $S_{\text{IV}}$  恒为零外,  $S_{\text{II}}, S_{\text{III}}$  和  $S_{\text{V}}$  的大小均依赖于  $S_{\text{I}}$ , 因此当  $S_{\text{I}} = 0$  时, 整个平板透镜就是消全部五种赛德尔像差的. 从 (17) 式的第一式看, 无论  $u = 0$  还是  $d = 0$  都会让  $S_{\text{I}} = 0$ , 但从透镜的功能看它们都是意义不大的. 从透镜折射率方面考虑, 当  $1 - n^2 = 0$  即  $n = \pm 1$  时, 也有  $S_{\text{I}} = 0$ . 其中  $n = 1$  对应于空气透镜, 它对光线没折射能力显然也没利用价值, 而  $n = -1$  平板透镜就是我们所求得的也是唯一依靠单块透镜就能消全部五种赛德尔像差的左手性介质透镜. 另外, 如第三节所指出的, 对于  $-1 < n < 0$  和  $n < -1$  的左手性平板透镜来说, 其赛德尔像差和数符号总是相反的, 我们可以利用这点来构造折射率不需为  $n = -1$  的消赛德尔像差的平板透镜系统. 例如对于由  $j$  块平板组成的透镜系统要消除全部赛德尔像差必须满足的条件是

$$\sum_{i=1}^j \left( \frac{1-n_i^2}{n_i^3} \right) d_i = 0. \quad (18)$$

为了能够对实物成实像, 对于该类平板透镜系统, 还须满足以下条件:

$$\sum_{i=1}^j \left( 1 - \frac{1}{n_i} \right) d_i - \sum_{i=1}^{j-1} \Delta_i - s_1 > 0. \quad (19)$$

式中  $n_i, d_i$  分别代表第  $i$  块平板的折射率和厚度,  $\Delta_i$  是第  $i$  块和第  $i+1$  块平板之间的空气间隔.

虽然单块  $n = -1$  的左手性介质平板就能做到消除全部赛德尔像差, 但由于平板透镜无法对平行光聚焦而且其工作距离极大地被它的厚度所决定, 因此对于需要远距离成像的场合, 仍然要使用曲面透镜. 早在 1980 年 [Schulz<sup>[17]</sup>] 就证明了靠单块曲面透镜系统是无法消除全部赛德尔像差的, 所以我们尝试用由两块左手性介质薄透镜组合的透镜系统来达到这个目的. 假定光阑位置处于第一片透镜所在的平面, 两片薄透镜之间的距离为  $d$ , 对于这样的组合透镜满足:  $h_1 = -1, k_1 = 0, k_2 = -d/h_2, h_2 = -\varphi_1 (Y_1 - 1) \varphi_2 / (Y_2 + 1)$ . 为了消赛德尔像差, 必须令五个像差和数均为零. 根据 (1) 式和 (11) 式可以得到方

程组

$$\begin{cases} S_I = U_1 + h_2^4 U_2 = 0, \\ S_{II} = V_1 + h_2^2 V_2 + h_2^3 d U_2 = 0, \\ S_{III} = h_2^2 d^2 U_2 + 2h_2 d V_2 + \varphi_1 + \varphi_2 = 0, \\ S_{IV} = \varphi_1/n_1 + \varphi_2/n_2, \\ S_V = h_2 d^3 U_2 + 3d^2 V_2 + (3 + 1/n_2)\varphi_2 d/h_2 = 0. \end{cases} \quad (20)$$

式中  $U_i$  和  $V_i$  ( $i=1, 2$ ) 由(12)式给出. 同时, 根据组合透镜系统过渡方程  $s_2 = s'_1 - d$  和位置因子  $Y_i$  的定义, 得到另一个必须满足的约束条件

$$d = -2/\varphi_1(Y_1 - 1) + 2/\varphi_1(Y_2 + 1). \quad (21)$$

因(20)式是多元四次方程组, 其解析解是相当冗长的, 因此这里采用数值计算的方法来求其可能存在的解. 我们求解的思路是: 对某给定的  $n_1, n_2$  的数值, 先以  $X_1, X_2, Y_1, Y_2, \varphi_1$  和  $\varphi_2$  等 6 个参数为过渡自变量求解(20)和(21)式这 6 个方程, 然后再根据(2)式和(13)式就可获得所要求的原始自变量  $s_1, s'_2, r_1, r'_1, r_2, r'_2$  和  $d$  的数值解. 当然作为实成像系统, 其中只有满足  $s_1 < 0$  和  $s'_2 > 0$  的解才是有效的. 限于篇幅, 作为例子下面仅计算当两薄透镜满足  $-1 \leq n_2 = n_1 = n < 0$  和  $d = 1$  时存在的透镜系统结构数值解. 图 5 所示为我们计算得到的两组能消除全部赛德尔像差的双薄透镜系统结构变量的数值解. 从图 5 可以知道, 当  $-1 \leq n < 0$  时, 仅在  $-0.331 < n < -0.293$  和  $-0.321 < n < -0.293$  这两个很窄的折射率范围各有一组解的存在 (另外的计算表明当  $n \leq -1$  时, 仅在  $-2.58 < n < -1.71$  和  $-2.34 < n < -1.71$  两折射率范围发现解). 值得注意的是, 对于  $n_1 = n_2 = -1$ , 不存在能消全部赛德尔像差的两球面薄透镜组合. 图 6 给出了数值解 II 中对应于  $s_1 = -\infty$  的成像系统结构示意图, 其系统参数的具体数值为

$$n_1 = n_2 = -0.3205, \quad d = 1, \quad s_1 = -\infty, \quad s'_2 = 0.3579, \\ r_1 = -12.89, \quad r'_1 = 1.942, \quad r_2 = 0.5814, \quad r'_2 = 0.8869.$$

可见利用左手性介质, 两个球面薄透镜就可以设计出无赛德尔像差的远程成像系统, 而如果仅用到传统介质且不用非球面透镜的话, 则至少需要三个, 例如著名的柯克 (Cooke) 三合透镜系统.

另外, 根据前节的讨论可以方便的设计出消除赛德尔像差的左手性介质厚透镜组合. 事实上, 根据初级像差理论<sup>[18]</sup>, 当物面处于折射面的球心时, 其球差、彗差和畸变系数为零, 像散系数与场曲系数为

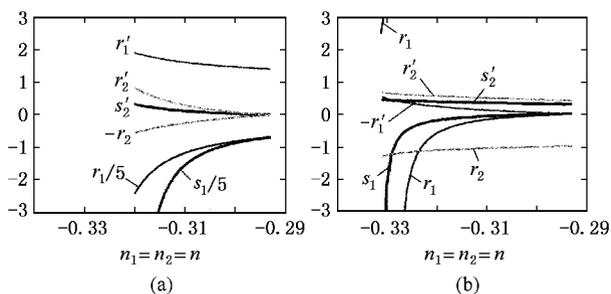


图 5 消塞德尔像差的左手性介质双薄透镜组合系统的结构变量的数值解 (a)数值解 I:  $-0.331 < n < -0.293$  (b)数值解 II:  $-0.321 < n < -0.293$

相反数. 正如第三节所指出的, 对于具有相同半径和折射率的平凹和平凸透镜的总场曲和数为零的, 从而总像散和数也必为零. 因而如果再利用上  $n = -1$  的平板透镜的成像特性, 就可以很方便地设计无赛德尔像差的球面厚透镜系统. 其设计思路如下: 首先根据  $r_1 = r_2 = s_1$ , 由物面和第一个厚透镜的球面顶点的距离决定两透镜的曲率半径, 而两透镜之间的间隔  $\Delta$  由第一个透镜的厚度  $d_1$  决定, 以保证第一个透镜形成的像位于第二个透镜的球心处, 再适当选择第二个透镜的厚度 (大于  $r_2$ ), 以让系统成实像 (见图 7). 事实上, 如果仅从初级像差特性来看它等效于一块厚度为整个系统物像点距离一半的折射率为  $n = -1$  的平板透镜.

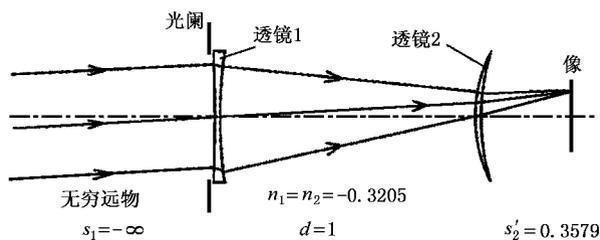


图 6 消塞德尔像差的左手性介质双薄透镜系统

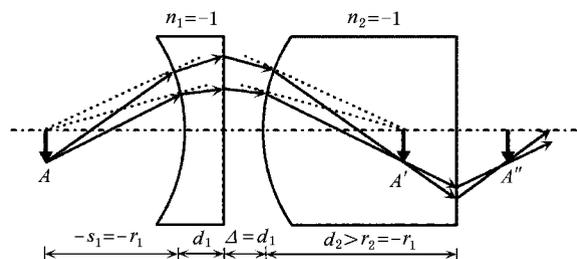


图 7 消塞德尔像差的左手性介质厚透镜系统

## 6. 结 论

左手性介质问题及其实验实现是当前国际光学界一个研究热点,其所具备的优越的物理和光学特性为设计和制造优质的光学透镜提供了一条重要途径.左手性介质单折射面能提供优越于普通介质单折射面的成像质量,其消初级球差的曲面类型比普通介质更多,而对于消初级球差、彗差和像散的齐明点情况,物和像处于界面的两边,可应用于实成像系统.特别地,当界面是平面而且两边介质的折射率绝对值相同但符号相反时,该平面不会引入单色像差,可完善成实像.通过对单块左手性介质薄透镜的像差特性分析,我们提出了三种只有用左手性介质才

具备的消部分赛德尔像差的透镜结构参数.处于空气中的单块透镜折射率  $n = -1$  的平板透镜不会产生全部五种赛德尔像差,但对平行光它无法聚焦,就要用到曲面透镜.但只靠单块曲面透镜是无法消除全部赛德尔像差的,因此我们最后研究了由左手性介质构造的能同时消全部五种赛德尔像差的薄透镜和厚透镜组合系统,它们相比于用普通介质构造的透镜系统所需透镜个数减少且结构更为简单.总之,左手性介质相对于传统的右手性介质在消除五种赛德尔像差方面存在着固有的优势.随着左手性介质理论和制造技术的进一步发展,特别是光频段左手性材料的开发,左手性介质在光学透镜设计方面的巨大潜力将充分体现出来.

- 
- [ 1 ] Veselago V G 1968 *Sov. Phys. Usp* **10** 509
- [ 2 ] Shelby R A, Smith D R, Schultz S 2001 *Science* **292** 77
- [ 3 ] Smith D R, Padilla W J, Nemat-Nasser S C *et al* 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 4184
- [ 4 ] Eleftheriades G V, Iyer A K, Kremer P C 2002 *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* **50** 2702
- [ 5 ] Pendry J B 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966
- [ 6 ] Zhuang F, Shen J Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 955 ( in Chinese )  
[ 庄 飞、沈建其 2005 物理学报 **54** 995 ]
- [ 7 ] Kosaka H, Kawashima T, Tomita A *et al* 1998 *Phys. Rev. B* **58** 10096
- [ 8 ] Notomi M 2000 *Phys. Rev. B* **62** 10696
- [ 9 ] Ochiai T, Sánchez-Dehesa J 2001 *Phys. Rev. B* **64** 245113
- [ 10 ] Takayama Y, Klaus W 2003 *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **5** 305
- [ 11 ] Fang N, Zhang X 2003 *Appl. Phys. Lett.* **82** 161
- [ 12 ] Vodo P, Parimi P V, Lu W T *et al* 2005 *Appl. Phys. Lett.* **86** 201108
- [ 13 ] Schurig D, Smith D R 2003 *ArXiv Physics e-Prints* **2** 0307088
- [ 14 ] Schurig D, Smith D R 2004 *Phys. Rev. E* **70** 065601
- [ 15 ] Parazzoli C G, Greegor R B, Nielsen J A *et al* 2004 *Appl. Phys. Lett.* **84** 3232
- [ 16 ] Born M, Wolf E 1980 *Principles of Optics* ( New York : Pergamon Press ) p211—225
- [ 17 ] Schulz G 1980 *J. Opt. Soc. Am* **70** 1149
- [ 18 ] Xu J Y, Sun P J 1989 *Optical Design* ( Beijing : National Defence Industry Press ) p53—55 ( in Chinese ) [ 徐金镛、孙培家 1989 光学设计 ( 北京 : 国防工业出版社 ) 第 53—55 页 ]

# Seidel aberration of left-handed media lens systems<sup>\*</sup>

Lin Zhi-Li<sup>†</sup>

( State Key Laboratory for Modern Optical Instrumentation , Center for Optical and Electromagnetic Research , Zhejiang University , Hangzhou 310058 , China )

( Received 8 December 2006 ; revised manuscript received 5 January 2007 )

## Abstract

A general study of the Seidel aberration of the lens systems made of left-handed media is presented according to the primary aberration theory. The Seidel aberration of the planar interface between air and left-handed medium was analyzed showing that its surface shape are more abundant when it is free from spherical aberration and it could be applied to real imaging systems. Based on the Seidel sum formulae of thin lens, three types of left-handed media thin lenses free from partial Seidel aberrations are designed with specific parameters. Finally, the Seidel aberration-free lens systems based on the use of left-handed media are presented. It is pointed out that left-handed media can be used to simplify the structure of lens system for the same or superior imaging performance.

**Keywords** : imaging optics , Seidel aberrations , left-handed media , negative refractive index

**PACC** : 4215 , 4230F

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Basic Research Program of China( Grant No.2004CB719800 ).

<sup>†</sup> E-mail : zllin@coer.zju.edu.cn