

线偏振高斯光束通过条形浮雕光栅的传输*

李建龙† 吕百达

(四川大学激光物理与化学研究所, 成都 610064)
(2006 年 9 月 22 日收到, 2006 年 10 月 23 日收到修改稿)

使用角谱表示和严格的模式理论研究了线偏振高斯光束通过特征尺寸与波长可比拟的条形浮雕光栅的传输, 系统参数误差对浮雕层中光强最大值的影响. 研究表明, 光束在条形浮雕光栅各层中有不同的光强分布, 浮雕层的介质填充部分中的光强明显高于展空部分的光强. 光栅周期误差对浮雕层中最大光强的影响起主要作用. 并利用模拟退火优化算法优化系统参数以控制出射光束的光强分布.

关键词: 条形浮雕光栅, 高斯光束, 角谱表示, 严格的模式理论

PACC: 4225, 2410H, 0365G

1. 引 言

随着微加工技术的发展, 特征尺寸与波长相比拟的衍射光栅已广泛应用于诸如高功率激光、光通信、光谱分析和飞秒激光脉宽压缩技术中. 众所周知, 曾广泛用来分析光栅的标量理论只在光栅的特征尺寸远大于入射光束波长的条件下适用. 当衍射光栅的特征尺寸与波长可相比拟甚至小于波长时, 对衍射光栅内光场的分析需要采用基于严格电磁场理论的数值计算方法. 为简化计算, 文献对这类问题理论分析中多假设入射场为均匀平面波^[1-8]而未考虑激光光强的空间分布, 这与实际情况是有差异的. 本文设入射激光为高斯光束, 从角谱表示出发, 将高斯光束表示为平面波的叠加. 采用“逆规则”傅里叶级数展开^[9]和严格的模式理论^[10, 11]研究组成光束的每一平面波在衍射光栅每一层中的电磁场分布, 最后叠加而成该层中光束的电磁场, 给出在条形浮雕光栅各区域中的分布, 为研究系统参数加工误差影响和光束剖面形状控制等问题带来了方便.

2. 理论分析

如图 1 所示, 在 $x_1 y_1 z_1$ 系中有入射场在 $x_1 z_1$ 面上沿 y_1 方向线偏振的高斯光束, 边场分布为

$$E(x_1, z_1 = 0) = \exp(-x_1^2/w_0^2), \quad (1)$$

式中 w_0 为高斯光束的束腰宽度. (1) 式中略去了对计算无影响的初始位相和常数振幅. 任意偏振态、从任意方向入射的情况可用文献 [12] 的方法处理, 用角谱表示法^[13] (1) 式可写为

$$E(x_1, z_1) = \int A_0(p) \exp[ik(px_1 + qz_1)] dp, \quad (2)$$

式中 $k = 2\pi/\lambda$, λ 为波长, $A_0(p) = kw_0 \exp[-(kw_0 p)^2/4] \sqrt{\sqrt{2\pi}}$. 将坐标系 $x_1 y_1 z_1$ 中的场 $E(x_1, z_1)$ 变换到 xyz 系中, 得到

$$E(x, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} B_v(\alpha_v) \exp[ik\alpha_v x - ik\beta z] d\alpha_v, \quad (3)$$

从 (3) 式可知, $E(x, z)$ 是不同权重因子、不同 α_v 平面波的合成, α_v, β 分别为平面波在坐标轴方向的空间频率, 且 $\alpha_v^2 + \beta^2 = 1$, 谱函数 $B_v(\alpha_v)$ 为

$$B_v(\alpha_v) = \frac{kw_0}{2\sqrt{\pi}} \exp[ik\alpha_v x_0 + ik\beta z_0] \times \exp\left[-\frac{(kw_0)^2}{4} (\alpha_v \cos\theta_0 - \beta \sin\theta_0)^2\right] \times \left(\cos\theta_0 + \frac{\alpha_v}{\beta} \sin\theta_0\right), \quad (4)$$

式中 (x_0, z_0) 为 $x_1 y_1 z_1$ 系的原点在 xyz 系中的坐标, θ_0 为入射角. 条形光栅和坐标轴系示意于图 1. 光栅材料是折射率为 n_g 的各向同性介质, $T_g, h_g, D_g = D_1/T_g$ 和 h_f 分别表示光栅周期、浮雕层厚度、填充

* 国家自然科学基金(批准号: 30574097)资助的课题.

† E-mail: jian-long@126.com

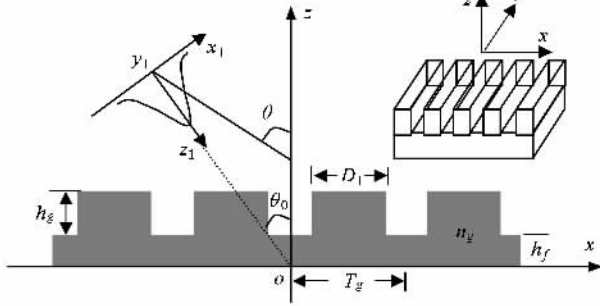


图1 条形浮雕光栅和坐标系示意图

因子和基底层厚度. 设光栅槽方向沿 y_1 轴方向, 基底平面垂直于 z 轴方向, 光栅沿 x 轴周期变化. 用“逆规则”傅里叶级数展开法求解任何面型函数的浮雕光栅的电磁场衍射边值问题时, 主要包括三个步骤: 1) 将光栅分为许多薄层 (层号用 l 表示), 所分层数足以近似光栅实际的面型函数. 2) 设定每一薄层内的电磁场是傅里叶基本模式场的线性叠加. 3) 从电磁场的边界条件出发, 采用一定的数学方法求出每一薄层中各级衍射波的振幅系数, 得到层中整个电磁场分布. 现分析高斯光束在每一薄层中的电磁场分布. (3) 式描述的光场中波长为 λ 的平面波从空气中入射到条形光栅表面, 入射角为 α_v , 振幅为 $B_v(\alpha_v)$, 入射面在 xz 平面内, 根据对称性可知电磁场大小与 y 坐标无关, 由于 TE 波和 TM 波没有互相耦合, 可分别单独求解其电磁基本模式场. 第 l 层中介电常数 $\epsilon(x)$ 展开为

$$\epsilon(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \epsilon_n \exp(i2\pi nx/T_g), \quad (5)$$

因为 $\epsilon(x)$ 在 x 方向为非连续函数, 采用“逆规则”傅里叶级数展开法以提高其收敛速度, 将傅里叶级数展开的电磁场的基本模式场和 (5) 式, 代入麦克斯韦方程组并整理, 得矩阵方程组^[14]

TE 波:

$$\begin{aligned} \{\epsilon\} - \alpha^2 \} E_y^l &= \gamma^2 E_y^l, \\ H_x^l &= \gamma E_y^l, H_z^l = \alpha E_y^l, \end{aligned} \quad (6a)$$

TM 波:

$$\begin{aligned} \{I - \alpha\} \epsilon^{-1} \} \alpha \} H_y^l &= \gamma^2 \{ \epsilon^{-1} \} H_y^l, \\ E_x^l &= \gamma \{ \epsilon^{-1} \} H_y^l, E_z^l = \{ \epsilon^{-1} \} \alpha H_y^l, \end{aligned} \quad (6b)$$

式中 $\{ \epsilon \}_s = \frac{1}{T_g} \int \epsilon(x) \exp\left[-\frac{2\pi i}{T_g}(r-s)x\right] dx$, $r, s = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm N$ 为整数; E_y^l, H_y^l 为电磁场的 y 分量, γ 为所求的本征值构成的对角矩阵, I 为

单位矩阵, ϵ 为 l 层的介电常数分布, $\alpha = \sin(\alpha_m) + n\lambda/T_g$, $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm N$, 其为对角阵. 求解 (6a) (6b) 矩阵方程, 可得到每一分层的本征值 γ_e^l, γ_h^l 和本征矢 e_y^l, h_y^l , 该层中的电磁场等于本征模式的叠加, 其振幅系数由边界条件匹配确定. 为求解振幅系数, 采用反射透射系数递推算法^[12] (3) 式中不同权重、不同 α_v 的平面波在每一分层中的电磁场可依次求出, 高斯光束整个入射光场在第 l 薄层中电磁场分布等于所有衍射平面波的叠加, 即 TE 波:

$$\begin{aligned} E_y^l(x, z) &= \sum_{V=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-N}^N e_y^l B_v(\alpha_v) \exp(ik_0 \alpha_m x) \\ &\quad \times \{ \exp(ik_0 \gamma_e^l(z-z')) u_+^l \\ &\quad + \exp[-ik_0 \gamma_e^l(z-z')] d_+^l \}, \end{aligned} \quad (7a)$$

TM 波:

$$\begin{aligned} H_y^l(x, z) &= \sum_{V=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-N}^N h_y^l B_v(\alpha_v) \exp(ik_0 \alpha_m x) \\ &\quad \times \{ \exp(ik_0 \gamma_h^l(z-z')) u_+^l \\ &\quad + \exp[-ik_0 \gamma_h^l(z-z')] d_+^l \}, \end{aligned} \quad (7b)$$

式中 u_+^l, d_+^l 为层中衍射级次上行波和下行波的振幅系数, N 为平面波的衍射级次数. 电磁场的其他分量由 (6a) (6b) 两式后两方程求出. 当薄层厚度足够薄时, 即可分析高斯光束通过条形浮雕光栅的传输行为. 用 $E^l(x, z), H^l(x, z)$ 分别表示第 l 层中的电磁场, 坡印廷矢量为

$$S = E^l(x, z) \times H^l(x, z), \quad (8)$$

由 (7) 式可求出光束在第 l 层中的光强分布^[15].

3. 数值计算结果和分析

现研究波长 $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$, 束腰宽度 $w_0 = 20\lambda$ 的高斯光束通过光栅的传输. 为验证算法的正确性, 首先计算平面波 ($w_0 \rightarrow \infty$) 入射到条形光栅上时 TE 模和 TM 模的衍射效率随入射角度的变化, 见图 2. 光栅参数为 $T_g = 350 \text{ nm}$, $h_g = 580 \text{ nm}$, $\lambda = 351 \text{ nm}$, $D_g = 0.50$, 光栅基底材料为熔石英, 从图 2 可知, 计算结果与文献 [16] 中计算结果吻合很好. 同时通过计算发现, 当高斯光束垂直入射时, 同一透射深度处的光强关于 z 轴对称分布.

以下除图 9 外, 各图中光栅的参数为 $T_g = 1.50 \mu\text{m}$, $n_g = 1.65$, $h_g = 2.10 \mu\text{m}$, $h_f = 2.00 \text{ mm}$, $D = 0.50$, $\theta_0 = 30^\circ$, 入射点坐标 $(x_0, z_0) = (-4.00 \text{ cm},$

2.00 cm).图 3 给出了浮雕层中的光强(用入射光强归一化)随层厚和横坐标变化的传输等高线图.受周期结构的调制,层中光强分布发生显著变化.从图 3 可以看出,浮雕层中介质填充部分的光强明显高于

层中展空部分的光强,并且光强的最大值都位于这部分,但随着传输距离的增加,光强的最大值减小,因而当大功率激光透过光栅时,浮雕层中的介质填充部分的损伤可能性要大.

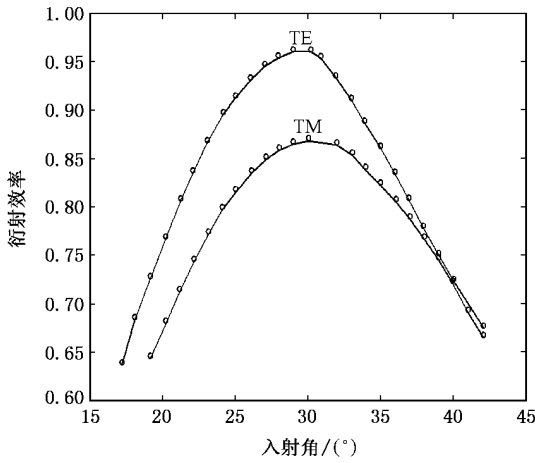


图 2 平面波通过条形光栅的 TE 模和 TM 模的衍射效率随入射角变化.‘○’为文献 [16] 计算结果,实线为本文结果

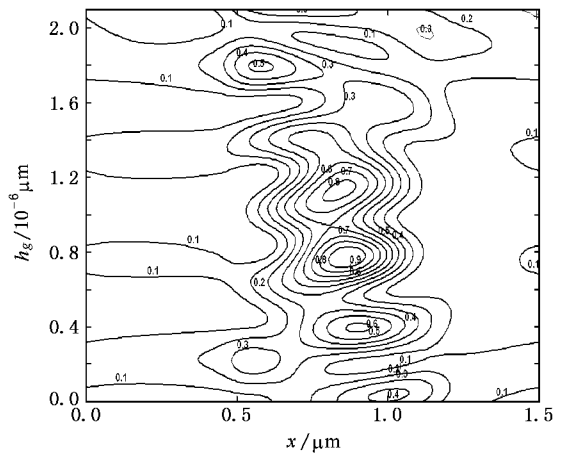
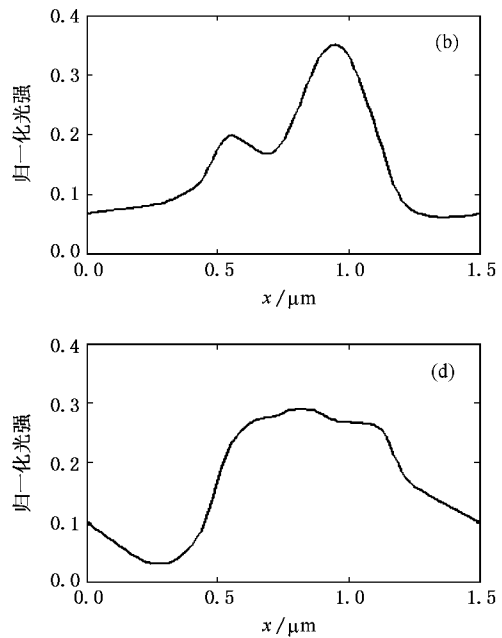
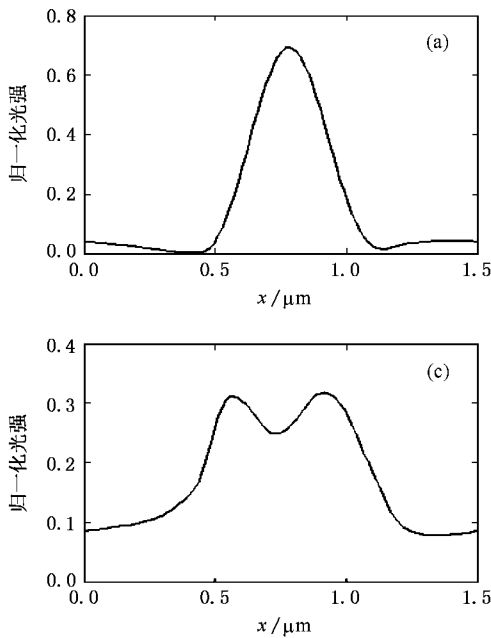


图 3 条形光栅的浮雕层中光强分布的等高线图



4 浮雕层的不同透射深度(h_1)处光强的分布 (a) $h_1 = 1.01 \mu\text{m}$ (b) $h_1 = 1.35 \mu\text{m}$ (c) $h_1 = 1.70 \mu\text{m}$ (d) $h_1 = 2.05 \mu\text{m}$

设浮雕层的上表面为该层中光束透射深度(h_1)的零处,图 4 给出了该层中不同透射深度分别为 $1.01 \mu\text{m}$, $1.35 \mu\text{m}$, $1.70 \mu\text{m}$ 和 $2.05 \mu\text{m}$ 处的光强分布.由图可见,光束在该层的传输过程中,光强的分布形状与透射深度有关.随着透射深度的增加,光强的分布趋向平整.

将浮雕层的下表面定为基底层中光束透射深度(h_2)的零处,图 5 给出了基底层中透射深度分别为 $10 \mu\text{m}$, 0.5 mm , 1.0 mm 和 2.0 mm 处的光强分布.光强的分布随透射厚度不同而变化,但与浮雕层中光强分布变化不同.

图 6 和图 7 给出了光栅的结构参数误差对浮雕

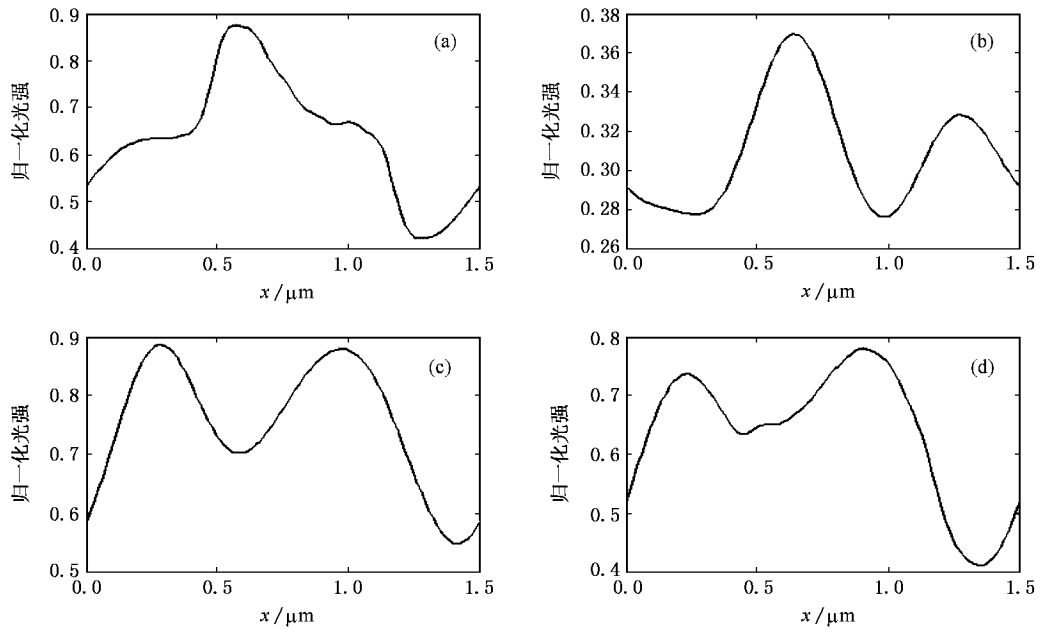


图 5 基底层中不同透射深度 (h_2) 处的光强分布 (a) $h_2 = 10 \mu\text{m}$ (b) $h_2 = 0.5 \text{ mm}$ (c) $h_2 = 1.0 \text{ mm}$ (d) $h_2 = 2.0 \text{ mm}$

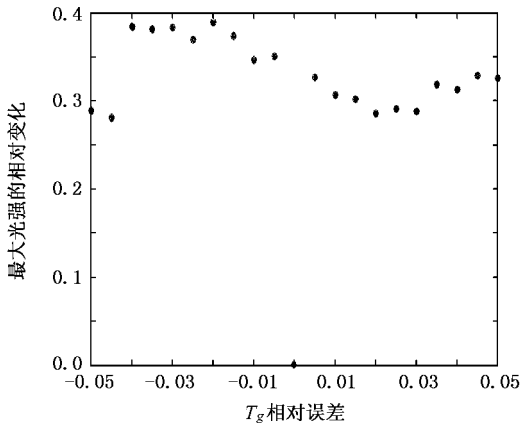


图 6 浮雕层中最大光强值的相对变化随周期相对误差变化

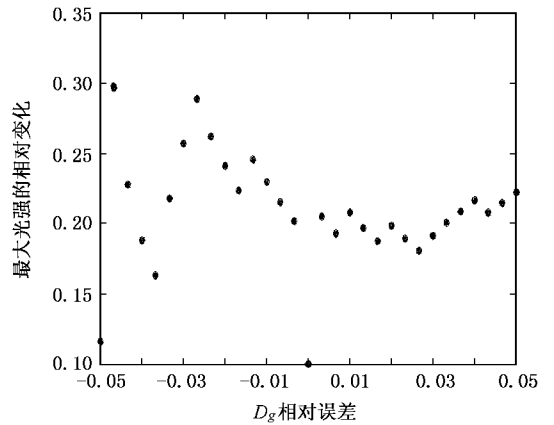


图 7 浮雕层中最大光强值的相对变化随填充因子相对误差变化

层中光强最大值的影响,图中纵坐标是浮雕层中最大光强的相对变化量,等于某一结构参数有误差时,浮雕层中最大光强值减去该参数无误差时最大光强值的差的绝对值再与无误差时的最大光强值之比,横坐标为光栅的结构参数误差,等于该参数的误差量比结构参数.从图 6 可以看出,当入射波长误差在 $(-5\% \sim -2\%)$ 内时,最大光强值的相对变化量随误差绝对值的减小而增大,高达 0.39,而在 $(-2\% \sim 2\%)$ 范围中,栅层中最大值的相对变化呈线性下降,但其值最小时仍达 0.28,而在 $(2\% \sim 5\%)$ 的误差范围内,相对变化值随误差的增大而增大.图 7 给出了浮雕层中光强最大值的相对变化值随光栅

填充因子的变化,从图 7 可以看出,变化的过程中出现了振荡,总的变化趋势是相对变化值随着误差的增大而增大,在 $(-5\% \sim 5\%)$ 误差范围中,相对变化值变化范围为 $(0.15 \sim 0.30)$.图 8 给出了浮雕层厚度误差对层中光强最大值相对变化值的影响,当浮雕层厚误差在 $(-5\% \sim 0)$ 内时,相对变化值随误差的减小而变化,而在 $(0 \sim 5\%)$ 中最大值的相对变化值随误差的变化而增大,趋势相对平缓.比较图 6—图 8,可知光栅周期对浮雕层中最大光强的影响起主要作用,填充因子次之.由于衍射光栅的特征尺寸对层中光强分布和大小有显著影响,因而在光栅的制作过程中要严格控制光栅周期和填充因子的制作

误差.

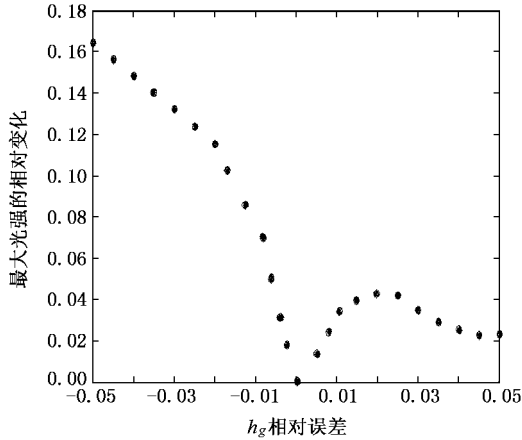


图 8 浮雕层中最大光强值的相对变化随浮雕层厚度相对误差的变化

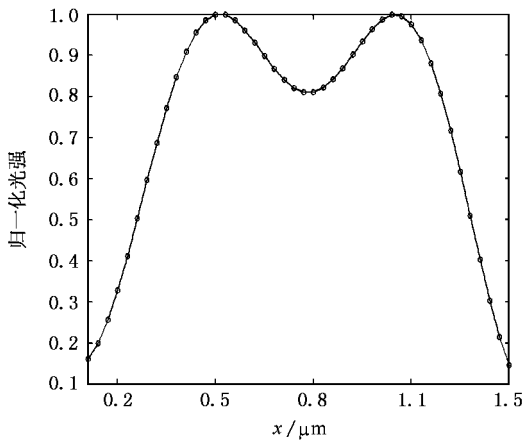


图 9 优化的出射光束光强分布

从上分析可知,因受浮雕层的周期调制作用,在各层中的光强分布不均匀,光栅的结构参数和光束参数对光强的分布产生影响.实际工作中用模拟

退火算法^[17]优化系统参数,控制出射光强的剖面形状.例如,在激光材料加工某些应用中,需要光强分布为二次抛物面型的光束^[18],选定光强呈抛物线面型分布的中心最低点光强较边缘最高点光强低 20%. 设参数 n_g, θ_0, λ 和 w_0 已知,计算误差小于 10^{-6} . 待优化的 T_g, h_g, h_f 三参数的初始值分别为 $1.0 \mu\text{m}, 1.85 \mu\text{m}, 4 \mu\text{m}$, 使用模拟退火算法的反复迭代搜索,优化得出的系统参数为 $D = 0.5, T = 1.50 \mu\text{m}, n_1 = 2.1, h_g = 2.1 \mu\text{m}, h_f = 5 \mu\text{m}, \lambda = 1.06 \mu\text{m}, w_0 = 20\lambda$ 和 $\theta_0 = 40^\circ$, 光栅下表面归一化出射光强分布(用出射光强最大值归一化)见图 9. 其他形状、距离处的光强分布也可用此法得到.

4. 小 结

与文献中已有工作比较,本文研究了高斯光束在特征尺寸与波长相比拟的条形浮雕光栅中的传输.使用角谱表示和严格的模式理论得出了在光栅浮雕层和基底层中的光强分布,研究了衍射光栅的结构参数如光栅周期、填充因子、槽深等对浮雕层中最大光强值的影响,其中周期误差对浮雕层中最大光强值的影响起主要作用,在 $(-5\% \sim 5\%)$ 的误差范围内,最大光强值的相对变化值达 0.39. 同时发现入射角度对出射光束的分布有显著影响.使用模拟退火算法优化光栅参数,得出了光强分布满足激光材料加工要求二次抛物面型的出射光束,为特征尺寸与波长可相比拟的衍射光栅的制作和应用提供了设计和分析方法.

傅克祥教授与本文作者之一李建龙进行了讨论,提出了宝贵意见,特此致谢.

- [1] Li L F, Jean C D, Gerard G, Granet G, Plumey J P 1999 *Appl. Opt.* **38** 304
- [2] Popescu V A, Puscas N N 2005 *Opt. Comm.* **254** 197
- [3] Dong B Z, Ye J S, Liu J, Gu B Y, Yang G Z, Lu M H, Liu S T 2003 *J. Mod. Opt.* **50** 1195
- [4] Li L F, Chandezon J 1996 *J. Opt. Soc. Am. A* **13** 2247
- [5] Guo R, Ling Z F 1996 *Opt. Comm.* **125** 101
- [6] Sovizi M, Massudi R, Hakimi M 2006 *Optick.* **117** 88
- [7] Bai B F, Li L F 2006 *Opt.* **262** 140
- [8] Li L F 1998 *Opt. Comm.* **166** 15

- [9] Li L F 1996 *J. Opt. Soc. Am. A* **13** 1870
- [10] Fu K X, Zhang D Y, Wang Z H, Zhang Q Z, Zhang J 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 1278 [傅克祥、张大跃、王植恒、张奇志、张靖 1998 物理学报 **47** 1278]
- [11] Granet G, Guizal B 2005 *Opt. Comm.* **255** 1
- [12] Fu K X, Wang Z H, Zhang D Y, Zhang J, Zhang Q Z 1999 *Science in China (Ser A)* **42** 636
- [13] Chen Carl G, Konkol P, Ferrera J, Heilmann R K, Schattenburg M L 2002 *J. Opt. Soc. Am. A* **19** 404
- [14] Li L F 1998 *J. Mod. Opt.* **45** 1313

- [15] Cao Q , Deng X M , Guo H 1996 *Acta Optica Sinica* **16** 897(in Chinese] 曹 清、邓锡铭、郭 宏 1996 光学学报 **16** 897]
- [16] Ngugen H T , Shore B W , Bragan S J 1997 *Opt. Lett.* **22** 142
- [17] Shu L S , Ho S 2004 *IEEE Trans on Magnetic* **40** 1791
- [18] Zhou C X , Zhou Y , Shui B J , Du J L , Guo Y K 1997 *Appl. Laser* **17** 164(in Chinese] 周崇喜、周 宇、税必继、杜惊雷、郭永康 1997 应用激光 **17** 164]

Propagation of linearly polarized Gaussian beams through a bar relief diffraction grating^{*}

Li Jian-Long[†] Lü Bai-Da

(*Institute of Laser Physics and Chemistry , Sichuan University , Chengdu 610064 , China*)

(Received 22 September 2006 ; revised manuscript received 23 October 2006)

Abstract

Based on the angular spectrum representation and strict modal theory , the propagation of linearly polarized Gaussian beams through a bar relief diffraction grating whose characteristic size is comparable with the wavelength , and the influence of errors of grating structure parameters on the maximum intensity in the relief layer are studied. It is shown that the propagation behavior of beams in each layer is different. The intensity in the relief part is higher than that in the unfilled part. The influence of errors of the grating period on the maximum intensity in the relief layer is dominant. By using the simulated anneal algorithm , system parameters are optimized to control the output beam intensity profile.

Keywords : bar relief grating , Gaussian beam , angular spectrum representation , strict modal theory

PACC : 4225 , 2410H , 0365G

^{*} Project supported by National Natural Science Foundation of China(Grant No.10574097).

[†] E-mail :jian-long@126.com