

量子线/绝缘层/p 波超导体结的隧道谱*

李晓薇†

(淮阴师范学院物理系, 淮安 223001)

(2006 年 12 月 12 日收到, 2007 年 3 月 19 日收到修改稿)

用 Bogoliubov-de Gennes 方程来研究量子线/绝缘层/p 波超导体结($q/I/p$)中的准粒子输运过程, 利用推广的 Blonder, Tinkham 和 Klapwijk 模型计算绝对零度和有限温度下 $q/I/p$ 的一级谐波隧道谱. 和量子线/绝缘层/d 波超导体结的一级谐波隧道谱不同的是 $q/I/p$ 的一级谐波隧道谱中存在零偏压电导峰. 随着 $q/I/p$ 中绝缘层的势垒散射增强, $q/I/p$ 的一级谐波隧道谱中零偏压电导峰变高.

关键词: 量子线, p 波超导体, 隧道谱

PACC: 7450, 7210

1. 引言

近来, 超导体 Sr_2RuO_4 的研究引起人们极大的兴趣^[1-4]. 许多理论和实验工作都支持 Sr_2RuO_4 超导态是自旋三重态的 p 波超导态. 在超导机理的研究中, 隧道谱是一种很有用的工具. 人们通过测量各种超导体结的隧道谱, 来获得有关超导配对机理和能隙的信息. 非传统的各向异性 d 波超导体由于其表面存在中间束缚态, 导致在正常金属/d 波超导体结的隧道谱的零偏压处出现电导峰^[5-8]. 很多高温氧化物超导体, 在测量正常金属/超导体结的隧道谱中能观察到零偏压电导峰, 零偏压电导峰的出现对正常金属/d 波超导体结的隧道谱产生影响^[9, 10]. 非传统的各向异性超导体的表面存在着中间束缚态, 因而自旋三重态的 p 波超导体在零偏压处也出现了电导峰^[11, 12]. 实验上已观察到超导体 Sr_2RuO_4 结的隧道谱有零偏压电导峰^[7]存在. 然而, 量子线/d 波超导体结中由于准粒子产生衍射隧道谱的特性发生变化, 在一级谐波隧道谱中零偏压电导峰发生偏移, 零偏压电导峰消失^[13-15]. 量子线/p 波超导体结的一级谐波量子线的隧道谱与量子线/d 波超导体结不同, 一级谐波隧道谱中零偏压电导峰仍然存在^[16].

本文中, 我们采用 Bogoliubov-de Gennes (缩写为 BdG) 方程^[17]来研究量子线/绝缘层/p 波超导体结

中的准粒子输运过程, 利用推广的 Blonder, Tinkham 和 Klapwijk (简称 BTK) 模型^[18]计算绝对零度和有限温度下量子线/绝缘层/p 波超导体结($q/I/p$)的一级谐波微分电导. 和量子线/绝缘层/d 波超导体结的一级谐波隧道谱不同的是 $q/I/p$ 的一级谐波隧道谱中存在零偏压电导峰. $q/I/p$ 中绝缘层的势垒散射和温度均对微分电导值有影响.

2. 准粒子输运系数的计算

文中研究的 $q/I/p$ 几何模型如图 1 所示, $x < 0$ 是宽度为 w 的正常金属, 这里 $k_F w = (n + l)\pi$, $n = 1$, $l = 0.7$, k_F 是正常金属中费米波矢值, 因此正常金属是一级谐波量子线. $x = 0$ 处是绝缘层, $x > 0$ 为 p 波超导体. 采用 Bogoliubov-de Gennes 方程来研究 $q/I/p$ 中的准粒子输运过程, 两分量的 BdG 方程^[17]为

$$\begin{pmatrix} H_0 & \Delta(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \\ \Delta^*(\mathbf{k}, \mathbf{r}) & -H_0^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_k(\mathbf{r}) \\ v_k(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} u_k(\mathbf{r}) \\ v_k(\mathbf{r}) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

这里, E 是准粒子相对于费米能的激发能, $H_0 = p^2/2m + V(x) - E_F$ 是准粒子的 Hamiltonian 量, E_F 是准粒子的费米能量, p, m 分别表示准粒子的动量和质量, $V(x) = U\delta(x)$ 是结中绝缘层的势垒散射势, $\delta(x)$ 是 δ 函数表示, U 是势垒强度.

系统的配对势可表示为

* 江苏省高校自然科学基金基础研究项目(批准号 06KJB140009)资助的课题.

† E-mail: lxw@hytc.edu.cn

$$\hat{\Delta}(\theta, \mathbf{r}) = \hat{\Delta}(\theta)\Theta(x), \quad (2)$$

这里 $\Theta(x)$ 是阶跃函数, $\hat{\Delta}(\theta)$ 为

$$\hat{\Delta}(\theta) = \Delta(T)\mathcal{f}(\theta), \quad (3)$$

$$\Delta(T) = \Delta_0 \tanh[1.76\sqrt{T_c/T - 1}], \quad (4)$$

这里 θ 是准粒子运动方向与 x 轴的夹角, T_c 是超导体的临界温度, Δ_0 是超导体的最大配对势, 对于 p 波超导体有^[11,16]

$$f(\theta) = \begin{cases} \cos\theta, & p_x \text{ 对称,} \\ \sin\theta, & p_y \text{ 对称,} \end{cases} \quad (5)$$

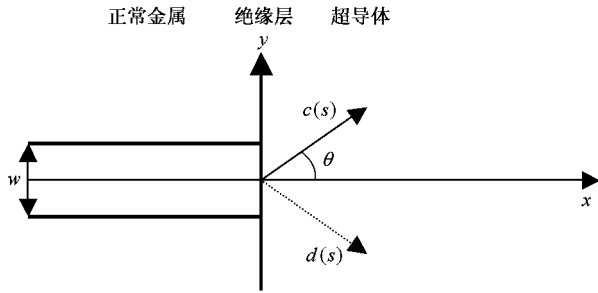


图1 q/l/p 结中示意图 这里正常金属是一级谐波量子线, 取 $k_F w/\pi = 1.7$

由 BdG 方程, 可以得到 $q/l/p$ 结电子型准粒子从左向右运动的波函数为^[14]
在量子线 ($x < 0$) 处:

$$\Psi_N = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} e^{ik_1^+ x} + a \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e^{ik_1^- x} + b \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} e^{-ik_1^+ x} \varphi_1(y), \quad (6)$$

在超导体 ($x > 0$) 处:

$$\Psi_S = \int_{-\infty}^{+\infty} ds \left[\begin{matrix} u_+(s) e^{i\phi_+(s)y/2} \\ v_+(s) e^{-i\phi_+(s)y/2} \end{matrix} \right] e^{ik_1^+ x} + \mathcal{A}(s) \begin{bmatrix} v_-(s) e^{i\phi_-(s)y/2} \\ u_-(s) e^{-i\phi_-(s)y/2} \end{bmatrix} e^{-ik_1^- x} \varphi_s(y), \quad (7)$$

$$\varphi_1(y) = \sqrt{\frac{2}{w}} \sin\left[\frac{\pi}{w}\left(y + \frac{w}{2}\right)\right] \Theta\left(\frac{w}{2} - |y|\right),$$

其中,

$$\varphi_s(y) = \frac{e^{isy}}{\sqrt{2\pi}}, \quad (8)$$

$$u_{\pm}(s) = \sqrt{\left[1 + \frac{\Omega_{\pm}(s)}{E}\right]}/2},$$

$$v_{\pm}(s) = \sqrt{\left[1 - \frac{\Omega_{\pm}(s)}{E}\right]}/2},$$

$$\Omega_{\pm}(s) = \sqrt{E^2 - |\Delta_{\pm}(s)|}, \quad (9)$$

k_1^{\pm} 是正常金属中电子和空穴的传播波矢值, 是量子线中入射电子的能量的函数. k_{\pm} 为 p 波超导体中电子和空穴的传播波矢值, s 是费米波矢值在 y 轴方向的投影. 这里

$$k_1^{\pm} = \sqrt{k_1^2 \pm 2mE/\hbar^2},$$

$$k_1 = \sqrt{k_F^2 - \frac{\pi^2}{w^2}}, \quad (10)$$

$$k_{\pm} = \sqrt{k(s)^2 \pm \frac{2m\Omega_{\pm}(s)}{\hbar^2}},$$

$$k(s) = \sqrt{k_F^2 - s^2}, \quad (11)$$

k_F 是 p 波超导体中费米波矢值, 这里设它和正常金属的费米波矢值相等. p 波超导体中透射电子和透射空穴的配对势是不同的, 分别为 $\Delta_+ = \Delta(T)\mathcal{f}(\theta)$ 和 $\Delta_- = \Delta(T)\mathcal{f}(\pi - \theta)$, $\theta = \sin^{-1}(s/k_F)$. ϕ_{\pm} 是 p 波超导体的相位, 并有 $e^{i\phi_{\pm}} = \frac{\Delta_{\pm}}{|\Delta_{\pm}|}$. 式中 $a, b, c(s)$ 和 $\mathcal{A}(s)$ 分别是入射电子在绝缘层界面的 Andreev 反射波幅^[19], 电子的反射波幅以及透射到 p 波超导体中的电子和空穴透射波幅. 为了计算方便, 近似地把正常金属量子线看作是一维量子线, 准粒子在量子线中的运动仅有 x 方向的输运.

波函数应满足的边界条件^[18]为

$$\Psi_N(x=0) = \Psi_S(x=0), \quad (12a)$$

$$\left(\frac{d\Psi_S}{dx}\right)_{x=0} - \left(\frac{d\Psi_N}{dx}\right)_{x=-L} = \frac{2mU}{\hbar^2} \Psi_N(x=0) \quad (12b)$$

把 (6) 和 (7) 式代入 (12a) (12b) 式, 可以得到

$$(1+b)\varphi_1(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} ds \left[c(s)u_+ e^{i\varphi_+/2} + \mathcal{A}(s)v_- e^{i\varphi_-/2} \right] \varphi_s(y), \quad (13a)$$

$$a\varphi_1(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} ds \left[\mathcal{A}(s)v_+ e^{-i\varphi_+/2} + \mathcal{A}(s)u_- e^{-i\varphi_-/2} \right] \varphi_s(y), \quad (13b)$$

$$[(1-iz) - (1+iz)b] \varphi_1(y)$$

$$= k(s)k_1 \int_{-\infty}^{+\infty} ds \left[c(s)u_+ e^{i\varphi_+/2} - \mathcal{A}(s)v_- e^{i\varphi_-/2} \right] \varphi_s(y), \quad (13c)$$

$$(1-iz)a\varphi_1(y) = k(s)k_1 \int_{-\infty}^{+\infty} ds \left[\mathcal{A}(s)v_+ e^{-i\varphi_+/2} - \mathcal{A}(s)u_- e^{-i\varphi_-/2} \right] \varphi_s(y), \quad (13d)$$

式中 $z = mU/(\hbar^2 k_1)$, 是无量纲的实数, 表示绝缘层的结界面势垒散射强度. 在 (13a) — (13d) 式两边同

乘以 $\varphi_s^*(y)dy$, 并积分, 再利用正交归一化条件

$$\int_{-\infty}^{\infty} dy \varphi_s^*(y) \varphi_s(y) = \delta(s - s'),$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dy \varphi_1^*(y) \varphi_1(y) = 1, \quad (14)$$

整理后, 得到

$$(1+b)\chi(s) = \alpha(s)u_+ e^{i\varphi_+/2} + \alpha(s)v_- e^{i\varphi_-/2}, \quad (15a)$$

$$a\mu(s) = \alpha(s)v_+ e^{-i\varphi_+/2} + \alpha(s)u_- e^{-i\varphi_-/2} \quad (15b)$$

$$[(1-iz) - (1+iz)b]\chi(s) = k(s)k_i[\alpha(s)u_+ e^{i\varphi_+/2} - \alpha(s)v_- e^{i\varphi_-/2}], \quad (15c)$$

$$(1-iz)a\mu(s) = k(s)k_i[\alpha(s)v_+ e^{-i\varphi_+/2} - \alpha(s)u_- e^{-i\varphi_-/2}], \quad (15d)$$

式中

$$\mu(s) = \int_{-\infty}^{\infty} dy \varphi_1(y) \varphi_s^*(y)$$

$$= \frac{2}{w} \sqrt{\frac{\pi}{w}} \frac{\cos(sw/2)}{\pi^2/w^2 - s^2}, \quad (16)$$

在(15a)–(15d)式中消去 $\alpha(s)$, $\mu(s)$ 再利用

$$\int_{-\infty}^{\infty} ds \mu^*(s) \mu(s) = 1, \text{ 可以求得}$$

$$F_2 a - (F_1 + iz + 1)b = F_1 + iz - 1, \quad (17a)$$

$$(1 - iz + F_1)a - F_3 b = F_3, \quad (17b)$$

式中

$$F_j = \frac{4}{\pi^2 \sqrt{r_F^2 - 1}} \int_{-r_F}^r dq$$

$$\times \frac{\sqrt{r_F^2 - q^2}}{(1 - q^2)^2} \cos^2\left(\frac{\pi q}{2}\right) f_j(q), \quad (18)$$

$$q = \frac{ws}{\pi}, \quad r_F = \frac{wk_F}{\pi}, \quad j = 1, 2, 3$$

$$f_1 = \frac{1 + \Gamma_+ \Gamma_- e^{-(\phi_+ - \phi_-)}}{1 - \Gamma_+ \Gamma_- e^{-(\phi_+ - \phi_-)}},$$

$$f_2 = \frac{2\Gamma_- e^{i\phi_-}}{1 - \Gamma_+ \Gamma_- e^{-(\phi_+ - \phi_-)}},$$

$$f_3 = \frac{2\Gamma_+ e^{-i\phi_+}}{1 - \Gamma_+ \Gamma_- e^{-(\phi_+ - \phi_-)}},$$

$$\Gamma_{\pm} = \frac{v_{\pm}}{u_{\pm}}, \quad (19)$$

由(17a)和(17b), 可以得到

$$a = \frac{2F_3}{(1 + F_1)^2 - F_2 F_3 + z^2}, \quad (20a)$$

$$b = \frac{-F_1^2 + F_2 F_3 + (1 - iz)^2}{(1 + F_1)^2 - F_2 F_3 + z^2}, \quad (20b)$$

3. 微分电导的计算

根据 BTK 理论, 可以求得 $T = 0 \text{ K}$ 时 $q/I/p$ 结的微分电导为^[14]

$$G_R = \frac{G_S}{G_N} \Big|_{E=eV}$$

$$= \frac{[(1 + F_0)^2 + 4Z^2][1 + R_a(eV) - R_b(eV)]}{4F_0}, \quad (21)$$

式中 $R_a = |a|^2$, $R_b = |b|^2$, $G_S = 1 + R_a - R_b$, $G_N = 4F_0[(1 + F_0)^2 + 4z^2]$, F_0 是由 $\Delta = 0$, $f_j = 1$ 时(18)式求得, V 是 $q/I/p$ 结两侧所加的电压, e 是电子的电荷量.

在有限温度 T $q/I/p$ 结的微分电导为^[15]

$$G_R = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} G_S dE / \cosh^2[(E - eV)/k_B T]}{\int_{-\infty}^{\infty} G_N dE / \cosh^2[(E - eV)/k_B T]}, \quad (22)$$

下面, 我们将利用(21)(22)式及(20a)(20b)式, 计算 $q/I/p$ 结的微分电导谱. 首先研究 $T = 0 \text{ K}$ 时

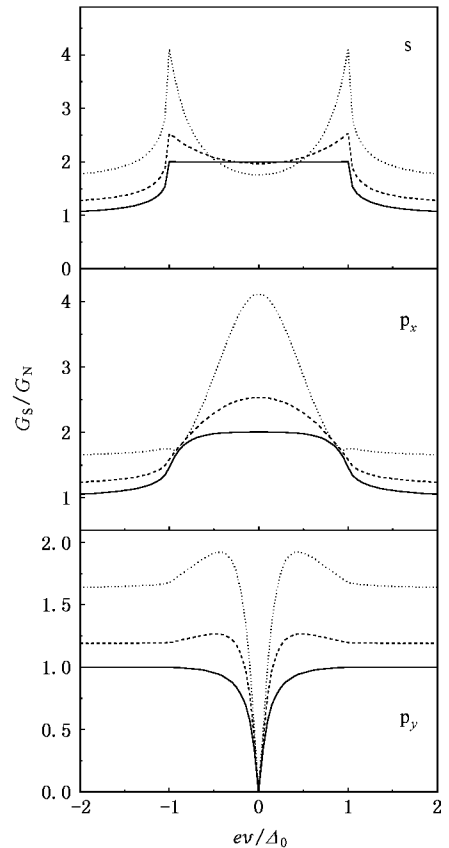


图2 微分电导 G 随偏压 V 的变化曲线 $T = 0 \text{ K}$, $k_F w / \pi = 1.7$, 实线 $z = 0$; 虚线 $z = 0.5$; 点线 $z = 1$

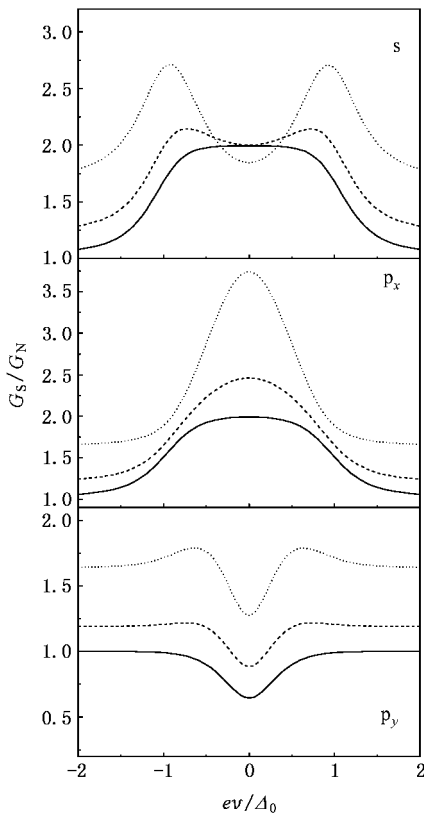


图3 微分电导 G 随偏压 V 的变化曲线 $k_B T/\Delta_0 = 0.3$,
 $k_F w/\pi = 1.7$ 实线 $z=0$ 虚线 $z=0.5$ 点线 $z=1$

结界面势垒散射对微分电导谱的影响,在图2中作出选取不同的 z 时量子线/绝缘层/超导体结(超导体分别选 s 波 p_x 和 p_y 波对称)微分电导随偏压 V 的变化关系曲线($E = eV$).在图2中, s 波结在零偏压处有电导值存在,随势垒散射强度的增大而减低,并在 $|eV| = \Delta_0$ 附近出现两个电导峰. p_x 波结在零偏压处有电导峰存在,并随势垒散射强度的增大零

偏压电导值增大.在量子线/绝缘层/ p_x 波超导体结的隧道谱中有零偏压电导峰存在,是因为 p_x 波超导体的 $\Delta(\pm\theta) = \Delta(T)\cos(\theta)$, $\pm\theta$ 角的波函数是同号叠加的,透射角分别为 $\pm\theta$ 的两个 Andreev 反射相互加强,因而在零偏压附近有较大电导值存在. p_y 波结出现零偏压电导凹陷现象,它和量子线/绝缘层/ d 波超导体结^[13,14]类似,只是因为 p_y 波超导体的 $\Delta(\pm\theta) = \pm\Delta(T)\sin(\theta)$ 透射角分别为 $\pm\theta$ 的两个 Andreev 反射被抵消,零偏压电导值较小.

在图3中,作出 $k_B T = 0.3\Delta_0$ 时量子线/绝缘层/超导体结微分电导随偏压 V 的变化关系曲线.从图3中可以看出在有限温度下,随着绝缘层的结界面势垒散射强度的增强, s 波结在零偏压电导减小,在 $|eV| = \Delta_0$ 附近的两个电导峰增高,但比 $T = 0$ K 时变化平缓. p_x 波结在零偏压处有电导峰存在,电导值比绝对零度时降低. p_y 波结零偏压处电导值比绝对零度时有所增大,随着绝缘层的结界面势垒散射强度的增强而增大.

4. 结 语

本文利用 BTK 理论计算了 $q/I/p$ 中的微分电导,分别讨论了绝缘层的结界面势垒散射强度和温度对量子线/绝缘层/ s 、 p_x 、 p_y 波结隧道谱的影响,并与量子线/绝缘层/ d 波结隧道谱进行了比较.研究表明在 $q/I/p_x$ 结的隧道谱中存在零偏压电导峰、 $q/I/p_y$ 结的隧道谱是零偏压电导凹陷结构.希望所得结果对区分超导体配对机理是 d 波配对还是 p 波配对有所帮助.

- [1] Baskaran G 1996 *Physica B* **224** 490
 [2] Mackenzie A P, Maeno Y 2003 *Rev. Mod. Phys.* **75** 657
 [3] Mao Z Q, Nelson K D, Jin R, Liu Y 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 037003
 [4] Laube F, Goll G, Lohneysen H V, Fogelstrom M, Lichtenberg F 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 1595
 [5] Hu C R 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 1526
 [6] Kashiwaya S, Tanaka Y 2000 *Rep. Prog. Phys.* **63** 1641
 [7] Dong Z C 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 926 (in Chinese) [董正超 1999 物理学报 **48** 926]
 [8] Li X W 2001 *Acta Phys. Sin.* **30** 1367 (in Chinese) [李晓薇 2001 物理学报 **50** 1367]

- [9] Covington M, Aprili M, Parsoanu E, Greene L H, Xu F, Zhu J, Mirkin C A 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 277
 [10] Fogelstrom M, Rainer D, Sauls J 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 281
 [11] Hirai T, Tanaka Y, Yoshida N, Asano Y, Inoue J, Kashiwaya S 2003 *Phys. Rev. B* **67** 174501
 [12] Li X W, Liu S J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 835 (in Chinese) [李晓薇, 刘淑静 2006 物理学报 **55** 835]
 [13] Takagaki Y, Ploog K H 1999 *Phys. Rev. B* **60** 9750
 [14] Herrera W J, Virgilio N J, Jairo G J 2005 *Phys. Rev. B* **71** 094515
 [15] Tsuchikawa K, Yoshida N, Tanaka Y, Kashiwaya S, Inoue J, Takagaki Y 2001 *Physica C* **352** 224
 [16] Tsuchikawa K, Yoshida N, Tanaka Y, Kashiwaya S, Inoue J, Takagaki Y 2001 *Physica C* **357** 1588

- [17] de Gennes P G 1966 *Superconductivity of Metals and Alloys* (New York : Benjamin) 25 4515
- [19] Andreev A F 1964 *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **46** 1823
- [18] Blonder G E , Tinkham M , Klapwijk T M 1982 *Phys. Rev. B*

Tunneling conductance in quantum-wire/insulator/p wave superconductor junction *

Li Xiao-Wei[†]

(Department of Physics , Huaiyin Normal College , Huaian 223001 , China)

(Received 12 December 2006 ; revised manuscript received 19 March 2007)

Abstract

Using Bogoliubov-de Gennes equations , we study the quasiparticle transport in quantum-wire/insulator/p wave superconductor junction (q/I/p). In the framework of the Blonder-Tinkham-Klapwijk model , we calculate the tunneling conductance in q/I/p as a function of the bias voltage at zero temperature and finite temperature . Differently from the case in quantum-wire/insulator/d wave superconductor junctions , there are zero-bias conductance peaks in the single-mode case . With the barrier strength becoming strong , the zero-bias conductance is gradually enhanced .

Keywords : quantum-wire , p-wave superconductor , tunneling conductance

PACC : 7450 , 7210

* Project supported by the Natural Science Foundation of Jiangsu Higher Education Institutions of China (Grant No. 06KJB140009).

[†] E-mail : lxw@hytc.edu.cn