

圆锥面 PVDF 聚焦换能器的非线性声场 理论及实验研究*

于 洁 章 东[†] 刘晓宙 龚秀芬 宋富先

(南京大学声学研究所,近代声学重点实验室,南京 210093)

(2006 年 12 月 9 日收到,2007 年 1 月 14 日收到修改稿)

圆锥面聚焦换能器可在超声成像中获得较好径向分辨率的同时提高探测深度.利用高斯声源函数叠加法来近似表示圆锥面聚焦声源的分布函数,结合近轴近似的 KZK 方程,得到了圆锥面聚焦换能器在损耗媒质中产生的基波、二次谐波声场的解析解.在实验上制作了 PVDF 圆锥面聚焦换能器,测量了圆锥面聚焦换能器的基波及二次谐波声场,实验结果和理论计算相符.

关键词:圆锥面聚焦换能器,非线性,高斯声束叠加

PACC: 4325, 4335

1. 引 言

聚焦换能器在医学超声及工业无损超声检测中已有广泛的应用.一方面它可在焦区附近提供较窄的声束,提高超声成像的空间分辨率及超声测量的精度;另一方面焦区附近有较强的非线性,因而在进行非线性测量及成像时可获得更多有关结构及组份的信息^[1].球面聚焦换能器由于制作方便而得以广泛应用,但这种聚焦换能器在提高径向分辨率的同时,降低了声场探测深度.而采用圆锥面或 Bessel 分布的声源可以既获得较好的径向分辨率,又可以有较长的探测深度,相对于球面聚焦换能器有更大的优越性^[2,3].Patterson 等^[2]利用空间脉冲响应方法理论计算了圆锥面聚焦换能器的线性声场.Fujiwara^[4]利用积分的方法数值计算了线性声场.Dietz^[3]在小波长近似的条件下,提出了一种近似方法可得到线性声场的解析解.非线性超声成像技术的进展促进了圆锥面声源的非线性声场的研究,丁德胜等^[5]理论上推导了圆锥面聚焦换能器的二次谐波声场,并给出积分解的近似方法和数值计算结果,但数值计算结果没有明确的物理意义.Wen 等^[6]提出任何轴对称分布的声源都可以用一系列高斯声源叠加来表

示,并且高斯函数的特性简化了声场的推导及数值计算.Ding 等^[7]基于高斯叠代法中提出了理想媒质中平面活塞和 Bessel 声源高斯系数求解的简化方法.Ding 和 Zhang 等^[8,9]利用高斯叠代法给出了球面聚焦换能器在均匀及层状媒质中的二次谐波声场的解析解.

本文应用高斯叠代法表示圆锥面聚焦声源,从理论及实验两方面研究其非线性声场.在理论研究中利用高斯叠代法简化声源边界条件,将圆锥面聚焦声源函数表示为 40 项高斯函数叠加,在近轴近似的 KZK 方程基础上^[10,11]得到了圆锥面聚焦换能器在损耗媒质中传播的基波及二次谐波声场的解析解,进一步简化了积分解.为验证理论方法的有效性,我们制作了特征参数与理论计算相同的圆锥面聚焦换能器,实验测量了基波及二次谐波的声场,并与数值计算结果进行了比较和讨论.

2. 理论模型及数值计算

2.1. 基波声场

如图 1 所示的柱坐标系中,圆锥形聚焦换能器锥面的顶点位于坐标原点,中心线与 z 轴重合,圆锥的母线与 $z = 0$ 平面的张角为 θ , a 表示特征尺度

* 教育部新世纪优秀人才计划项目(批准号:06-0450)和国家自然科学基金(批准号:10474044)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: dzhang@nju.edu.cn

(对于实际换能器, a 为聚焦圆锥的底面半径). 设换能器表面作均匀径向振动, 声振动幅度为 $u_0 e^{i\omega t}$. 声传输媒质的声速为 c , 密度为 ρ , 线性衰减系数为 α_1 .

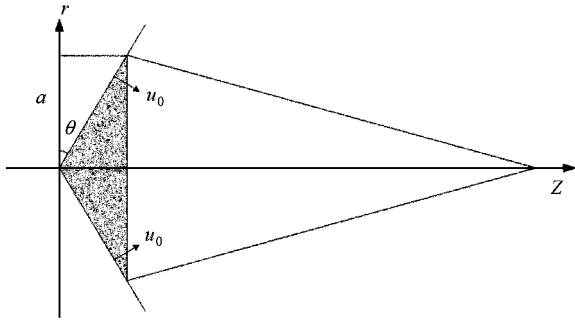


图1 锥形聚焦换能器示意图

$ka \gg 1$ 时, 应用近轴近似的 KZK 方程^[12]中的基波满足如下归一化的方程:

$$\frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial p_1}{\partial \xi} \right) + 4j \frac{\partial p_1}{\partial \eta} + 4j\alpha_1 r_0 p_1 = 0, \quad (1)$$

其中 $\xi = r/a$ 为径向归一化距离, $\eta = z/r_0$ 为轴向归一化距离, $r_0 = \frac{1}{2}ka^2$ 为瑞利距离, k 为声波长. 应用

汉克尔变换, 令 $\bar{p}_1(s, \eta) = \int_0^\infty p_1(\xi, \eta) J_0(s\xi) \xi d\xi$,

其中 $J_0(x)$ 是零阶贝塞尔函数. 式(1)可化为

$$\frac{d\bar{p}_1}{d\eta} + \left(\alpha_1 r_0 + j \frac{s^2}{4} \right) \bar{p}_1 = 0, \quad (2)$$

解上式可得

$$\bar{p}_1(s, \eta) = \int_0^\infty p_1(\xi', 0) J_0(\xi' s) \times \exp \left[- \left(\alpha_1 r_0 + j \frac{s^2}{4} \right) \eta \right] \xi' d\xi', \quad (3)$$

其中 ξ' 为积分变量, $p_1(\xi', 0)$ 是 $\eta = 0$ 的声压分布函数. 再对(3)式应用反汉克尔变换得到^[7]

$$p_1(\xi, \eta) = -j \frac{2}{\eta} \exp \left(j \frac{k\xi^2}{\eta} - r_0 \alpha_1 \eta \right) \int_0^\infty p_1(\xi', 0) \times J_0 \left(\frac{2\xi\xi'}{\eta} \right) \exp \left(j \frac{\xi'^2}{\eta} \right) \xi' d\xi', \quad (4)$$

对于圆锥面聚焦换能器, 其表面的声压复振幅为

$$p_1(\xi, 0) = \begin{cases} \left(\frac{u_0}{jk} \right) \exp(-jka\xi \tan \theta), & \xi < 1; \\ 0, & \xi > 1. \end{cases} \quad (5)$$

其中 $\xi = r/a$.

应用一系列的高斯声源叠加来近似表示这一圆锥轴对称声源^[6]

$$p_1(\xi, 0) = \sum_{n=1}^N A_n \exp(-B_n \xi^2), \quad (6)$$

其中 A_n 和 B_n 是系数, A_n 与波数 k 、特征尺度 a 和圆锥面倾角 θ 有关, B_n 是从 1 到 N 的自然数数列^[7]. 将(6)式代入(4)式, 并应用贝塞尔积分公式简化, 可以得到考虑媒质衰减的基波声压归一化分布为

$$p_1(\xi, \eta) = \sum_{n=1}^N \frac{A_n}{B_n} \frac{\exp(-r_0 \alpha_1 \eta)}{g_n[\eta]} \exp \left[- \frac{\xi^2}{g_n[\eta]} \right], \quad (7)$$

其中 $g_n[\eta] = \frac{1}{B_n} + j\eta$.

2.2. 二次谐波声场

令媒质中圆锥面聚焦换能器的二次谐波声压的复振幅为 $p_2(r, z)$. 在 $ka \gg 1$ 的情况下, 近轴近似下 KZK 方程中二次谐波满足

$$\frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial p_2}{\partial \xi} \right) + 8j \frac{\partial p_2}{\partial \eta} + 16j\alpha_2 r_0 p_2 = j \frac{\beta \omega^3 a^2}{c^4} p_1^2, \quad (8)$$

其中 β 为媒质的非线性系数, 二次谐波的衰减系数为 α_2 .

应用汉克尔变换及反汉克尔变换可得到有损媒质中聚焦换能器的归一化复声压分布

$$p_2(\xi, \eta) = \int_0^\infty s J_0(s\xi) \int_0^\eta \times \exp \left[- \left(2\alpha_2 r_0 + j \frac{s^2}{8} \right) (\eta - \eta') \right] \times \tilde{Q}_1(s, \eta') d\eta' ds, \quad (9)$$

其中 $\tilde{Q}_1(s, \eta) = \frac{\beta \omega^3 a^2}{8c^4} \int_0^\infty p_1^2(\xi', \eta) J_0(s\xi') \xi' d\xi'$. 将(7)式代入(9)式, 并利用贝塞尔积分公式化简可以得到圆锥面聚焦换能器的二次谐波声场分布为

$$p_2(\xi, \eta) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \frac{A_n A_m}{B_n B_m} \frac{j\beta \omega^3 a^2}{4c^4} \int_0^\eta \frac{\exp \left[- 2r_0 \alpha_2 (\eta - \eta') - 2r_0 \alpha_1 \eta' - \frac{2j\xi^2}{\eta - \eta'} \right]}{2jg_n[\eta'] g_m[\eta'] + (\eta - \eta') \{ g_n[\eta'] + g_m[\eta'] \}} \times \exp \left[- \frac{4\xi^2}{g_n[\eta'] g_m[\eta']} \left(\eta - \eta' \right) + 2(\eta - \eta') \right] d\eta'. \quad (10)$$

2.3. 数值计算

基于(7)式和(10)式可以计算圆锥面聚焦换能器的基波及二次谐波声场.在数值计算中,设锥面换能器的圆锥聚焦面半径 $a = 4.8 \text{ mm}$,圆锥倾角 $\theta = 4^\circ$.声波在水中传播,常温下(25°C)其密度为 997.1 kg/m^3 ,声速 1497 m/s ,非线性系数 $\beta = 3.5$,基

波(3 MHz)衰减系数为 1.953 dB/m ,二次谐波(6 MHz)衰减系数为 7.812 dB/m ^[13-16].

(7)和(10)式中的高斯系数,利用文献[7]中的方法计算得到.表1列出为近似圆锥面声源的四十项高斯系数.数值计算的基波及二次谐波的轴向及径向归一化分布如图5及图6中实线所示.

表1 锥面声源的四十项高斯系数

n	A_n	n	A_n
1	$4.229 + 0.086j$	21	$-19357.862 - 12506.154j$
2	$-171.525 - 25.459j$	22	$-7463.863 - 7005.021j$
3	$2217.260 + 649.404j$	23	$6043.707 + 48.704j$
4	$-12902.088 - 5661.614j$	24	$17578.269 + 6696.074j$
5	$36930.033 + 20803.826j$	25	$24402.711 + 11320.513j$
6	$-45572.484 - 29373.023j$	26	$25150.277 + 12973.177j$
7	$-1242.555 - 922.219j$	27	$19862.608 + 11435.237j$
8	$35752.005 + 23744.330j$	28	$9936.693 + 7229.523j$
9	$16114.354 + 12480.571j$	29	$-2385.233 + 1372.214j$
10	$-18660.964 - 10173.056j$	30	$-14328.591 - 4770.221j$
11	$-31148.546 - 20255.977j$	31	$-23132.960 - 9763.542j$
12	$-17509.333 - 13773.859j$	32	$-26564.554 - 12376.155j$
13	$6511.968 + 630.826j$	33	$-23345.017 - 11809.297j$
14	$24320.839 + 12804.435j$	34	$-13522.192 - 7901.495j$
15	$27824.772 + 17101.574j$	35	$1254.927 - 1283.838j$
16	$18082.369 + 13261.251j$	36	$17496.507 + 6479.885j$
17	$1482.571 + 4461.283j$	37	$29799.544 + 12844.446j$
18	$-14606.285 - 05147.050j$	38	$30783.597 + 14236.436j$
19	$-24559.566 - 12098.816j$	39	$11134.633 + 6067.139j$
20	$-25959.043 - 14595.178j$	40	$-40250.331 - 17199.050j$

3. 结果及讨论

3.1. 换能器制作及脉冲响应

图2是圆锥面PVDF聚焦换能器的横截面和纵切面结构示意图,各个部分的组成性质如图中标注所示.换能器外形是底面直径 26 mm ,高 30 mm 的金属圆柱体.圆锥聚焦面半径 $a = 4.8 \text{ mm}$,圆锥倾角 $\theta = 4^\circ$.由Q9-T4线接入信号.制作过程中,将导电胶填入换能器内部,在其上方压贴厚度为 $80 \mu\text{m}$ 的PVDF薄膜,并用圆锥面压制工具对其进行压制.随后将整套换能器制作部分移置入烘箱,以 60°C 恒温持续加热约 3.5 h ,使导电胶完全固化,薄膜圆锥面定形.最后压贴环形金属片,并用硅橡胶固定封装以保证换能器整体密封可靠.

图3为利用窄脉冲信号发生器(Panametric 5900PR,美国)对该换能器测量的自发自收的脉冲回

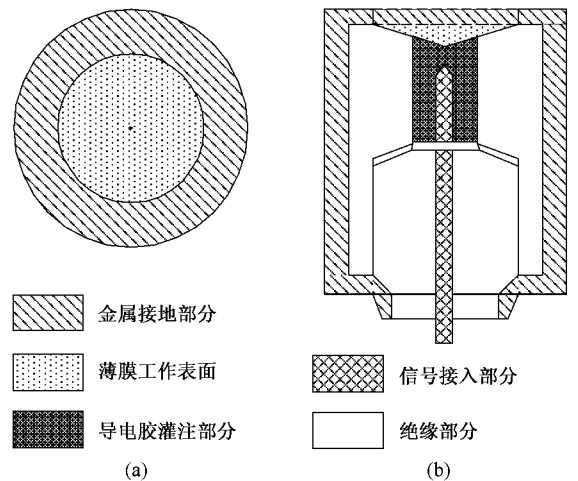


图2 换能器横截面(a)和纵切面(b)结构示意图

波信号(图3a)及其频谱(图3b).其频响特性表明,该换能器的中心频率是 3 MHz , -3 dB 频带宽度为 $2.04\text{--}5.10 \text{ MHz}$,换能器带宽达到 102% .

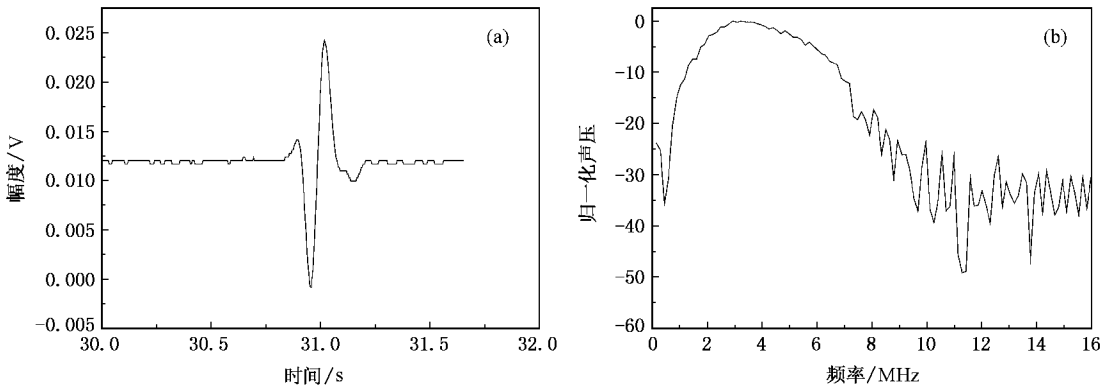


图 3 换能器的脉冲响应(a)及其频谱(b)

3.2. 声场测量系统

图 4 为测量圆锥聚焦换能器基波及二次谐波声场的实验系统框图. 函数信号发生器(Agilent 33250A,美国)产生 3 MHz 的 Burst 信号,其信号幅度 100 mV、脉冲宽度 3.3 μ s、重复周期 10 ms,经宽带功率放大器(ENI-A150,美国)放大后激励圆锥面聚焦换能器,利用有效直径为 1 mm 的宽带针状水听器(NP1000,美国)接收基波及二次谐波信号.接收到的信号由数字示波器(Agilent 54310,美国)进行采样,并且把所得到的数据传给计算机进行进一步的分析.水听器固定在二维精密机械移动平台上,由计算机控制步进电机(MM3000,NewPort,美国)实现进行径向及轴向的二维移动,其精度可达 0.1 μ m.

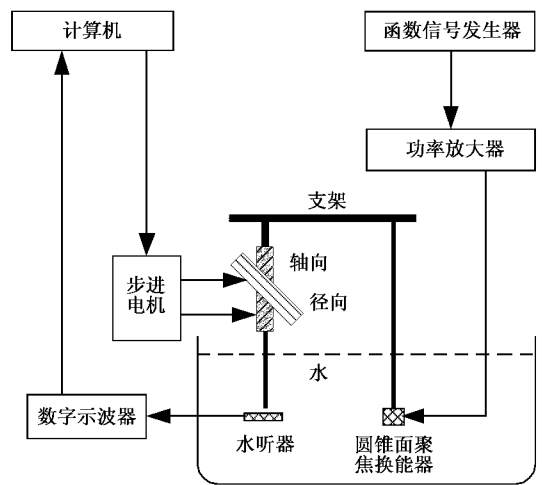


图 4 声场测量实验系统框图

3.3. 实验结果及讨论

图 5 为圆锥面聚焦换能器在水中的基波轴向和焦点处径向声场归一化声压分布曲线,其中实线为理论计算结果,点线为实验测量结果.实验测量获得的基波声压分布与理论计算结果符合得较好.由轴

向基波声压分布可得到该锥面聚焦换能器的基波声压最大值位置约在 26 mm(归一化距离 0.190),径向基波分布为 Bessel 函数分布.实验测得的焦点处的径向分布的旁瓣较理论结果偏高,这是由于采用了近似高斯叠加的简化算法,旁瓣在某种程度上被削减了.

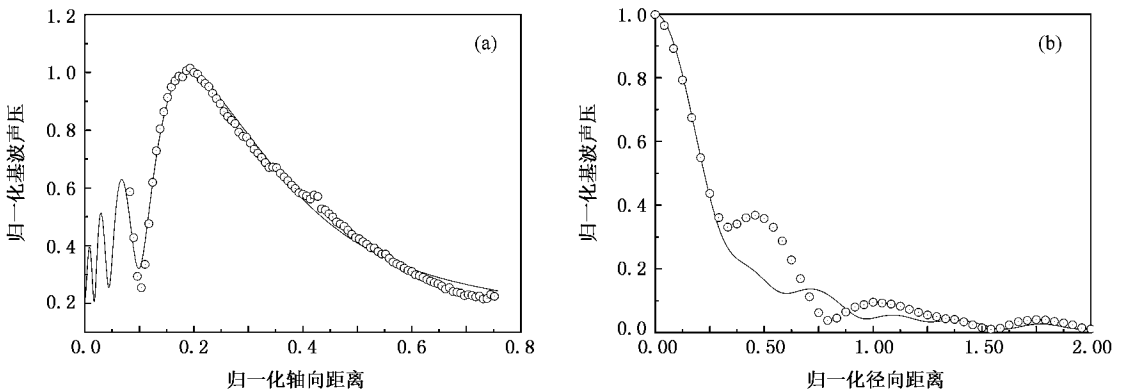
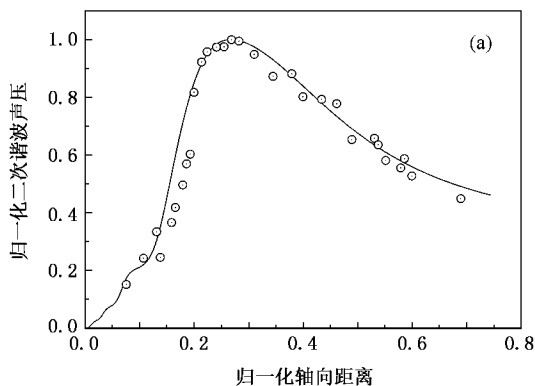


图 5 基波声压的归一化分布 (a)轴向分布 (b)焦点处径向分布

图 6 表示了圆锥面聚焦换能器在水中的二次谐波的轴向和焦点处径向声场归一化声压分布,其中实线表示理论计算结果,而点线表示实验测量值.由轴向二次谐波分布表明二次谐波的最大值约在 39 mm(归一化距离 0.269),基波轴向最大值与二次谐波最大值的位置不重合,这与球面聚焦换能器的情况类似^[14,15].从径向二次谐波分布中可以看出,相



对于图 5 中的焦点处的基波声压的径向分布,二次谐波宽度(-3 dB 波束宽度)为基波的 $1/\sqrt{2}$.圆锥面聚焦声束的二次谐波的 -3 dB 轴向及径向宽度为 37.2 mm 及 1.46 mm,相对于同尺度的球面聚焦声束的 62.4 mm 及 1.8 mm,其焦点在轴向及径向缩小了 40.4% 及 18.9%.可见圆锥面聚焦声束有助于提高聚焦换能器谐波成像的分辨率.

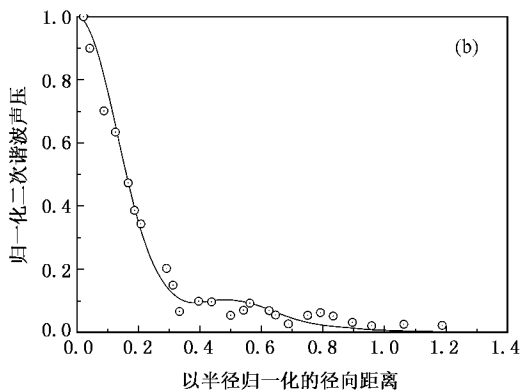


图 6 二次谐波声场的归一化分布 (a) 轴向分布 (b) 焦点处径向分布

4. 结 论

本文在 $ka \gg 1$ 的条件下,基于近轴近似的 KZK 方程及高斯叠加法,在理论上建立了圆锥形聚焦换能器产生的基波及二次谐波声场的解析解.实验制作并测量了圆锥面聚焦换能器的基波、二次谐波的

二维声场,测量结果与数值计算的结果符合得比较好.实验中圆锥面聚焦换能器为 PVDF 薄膜手工制作,PVDF 薄膜的特性限制了其发射效率较低,但其频率宽,特别适用于高频换能器的制作.进一步的工作是制作高频的 PVDF 圆锥面聚焦换能器及其在高频超声成像的应用.

- [1] Gong X F, Zhang D 2004 *J. Acoust. Soc. Am.* **116** 1819
- [2] Patterson M S, Foster F S 1982 *IEEE Trans. Sonics Ultrason.* **SU-29** 83
- [3] Dietz D R 1982 *IEEE Trans. Sonics Ultrason.* **SU-29** 128
- [4] Fujiwara S 1958 *J. Opt. Soc. Am.* **48** 576
- [5] Ding D S, Liu X J 1997 *Acta Acustica* **22** 268 (in Chinese) [丁德胜、刘晓峻 1997 声学学报 **22** 268]
- [6] Wen J J, M A 1988 *J. Acoust. Soc. Am.* **83** 1752
- [7] Ding D S, Zhang Y 2004 *J. Acoust. Soc. Am.* **116** 1401
- [8] Zhang D, Zhang B, Gong X F 2002 *J. Acoust. Soc. Am.* **111** 45
- [9] Ding D, Lu Z 1996 *J. Acoust. Soc. Am.* **100** 727

- [10] Xue H H, Liu X Z, Gong X F, Zhang D 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5233 (in Chinese) [薛洪惠、刘晓宙、龚秀芬、章东 2005 物理学报 **54** 5233]
- [11] Zhu X F, Zhou L, Zhang D, Gong X F 2005 *Chin. Phys.* **14** 1594
- [12] Kuznetsov V P 1971 *Sov. Phys. Acoust.* **16** 467
- [13] Shigemi S 1993 *J. Acoust. Soc. Am.* **93** 162
- [14] Beyer R T 1960 *J. Acoust. Soc. Am.* **32** 719
- [15] Khokhlova V A, Souchon R, Tavakkoli J, Sapozhnikov O A, Cathignol D 2001 *J. Acoust. Soc. Am.* **110** 95
- [16] Lucas B G, Muir T G 1982 *J. Acoust. Soc. Am.* **72** 1289

Theoretical and experimental study of the nonlinear ultrasonic field radiated from a conical focused PVDF transducer^{*}

Yu Jie Zhang Dong[†] Liu Xiao-Zhou Gong Xiu-Fen Song Fu-Xian

(*Institute of Acoustics , Key Laboratory of Modern Acoustics , Nanjing University , Nanjing 210093 , China*)

(Received 9 December 2006 ; revised manuscript received 14 January 2007)

Abstract

Conical transducer offers both good lateral resolution and large depth of detecting region for ultrasonic imaging. In this paper , the superposition of Gaussian beams is utilized to simulate the source distribution of the conical focused transducer. On the basis of the KZK equation , we obtain the analytical solution of the nonlinear sound field from the conical focused source. A conical focused PVDF transducer has been fabricated in our Lab and the sound field distributions of the fundamental and second harmonic components were experimentally measured. The measured results are in reasonably good agreement with the theoretical predictions .

Keywords : conical focused transducer , nonlinear , Gaussian beam superposition

PACC : 4325 , 4335

^{*} Project supported by the Program for New Century Excellent Talents in University (Grant No.06-0450) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10474044).

[†] Corresponding author. E-mail : dzhang@nju.edu.cn