

厄米-高斯光束通过正弦和矩形浮雕光栅 传输特性的比较研究^{*}

李建龙[†] 吕百达

(四川大学激光物理与化学研究所 成都 610064)

(2007 年 1 月 26 日收到 2007 年 3 月 5 日收到修改稿)

使用严格的傅里叶模式理论和反射-透射系数矩阵递推算法 (RTCM) , 对不同阶数的厄米-高斯光束通过特征尺寸与波长可比拟的正弦和矩形浮雕光栅中的传输特性做了详细的研究和比较。结果表明, 入射光束的初始场分布和浮雕光栅的结构影响浮雕光栅内的光强分布, 矩形浮雕光栅对光束匀滑效果优于正弦形浮雕光栅。

关键词: 厄米-高斯光束, 正弦和矩形浮雕光栅, 严格的傅里叶模式理论, 反射-透射系数矩阵递推算法

PACC: 4225, 2410H, 0365G

1. 引言

对激光束传输特性的研究长期以来一直是备受关注的研究课题。当光学元件的空间特征尺寸或激光束宽与入射波长可相比拟时, 需采用基于严格电磁场理论的数值计算方法。但文献中对这类问题的处理时常将入射光束设为均匀平面波^[1-5], 没有考虑实际入射激光束的空间分布, 这会引起计算误差。此外不同面形的光学元件(例如, 光栅)也会影响激光束的传输特性。本文使用严格的傅里叶模式理论^[6]和反射-透射系数矩阵递推算法 (RTCM)^[7], 以厄米-高斯光束为多模激光的典型例子, 对厄米-高斯光束在特征尺寸可与波长相比拟的正弦和矩形两种浮雕光栅内的传输做了详细的研究。给出了光栅浮雕层内不同透射深度处光强的空间分布和不同阶数的厄米-高斯光束通过这两种面形的浮雕层透出射光强的空间分布, 并对这两种浮雕光栅对光束出射光强的空间整形能力做了计算模拟。所得结果对光栅刻蚀误差分析和高功率激光技术中衍射光栅面形的选取等提供了计算分析方法和依据。

2. 理论模型

如图 1 所示, 在坐标系 xyz 中一维正弦和矩形浮雕光栅的面形函数 $h(x)$ 可表示为^[8,9]

$$h(x) = \begin{cases} h_f + h_g \times \left[\sin\left(\frac{2\pi x}{T_g}\right) - 1 \right] & \text{正弦,} \\ h_f + h_g \times \text{rect}\left[\frac{x - T_g}{D \times T_g}\right] & \text{矩形,} \end{cases} \quad (1)$$

其中, h_f , h_g , T_g , D 分别表示两种光栅的基底层厚度、浮雕层厚度、光栅周期和矩形浮雕光栅的填充因子, 棚体材料为各向同性介质, 折射率为 n_g , n_0 表示浮雕层占空处材料的折射率。坐标系 xyz 中点 (x_1, z_1) 处现有另一 $x_0 y_0 z_0$ 系(见图 1), 且有一入射场在 $x_0 z_0$ 面上, 沿 y_0 方向线偏振的厄米-高斯光束, 其场分布为^[10]

$$E(x_1, z_1 = 0) = H_m(\sqrt{2x_0}/w_0) \exp(-x_0^2/w_0^2), \quad (2)$$

式中 w_0 为光束的束腰宽度, 下标 m 为厄米函数阶数, $m = 0, 1, 2, 3, \dots$, 式中略去了对计算无影响的初始位相和常数振幅。利用傅里叶变换^[11]和坐标变换(2)式所示光场在 xyz 系中可表示成

$$E(x, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} B(\alpha_v) \exp(i k \alpha_v x - i k \beta z) \text{d} \alpha_v \quad (3)$$

* 国家自然科学基金(批准号: 10574097)资助的课题。

† E-mail: jian_long@126.com

其中 $\alpha_v^2 + \beta^2 = 1$, 且谱函数为

$$B_v(\alpha_v) = \frac{kw_0}{2\sqrt{\pi}} (i)^m H_m \left[-\frac{kw_0}{2} (\alpha_v \cos \theta_0 - \beta \sin \theta_0) \right] \\ \times \exp[i k \alpha_v x_1 + i k \beta z_1] \\ \times \exp \left[-\frac{(kw_0)^2}{4} (\alpha_v \cos \theta_0 - \beta \sin \theta_0)^2 \right] \\ \times \left(\cos \theta_0 + \frac{\alpha_v}{\beta} \sin \theta_0 \right), \quad (4)$$

式中 θ_0 为光束中心入射角 (x_1, z_1) 为入射点坐标.

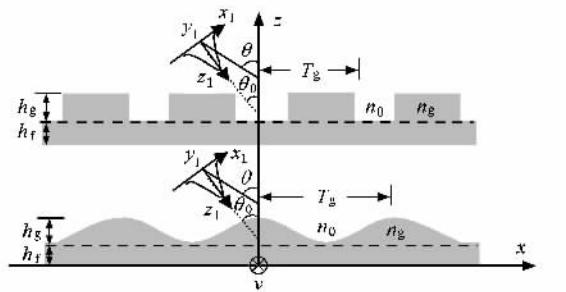


图 1 矩形、正弦面型浮雕光栅和坐标示意图

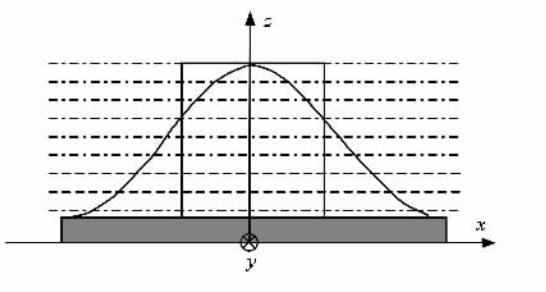


图 2 光栅浮雕层分层示意图

设这两种栅槽沿 y 轴方向, 法线方向沿 z 轴, 周期结构沿 x 轴排布, 它们浮雕层的水平分层示意见图 2. 当平面波的入射面在 xz 面内时, TE 和 TM 波之间没有耦合. 各分层中的介电常数展开为

$$\epsilon(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \epsilon_n \exp(i 2\pi n x / T_g). \quad (5)$$

为了提高求解各分层边界处本征值的收敛速度, 用“逆规则”傅里叶级数^[12]来展开振幅为 $B_v(\alpha_v)$, 入射角为 α_v 的一平面波(入射面在 xz 平面内)在第 l 棚层中电磁场的基本模式场可表为

$$[E, \sigma H] = \exp(i k (a_{xn} x + b_{yn} y)] \\ \times [e_{xn}, e_{yn}, e_{zn}, -h_{xn}, h_{yn}, h_{zn}] \\ \times \exp(i k \gamma(z - z')), \quad (6)$$

式中 $a_{xn} = \sin(\alpha_n) + n\lambda / T_g$, $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm N$ 是

对角阵, z' 为第 l 层上界面的厚度. 将(5)(6)两式代入麦克斯韦方程组并整理, 得矩阵方程组

TE 波:

$$\{I - \alpha^2\} E_y^l = \gamma^2 E_y^l, \quad (7a)$$

$$H_x^l = \gamma E_y^l, H_z^l = \alpha E_y^l,$$

TM 波:

$$\{I - \alpha[\epsilon]^{-1} \alpha\} H_y^l = \gamma^2 [\epsilon^{-1}] H_y^l, \quad (7b)$$

$$E_x^l = \gamma [\epsilon^{-1}] H_y^l, E_x^l = [\epsilon]^{-1} \alpha H_y^l,$$

其中

$$[\epsilon]_{\pm}^{-1} = \frac{1}{T_g} \int \frac{1}{\epsilon(x)} \exp \left[-\frac{2\pi i}{T_g} (r - s)x \right] dx,$$

$$[\epsilon]_{\pm} = \frac{1}{T_g} \int \epsilon(x) \exp \left[-\frac{2\pi i}{T_g} (r - s)x \right] dx,$$

$$r, s = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm N;$$

E_y^l, H_y^l 为电磁场的 y 分量, γ 为波矢量 z 方向的分量(其为对角矩阵), I 为单位矩阵, ϵ 为 l 层的介电常数分布. 求解矩阵方程(7a)(7b), 可得每一分层的本征值 γ_e^l, γ_h^l 和本征矢 e_y^l, h_y^l , 该层中电磁场等于这些本征模式场的叠加. 基于电磁场的边界条件, 用 RTCM^[7] 来求出各层中各衍射级次振幅系数. 将这些平面波的电磁场叠加起来即得厄米-高斯光束在第 l 薄层中的电磁场, 用 u_+^l, d_+^l 为第 l 层中衍射级次的上行波和下行波的振幅系数, N 为平面波的衍射级次数, 因而电磁场的 y 分量为

TE 波:

$$E_y^l(x, z) = \sum_{V=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-N}^N e_y^l B_v(\alpha_v) \exp(i k_0 \alpha_n x) \\ \times \{\exp[i k_0 \gamma_e^l(z - z')] u_+^l \\ + \exp[-i k_0 \gamma_e^l(z - z')] d_+^l\}, \quad (8a)$$

TM 波:

$$E_y^l(x, z) = \sum_{V=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-N}^N h_y^l B_v(\alpha_v) \exp(i k_0 \alpha_n x) \\ \times \{\exp[i k_0 \gamma_h^l(z - z')] u_+^l \\ + \exp[-i k_0 \gamma_h^l(z - z')] d_+^l\}, \quad (8b)$$

电磁场的另两个分量由(7a)(7b)后两方程求出, 故其坡印廷矢量为

$$S = E^l(x, z) \times H^l(x, z), \quad (9)$$

其中 $E^l(x, z)$, $H^l(x, z)$ 分别表示第 l 层中的电磁场, 由上式即可求出光束在第 l 层中的光强分布^[13].

3. 计算结果和分析

现研究波长 $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$, 束腰宽度 $w_0 = 12\lambda$ 的

厄米-高斯光束透过这两种浮雕光栅的传输.本文中各图的两种光栅的计算参数为 $T_g = 1.20 \mu\text{m}$, $n_g = 2.10$, $h_g = 3.00 \mu\text{m}$, $h_f = 1.00 \text{ mm}$, $n_0 = 1.00$, $\theta_0 = 45^\circ$, $(x_1, z_1) = (-2.00 \text{ m}, 4.00 \text{ m})$. 矩形浮雕光栅的填充因子为 0.5. 规定光栅浮雕区域的上表面为透射深度零处.

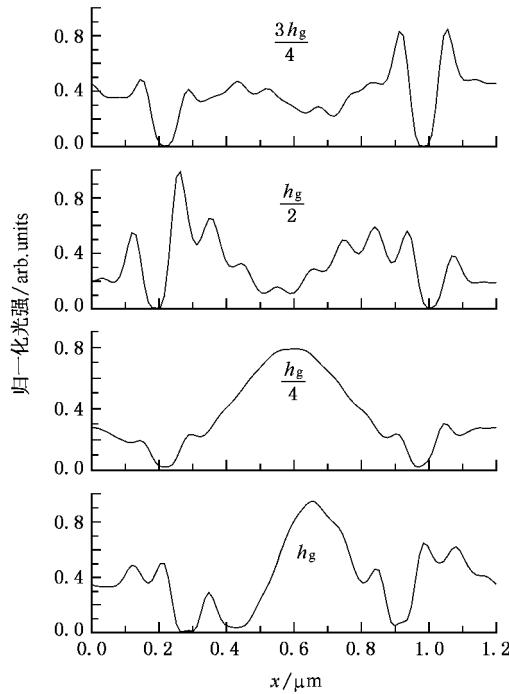


图 3 光束阶数 $m = 2$ 时正弦浮雕光栅不同透射深度处的光强分布

图 3 给出了厄米-高斯光束($m = 2$)在正弦浮雕层内传输时, 不同透射深度处光强的空间分布(以光栅右边第一个周期为例). 从图 3 可以看出, 光束在浮雕层内传输的不同深度处, 光束光强的空间分布形状也不同. 当光束透射到 $0.25 h_g$ 深度处, 最大光强位于 $x = 0.60 \mu\text{m}$ 附近, 且区间($0.36 \mu\text{m}, 0.98 \mu\text{m}$)光强空间分布相对集中; 当光束透射到 $0.5 h_g$ 深度处, 最大光强的位置转移到了 $x = 0.30 \mu\text{m}$ 附近, 区间($0.24 \mu\text{m}, 0.36 \mu\text{m}$)中的光强分布相对集中; 透射为 $0.75 h_g$ 深度处, 棚体中出现了两个较大光强的位置点, 它们分别位于($0.84 \mu\text{m}, 0.96 \mu\text{m}$)和($1.08 \mu\text{m}, 1.20 \mu\text{m}$)两区间内. 浮雕层 h_g 处, 最大光强的位置又移到 $x = 0.65 \mu\text{m}$ 附近, 区间($0.84 \mu\text{m}, 0.96 \mu\text{m}$)中光强分布相对集中. 因而当高功率激光通过正弦浮雕光栅时, 上述最大光强值的分布范围就是介质烧伤可能性最大的区域. 这对高衍射效率亚波长光栅的刻蚀制作、应用有实际意义. 图 4 给

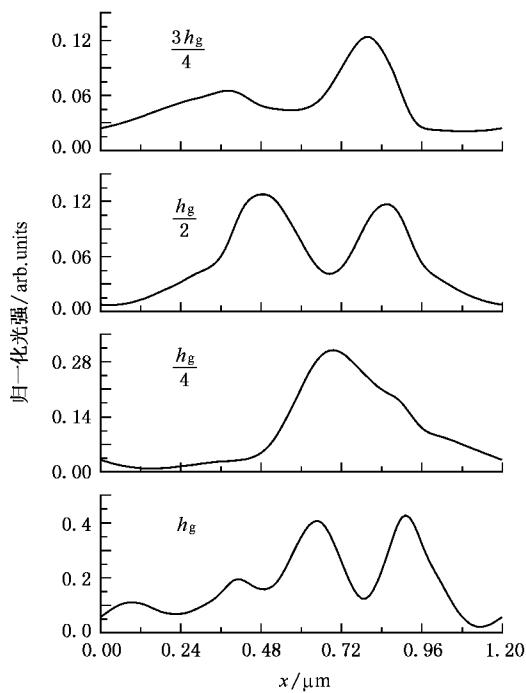


图 4 光束阶数 $m = 2$ 时矩形浮雕光栅不同透射深度处光强分布

出了厄米-高斯光束($m = 2$)在矩形浮雕层传输时, 不同透射深度处光强的空间分布, 与在正弦浮雕层中传输一样, 光强的分布随透射深度改变而发生变化. 但每一透射深度处光强的分布比前者匀滑, 最大光强都位于区间($0.36 \mu\text{m}, 0.96 \mu\text{m}$)中. 浮雕层的面形对传输光场的影响效果也很明显. 由于正弦形浮雕层的介质填充因子随透射深度而变化, 因而其体内光强的分布形状变化比矩形浮雕层内的变化复杂.

图 5 给出了不同阶数($m = 0, 1, 2, 3$)的厄米-高斯光束透过正弦浮雕层的出射光强分布. 从图 5 可以看出, 不同阶数的厄米-高斯光束透过浮雕层后, 光强的空间分布形状各不相同, 但它们也具有一定的相似. 光强最大值都位于($0.48 \mu\text{m}, 0.84 \mu\text{m}$)范围内. 除 $m = 3$ 的光束外, 其余阶数的光束的出射光强在($0.12 \mu\text{m}, 0.24 \mu\text{m}$)和($0.98 \mu\text{m}, 1.20 \mu\text{m}$)两区域中有一个较小的起落变化. 正弦浮雕层内最大光强的分布区间正是光栅 n_0 折射率的分布区域, 当高功率激光通过时, 该部分基底中的材料受损伤的可能性最大, 这与文献[14]的实验结果一致. 图 6 给出了不同阶数的厄米-高斯光束透过矩形浮雕层时出射光强的空间分布. 从图 6 可以看出, 除阶数 $m = 2$ 的光束外, 其他阶数的出射光强的最大值位于 $x = 0.60 \mu\text{m}$ 附近. 但在($0.84 \mu\text{m}, 1.08 \mu\text{m}$)区间它们都

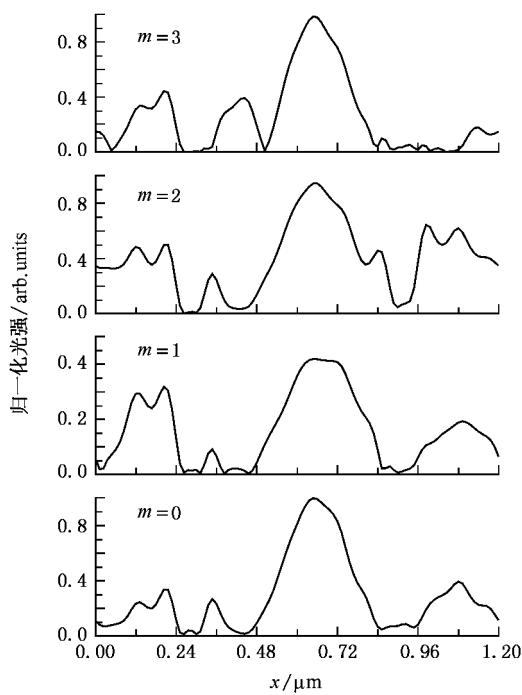


图 5 不同阶数厄米-高斯光束通过正弦面形浮雕光栅的出射光强分布

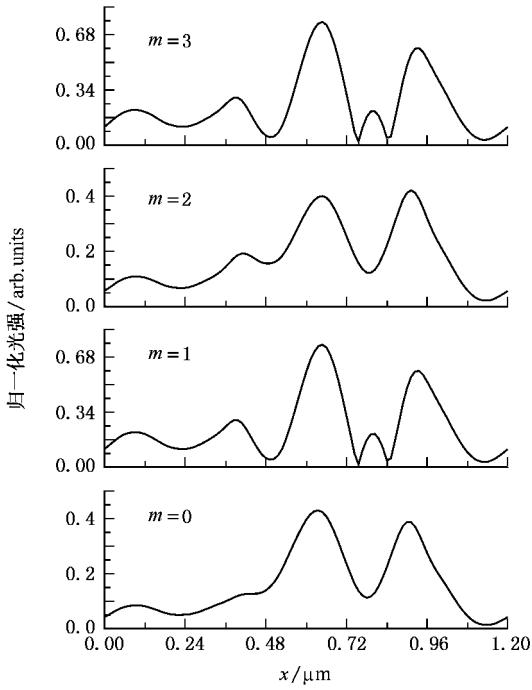


图 6 不同阶数厄米-高斯光束通过矩形浮雕光栅的出射光强分布

有另一个光强极大值。从上可知,不同阶数的光束透过正弦浮雕层时,光强分布都相对较集中。因而当高功率激光透过时,该区域中的介质较易造成烧伤,这

对光栅材料的激光损伤阈值提出了较高的要求。

从上分析已知,浮雕层的面形对出射光强的分布形状有明显的影响作用,现利用模拟退火优化算法^[15],优化设计正弦和矩形浮雕光栅来控制出射光强的空间分布。首先调节光栅参数,找出当出射光强与目标形状(这里定为平顶分布)相似时光栅所对应的参数,以此作为优化搜索的初值。经过算法的迭代搜索,优化的矩形浮雕光栅参数分别为: $n_1 = 1.578$, $T_g = 1.21 \mu\text{m}$, $h_g = 2.10 \mu\text{m}$, $h_j = 1.00 \text{ mm}$, $D = 0.435$ 。优化的出射光强分布见图 8。正弦浮雕光栅的优化参数为: $n_1 = 1.578$, $T_g = 1.20 \mu\text{m}$, $h_g = 2.00 \mu\text{m}$, $h_j = 1.00 \text{ mm}$, 且入射光束的参数都为: $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$, $\theta = 45^\circ$, 光束入射的位置坐标(x_1, y_1)=(-2.00 m, 4.00 m), 束腰宽 $w_0 = 5\lambda$ 。从图 7 和图 8, 可知当入射波长与光栅的特征尺寸可比拟时,矩形浮雕光栅对厄米-高斯光束出射光强的整形效

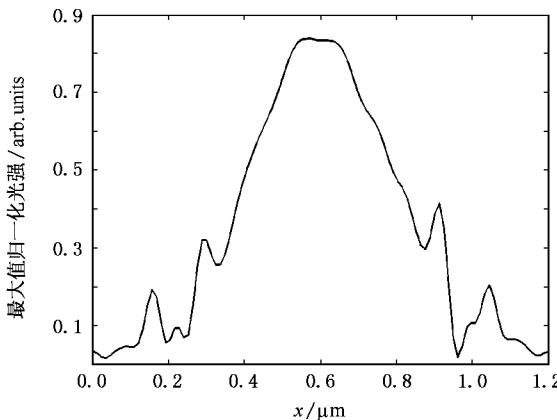


图 7 正弦形浮雕光栅对阶数为 2 的厄米-高斯光束出射光强优化的分布

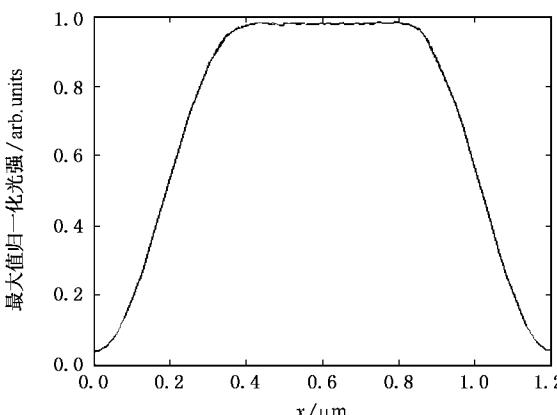


图 8 矩形浮雕光栅对阶数为 2 的厄米-高斯光束出射光强优化的平顶分布

果要比正弦浮雕光栅的好,这是因为当入射波长与光栅特征尺寸可比拟时,正弦形浮雕光栅的透射能量集中在0和+1级上,不利于激光束光强分布的匀滑化.故在实际的光束匀滑技术中,很少见到用正弦形浮雕光栅.

4. 小 结

对厄米-高斯光束通过正弦和矩形浮雕光栅的传输特性做了比较研究.与文献中已有工作相比较,本文主要特点是(1)将入射激光用厄米-高斯光束(多模激光的典型例)代替均匀平面波,这更合乎实际情况.为此,需要用傅里叶变换和坐标变换,将入射光场用(4)式表示的谱函数 $B_v(\alpha_v)$ 表示.

(2)以两类典型的光栅——正弦和矩形浮雕光栅为

代表,用严格傅里叶模式理论和RTCM法,比较研究了厄米-高斯光束在特征尺寸与波长可比拟的这两类光栅中的传输特性,浮雕层中介质烧伤概率最大的位置和光束匀滑问题.所得结果对高衍射效率亚波长光栅的制作、高功率激光技术中光栅面形的选择等问题有实际意义.为说明主要物理问题,本文限于研究一维问题.对于二维光栅可用文献5的方法将光栅在 x, y 两个方向上进行足够多的分层,然后利用“逆规则”傅里叶级数展开法来处理分层中各衍射级次电磁场的分布.这样,也能处理圆偏振二维厄米-高斯光束的入射问题.

傅克祥教授与本文作者之一李建龙进行了讨论,提出了宝贵修改意见,特此致谢.

-
- [1] Al-Assaad R M, Byrne D M 2007 *J. Opt. Soc. Am. A* **24** 326
- [2] Onural L 2007 *J. Opt. Soc. Am. A* **24** 359
- [3] Song J, Zhu N, He S L 2006 *J. Opt. Soc. Am. A* **23** 646
- [4] Kong W J, Liu S J, Shen J, Shen Z C, Shao J D, Fan Z X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1143 [in Chinese] 孔伟金、刘世杰、沈健、沈自才、邵建达、范正修 2006 *物理学报* **55** 1143]
- [5] Propescu V A, Puseas N N 2005 *Opt. Comm.* **254** 197
- [6] Fu K X, Zhang D Y, Wang Z H, Zhang Q Z, Zhang J 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 1278 [in Chinese] 傅克祥、张大跃、王植恒、张奇志、张靖 1998 *物理学报* **47** 1278]
- [7] Fu K X, Wang Z H, Zhang D Y, Zhang J, Zhang Q Z 1999 *Science in China (Ser. A)* **42** 636
- [8] Yang Y B, Wang Y R, Yu X Q 2007 *Opt. & Laser Technology* **39** 1089
- [9] Antos R, Ohlidal I, Franta D 2005 *Applied Surface Science* **244** 221
- [10] Lü B D, Wu P 2003 *Opt. & Laser Technology* **35** 497
- [11] Chen C G, Konkola P T, Ferera J et al 2002 *J. Opt. Soc. Am. A* **19** 404
- [12] Li L F 1996 *J. Opt. Soc. Am. A* **13** 1870
- [13] Wanishi T K 2002 *J. Opt. Soc. Am. A* **19** 398
- [14] Noach S, Manevich M, Eisenberg N P, Davidov D, Kelbanar M, Lyubin V 2006 *Opt. Materials* **28** 1054
- [15] Shu L S, Ho S 2004 *IEEE Trans on Magnetic* **40** 1791

A comparative study of propagation properties of Hermite-Gaussian beams through gratings with sinusoidal and rectangular reliefs^{*}

Li Jian-Long[†] Lü Bai-Da

(Institute of Laser Physics and Chemistry , Sichuan University , Chengdu 610064 , China)

(Received 26 January 2007 ; revised manuscript received 5 March 2007)

Abstract

By using the rigorous Fourier 's modal theory and recursion algorithm of the reflection-transmission coefficient matrix (RTCM), the propagation of Hermite-Gaussian beams of different orders through gratings with sinusoidal and rectangular reliefs whose characteristic size is comparable with the wavelength , are studied and compared in detail. It is shown that the field distribution of incident beam and the structure of grating relief affect intensity distributions within the gratings. Better beam smoothing is achieved by using the rectangular-reliefed grating than using the sinusoidal-reliefed grating.

Keywords : Hermite-Gaussian beam , sinusoidal-and rectangular-reliefed gratings , rigorous Fourier 's modal theory , recursion algorithm of the reflection-transmission coefficient matrix

PACC : 4225 , 2410H , 0365G

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10574097).

[†] E-mail : jian_long@126.com