

一个新的混沌系统的动力学分析及混沌控制^{*}

蔡国梁[†] 谭振梅 周维怀 涂文桃

(江苏大学理学院 镇江 212013)

(2006 年 11 月 12 日收到 2007 年 4 月 19 日收到修改稿)

提出了一个新的混沌系统,研究了其基本动力学特性.设计了实现该系统的混沌电路,电路实验结果验证了系统的混沌行为.根据 Lyapunov 稳定性理论,采用自适应 backstepping 控制方法,把系统控制到一个有界点.数值仿真证明了该方法的有效性和可行性.

关键词:新型混沌系统,动力学特性,电路实现,混沌控制

PACC: 0545

1. 引言

混沌是非线性动力学系统所特有的一种形式,它广泛地存在于自然界,诸如物理学、化学、生物学、地质学以及技术科学、社会科学等各个领域.自从 1963 年 Lorenz^[1]在三维自治系统中发现了第一个混沌吸引子以来,人们不断地发现新的混沌系统^[2-9].

由于混沌系统对初值的敏感性和长时间的不可预测性,因此控制混沌就成了混沌应用的关键.近年来,人们提出了多种混沌控制与同步的方法如 OGY 方法^[10]、脉冲控制法^[11]、最优控制法^[12]、主动控制法^[13]、被动控制法^[14]、线性状态反馈控制法^[15]、非线性反馈法^[16]等.混沌控制在众多领域中有着广泛的应用前景,如在电子学、电子系统、保密通信、密码学、流体混合、生物系统、图像数据加密、机械震动故障诊断、神经网络等越来越多的领域和方向.

本文提出了一个新的非线性混沌系统,该系统含有 4 个参数,2 个非线性项,其中第 3 个方程的非线性项与 Lorenz 系统、Chen 系统和 Lü 系统的第 3 个方程的非线性项均不同.我们将利用理论推导、数值仿真、Poincaré 截面图等,分析新系统的基本动力学特性.然后设计了系统的实现电路,电路实验结果与动力学特性分析、数值仿真完全相等,进一步验证了该系统的混沌行为.根据 Lyapunov 稳定性理论,通过自适应控制法^[17,18],设计一个简单的单一的控制

器来控制参数未知的新系统,该控制法能够识别系统的全部 4 个未知参数,同时把系统控制到一个有界点.这一方法克服了由于非线性项而引起的奇异性问题,在实际中具有很好的应用前景.

2. 新的混沌系统

本文提出的新非线性混沌系统,其动力学方程为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(y - x), \\ \dot{y} &= bx + cy - xz, \\ \dot{z} &= x^2 - hz, \end{aligned} \quad (1)$$

当 $a = 20$, $b = 14$, $c = 10.6$, $h = 2.8$, 选取初值 $(20, 20, 20)$ 时,新系统有一个混沌吸引子,如图 1 所示.

2.1. 基本性质

2.1.1. 对称性和不变性

注意到系统(1)在变换 $(x, y, z) \rightarrow (-x, -y, z)$ 下具有不变性,即系统(1)关于 z 轴具有对称性,且这种对称性对所有的系统参数均成立.

2.1.2. 耗散性和吸引子的存在性

对于系统(1),有

$$\begin{aligned} \nabla V &= \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} \\ &= -a + c - h = -61/5. \end{aligned}$$

所以系统(1)是耗散的,并以指数形式 $\frac{dv}{dt} =$

^{*} 国家自然科学基金(批准号:70571030,90610031)和江苏大学高级人才基金(批准号:07JDG054)资助的课题.

[†] E-mail: glcai@ujs.edu.cn

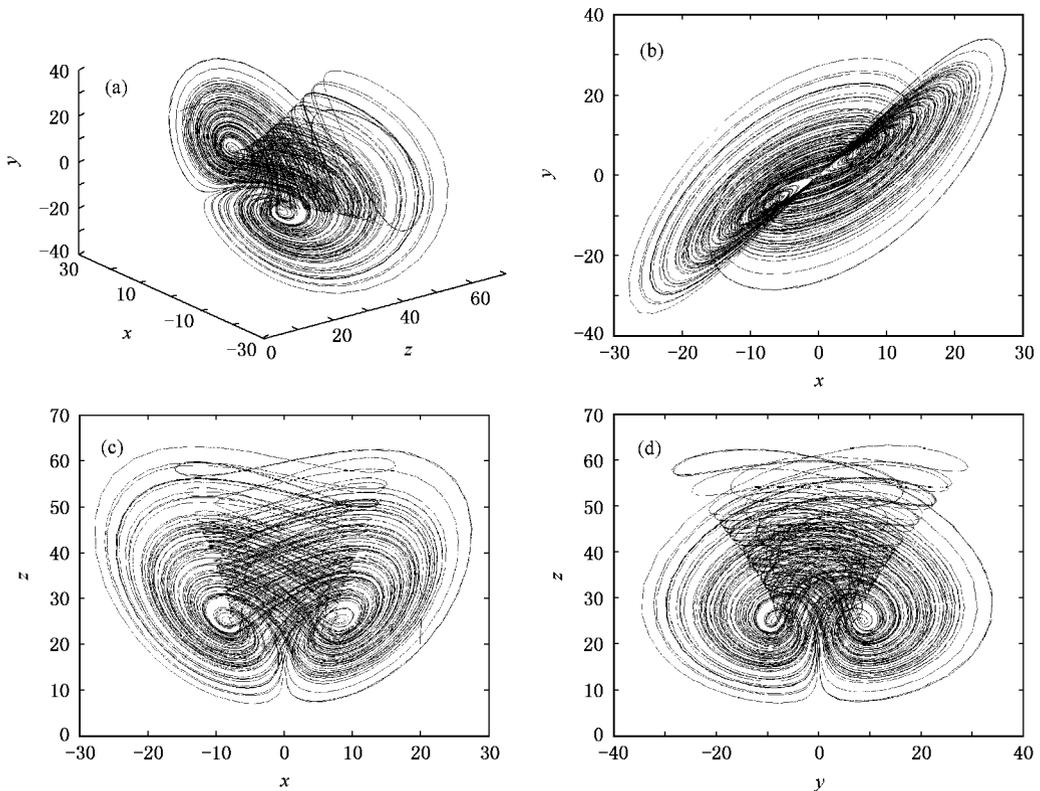


图 1 系统 1 的混沌吸引子 (a) xyz 三维空间相图 (b) xy 平面相图 (c) xz 平面相图 (d) yz 平面相图

$e^{-(61/5)t}$ 收敛. 也就是说, 一个初始体积为 $V(0)$ 的体积元在时间 t 时收缩为体积元 $V_0 e^{-(61/5)t}$. 故当 $t \rightarrow \infty$ 时, 包含系统轨线的每个小体积元以指数速率 $-61/5$ 收缩到 0. 此时, 所有系统的轨线最终会被限制在一个体积为 0 的极限点集上, 并且它的渐进动力学行为会被固定在一个吸引子上, 这说明了吸引子的存在性.

2.1.3. 微分同胚和拓扑等价

由于系统 (1) 与 Lorenz 系统、Chen 系统和 Lü 系统均不存在同胚变换, 故系统 (1) 与这三个系统均不是拓扑等价的.

2.2. 平衡点及其稳定性

令 $\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = 0$, 即 $a(y-x) = 0, bx + cy - xz = 0, x^2 - hz = 0$. 此时系统有如下三个平衡点 $S_0(0, 0, 0)$, $S_1(8.2994, 8.2994, 24.6)$, $S_2(-8.2994, -8.2994, 24.6)$. 其中, 非零平衡点 S_1, S_2 对称地落在 z 轴的两侧.

在平衡点 $S_0(0, 0, 0)$, 线性化系统 (1) 得到 Jacobian 矩阵为

$$J_0 = \begin{pmatrix} -a & a & 0 \\ b-z & c & -x \\ 2x & 0 & -h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -20 & 20 & 0 \\ 14 & 10.6 & 0 \\ 0 & 0 & -2.8 \end{pmatrix}.$$

令 $\det(J_0 - \lambda I) = 0$, 得其特征根为 $\lambda_1 = -2.8$, $\lambda_2 = 17.9736$, $\lambda_3 = -27.3736$. 因为 λ_2 是正实数, λ_1 和 λ_3 是两个负实数, 所以平衡点 $S_0(0, 0, 0)$ 是一个鞍点, 故 $S_0(0, 0, 0)$ 不稳定.

对平衡点 S_1, S_2 , 注意到当 (x, y, z) 变为 $(-x, -y, z)$ 对方程不变, 因此, 若 (x_0, y_0, z_0) 是方程的解, 则 $(-x_0, -y_0, z_0)$ 自然也是方程的解, 且此二解具有相同的性质, 故分析其中之一即可. 在此, 我们分析平衡点 S_1 的稳定性.

在平衡点 $S_1(8.2994, 8.2994, 24.6)$, 线性化系统 (1) 得到 Jacobian 矩阵为

$$J_1 = \begin{pmatrix} -a & a & 0 \\ b-z & c & -x \\ 2x & 0 & -h \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -20 & 20 & 0 \\ -10.6 & 10.6 & -8.2994 \\ 16.5988 & 0 & -2.8 \end{pmatrix}.$$

令 $\det(J_1 - \lambda I) = 0$, 得其特征根为 $\lambda_1 = -18.6839, \lambda_2 = 3.2419 + 11.7027i, \lambda_3 = 3.2419 - 11.7027i$. 因为 λ_1 为负实根, 而 λ_2 和 λ_3 是一对具有正实部的共轭复根, 从而平衡点 $S_1(8.2994, 8.2994, 24.6)$ 是鞍焦点, 显然 S_2 也是鞍焦点, 所以平衡点 S_1, S_2 均不稳定.

2.3. Lyapunov 指数和 Lyapunov 维数

利用计算 Lyapunov 指数的软件包 `matds`, 该软件包是根据文献 [19] 提出的算法编制而成的. 选取初值 $(20, 20, 20)$, 得到系统 (1) 的 Lyapunov 指数谱如图 2 所示. 可以看出, 随着时间的演化, 系统的三个 Lyapunov 指数都趋于一个固定常数.

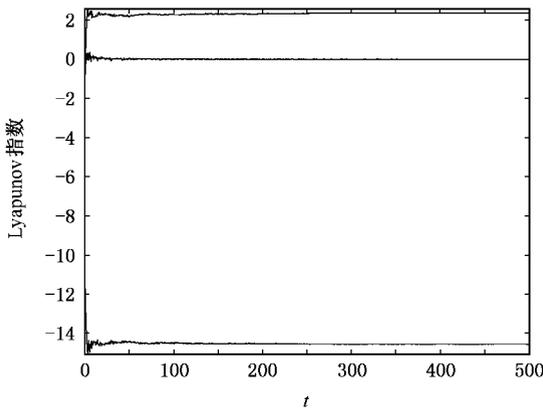


图 2 系统 (1) 的 Lyapunov 指数谱

由混沌理论可知, 在状态空间混沌吸引子的相邻轨线之间呈现出彼此排斥的趋势, 并以指数速率相互分离, 而 Lyapunov 指数正是定量描述轨线收缩或扩张的量. 利用 `matds` 软件包得到这个新系统正的 Lyapunov 指数 $\lambda_{L1} = 2.3554$, 另一个 Lyapunov 指数 $\lambda_{L2} = 3.0354 \times 10^{-4}$, 而负的 Lyapunov 指数 $\lambda_{L3} = -14.5561$. 从而我们可以得到新系统的 Lyapunov 维数为

$$D_L = j + \frac{1}{|\lambda_{Lj+1}|} \sum_{i=1}^j \lambda_{Li} = 2 + \frac{\lambda_{L1} + \lambda_{L2}}{|\lambda_{L3}|} = 2 + \frac{2.3554 + 0.00030354}{|-14.5561|}$$

$$= 2.1618.$$

由于系统的最大 Lyapunov 指数大于零, 而且系统的 Lyapunov 维数不是整数, 由此可以确定系统是混沌的.

2.4. 时域波形图、频谱图以及 Poincaré 截面图

系统混沌震荡的时域波形图具有非周期性, 解的流对初值极为敏感, 它的时域波形图如图 3 所示. 系统的频谱是连续谱, 如图 4 所示.

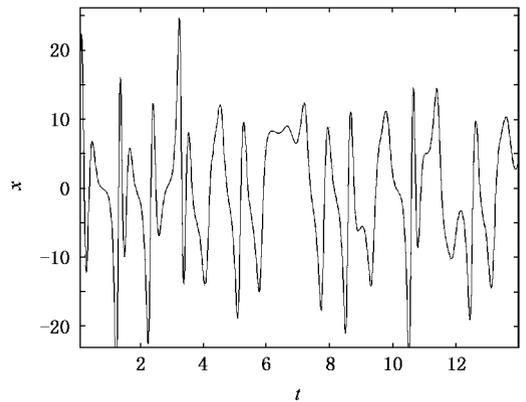


图 3 x 的时域波形图

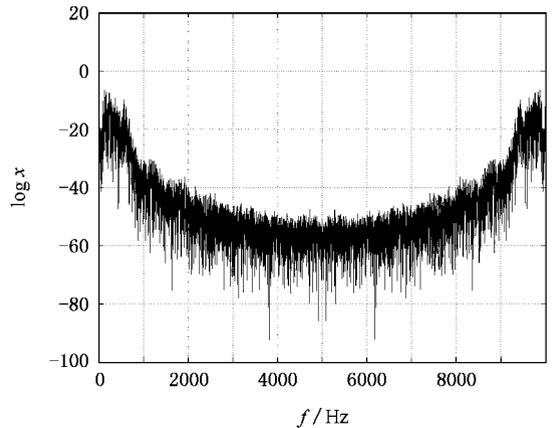


图 4 系统 (1) 的频谱图

为了观察系统的动力学行为, Poincaré 截面图的选取要适当, 此截面不能包含系统的轨线, 也不能与轨线相切. 系统 (1) 的 Poincaré 截面图如图 5 所示. 由图 5 可以看出 Poincaré 截面上有一些成片的具有分形结构的密集点, 吸引子的叶片清晰可见. 如图 5 (b) 所示, 吸引子的一些叶片被折叠, 这导致了系统的复杂的动力学行为.

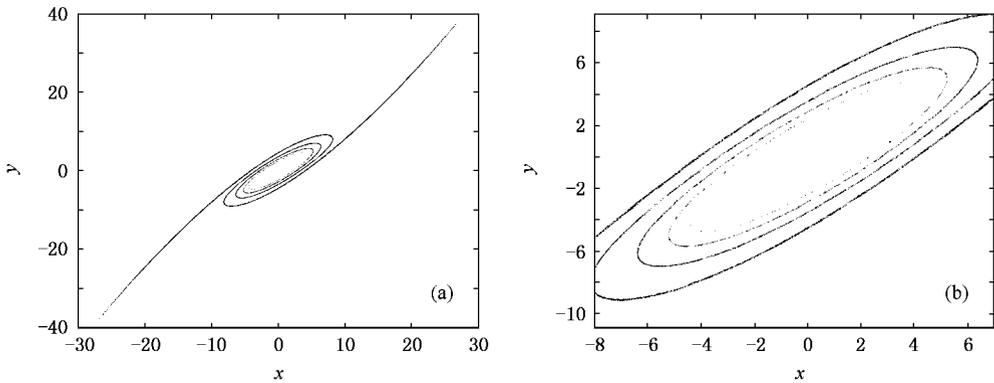


图5 Poincaré截面图 (b)为(a)的局部放大

3. 系统的振荡器电路设计与实现

为了验证非线性混沌系统(1)的混沌动力学行为,我们采用电路实验软件工作平台 EWB 软件对其进行了振荡器电路设计.由于 EWB 软件采用的是实际电路元件模型,所以其仿真实验与实际电路实验应该是基本符合的,因而仿真实验结果是有效的.系统(1)的振荡器电路设计如图6所示.分别用不同节

点的电压模拟了系统(1)中状态变量的变化情形,其中 A 点代表 x 变量, B 点代表 y 变量, C 点代表 z 变量.由运算放大器、线性电阻和电容器外围电路等实现加、减、反相、积分等运算,模拟乘法器实现非线性乘积项.并将三个节点连接成一个整体.

利用软件工作平台,我们得到 A 点电压的实验波形(对应 x 变量)如图7所示, A-B 的电压平面图(对应 xy 变量)如图8所示.从图可以看出, EWB 电路实验仿真结果与 Matlab 数值仿真结果基本相符.

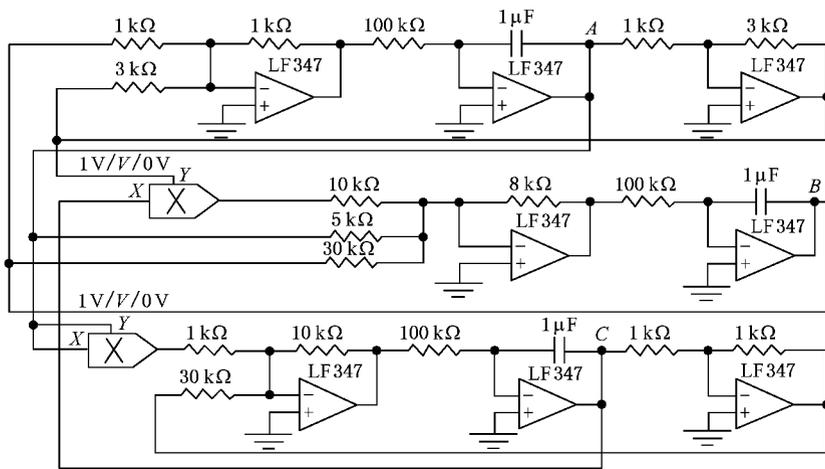


图6 系统(1)的混沌电路

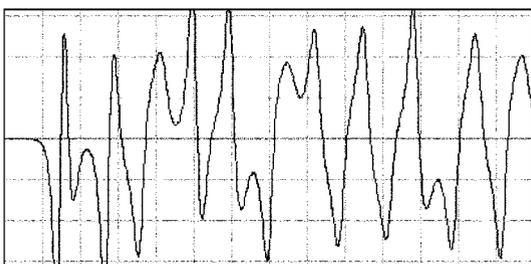


图7 A点电压(对应 x 变量)实验波形图

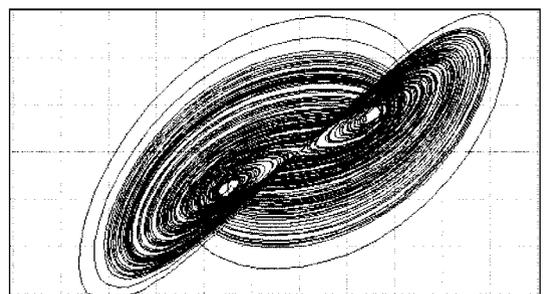


图8 A-B电压(对应 xy 变化)平面图

振荡器电路设计实现证明了本文提出的非线性系统是一个混沌系统,同时表明它具有潜在的应用价值.有关电路设计的进一步研究,如电路抗干扰噪声的控制设计,以及作为混沌信号源应用于混沌通信和信息加密中,将是我們下一步的工作.

4. 基于 backstepping 方法的自适应控制

假定系统(1)中全部参数 a, b, c, h 都是未知且需要识别的,如果仅在第3个状态方程上加上一个输入 u ,则受控的新系统变为如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(y-x), \\ \dot{y} &= bx+cy-xz, \\ \dot{z} &= x^2-hz+u. \end{aligned} \quad (2)$$

下面将识别这4个未知参数,同时控制参数未知的新系统到一个有界点.设 $a > c > 0$,用 backstepping 方法设计控制器 u ,在每一步中,通过选取适当的 Lyapunov 函数 V_i 来构造控制器和未知参数的自适应率.

1) 从第1个方程开始,对变量 y 构造一个控制函数 $\alpha_1(x)$.

对于 x -子系统定义如下 Lyapunov 函数:

$$V_1(t) = 2^{-1}x^2, \quad (3)$$

则 $\dot{V}_1(t) = x\dot{x}$. 令 $\alpha_1(x) = px$ ($p < 1$), 定义误差变量 $\bar{y} = y - \alpha_1(x)$, 则

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a\bar{y} - a(1-p)x, \\ \dot{\bar{y}} &= ax\bar{y} - a(1-p)x^2. \end{aligned} \quad (4)$$

2) 处理由第2个方程中的 xz 而产生的奇异性问题.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{y}} &= \dot{y} - \dot{\alpha}_1 = \dot{y} - px \\ &= -x(\bar{z} + \alpha_2) + \bar{b}x + \bar{p}cx + \bar{a}p(1-p)x \\ &\quad - (ap-c)\bar{y} - (\bar{b}-b)x \\ &\quad - (\bar{p}c - pc)x - (\bar{a}-a)p(1-p)x, \end{aligned} \quad (5)$$

其中误差变量 $\bar{z} = z - \alpha_2$, α_2 为控制函数. 令 $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{h}$ 分别为 a, b, c, h 的估计值, 并定义误差参数 $\bar{a} = \hat{a} - a, \bar{b} = \hat{b} - b, \bar{c} = \hat{c} - c, \bar{h} = \hat{h} - h$, 则可得到如下关于坐标 (x, \bar{y}) 的子系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \bar{a}\bar{y} - a(1-p)x, \\ \dot{\bar{y}} &= -x(\bar{z} + \alpha_2) + \bar{b}x + \bar{p}cx + \bar{a}p(1-p)x \\ &\quad - (ap-c)\bar{y} - (\bar{b}-b)x - (\bar{p}c - pc)x \end{aligned}$$

$$- (\bar{a}-a)p(1-p)x. \quad (6)$$

对于系统(6)构造如下 Lyapunov 函数:

$$\begin{aligned} V_2(t) &= V_1(t) + 2^{-1}\bar{y}^2 + 2^{-1}\bar{a}^2 \\ &\quad + 2^{-1}\bar{b}^2 + 2^{-1}\bar{c}^2, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= -a(1-p)x^2 - (ap-c)\bar{y}^2 - x\bar{y}\bar{z} \\ &\quad + \bar{a}(\dot{\bar{a}} - (1+p-p^2)x\bar{y}) + \bar{b}(\dot{\bar{b}} - x\bar{y}) \\ &\quad + \bar{c}(\dot{\bar{c}} - p\bar{y}) + x\bar{y}(-\alpha_2 + \hat{b} \\ &\quad + p\hat{c} + \hat{a}(1+p-p^2)). \end{aligned}$$

令

$$\alpha_2 = \hat{a}(1+p-p^2) + \hat{b} + p\hat{c}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \dot{\bar{a}} &= (1+p-p^2)x\bar{y} - m\bar{a}, \\ \dot{\bar{b}} &= x\bar{y} - n\bar{b}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\dot{\bar{c}} = p\bar{y} - r\bar{c},$$

其中 m, n, r 为大于零的控制参数. 则

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= -a(1-p)x^2 - (ap-c)\bar{y}^2 \\ &\quad - x\bar{y}\bar{z} - m\bar{a}^2 - n\bar{b}^2 - r\bar{c}^2. \end{aligned}$$

显然, 可选取合适的 p , 使得 $ap-c > 0$. 因为 p

$< 1, a > c > 0$, 所以只要取 $\frac{c}{a} < p < 1$ 即可. 由(5)和(8)式得

$$\begin{aligned} \dot{\bar{y}} &= -x\bar{z} - \bar{a}(1+p-p^2)x - \bar{b}x - \bar{p}cx \\ &\quad - ax - (ap-c)\bar{y}. \end{aligned} \quad (10)$$

3) 消去 $x\bar{y}\bar{z}$

误差变量 \bar{z} 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{\bar{z}} &= \dot{z} - \dot{\alpha}_2 = x^2 - hz - (\partial\alpha_2/\partial a)\dot{\bar{a}} \\ &\quad - (\partial\alpha_2/\partial \bar{b})\dot{\bar{b}} - (\partial\alpha_2/\partial \bar{c})\dot{\bar{c}} + u. \end{aligned} \quad (11)$$

最后得到关于坐标 (x, \bar{y}, \bar{z}) 的系统为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \bar{a}\bar{y} - a(1-p)x, \\ \dot{\bar{y}} &= -x\bar{z} - \bar{a}(1+p-p^2)x \\ &\quad - \bar{b}x - \bar{p}cx - ax - (ap-c)\bar{y}, \\ \dot{\bar{z}} &= x^2 - (\partial\alpha_2/\partial a)\dot{\bar{a}} - (\partial\alpha_2/\partial \bar{b})\dot{\bar{b}} \\ &\quad - (\partial\alpha_2/\partial \bar{c})\dot{\bar{c}} - hz + u. \end{aligned} \quad (12)$$

对于系统(12)构造如下 Lyapunov 函数:

$$V_3(t) = V_2(t) + 2^{-1}\bar{z}^2 + 2^{-1}\bar{h}^2, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) &= \dot{V}_2(t) + \dot{\bar{z}}\bar{z} + \bar{h}\dot{\bar{h}} \\ &= -a(1-p)x^2 - (ap-c)\bar{y}^2 - m\bar{a}^2 \\ &\quad - n\bar{b}^2 - r\bar{c}^2 + \bar{h}(\dot{\bar{h}} + \dot{\bar{z}}) \end{aligned}$$

$$+ \bar{z}(u + x^2 - \hat{h}z - \bar{x}\bar{y} - (\partial\alpha_2/\partial\bar{a})\dot{\bar{a}} - (\partial\alpha_2/\partial\bar{b})\dot{\bar{b}} - (\partial\alpha_2/\partial\bar{c})\dot{\bar{c}}), \quad (14)$$

取

$$\begin{aligned} \dot{\bar{h}} &= -\bar{z}\bar{z} - k\bar{h}, \\ u &= -q\bar{z} + \bar{x}\bar{y} - x^2 + \hat{h}z + (\partial\alpha_2/\partial\bar{a})\dot{\bar{a}} + (\partial\alpha_2/\partial\bar{b})\dot{\bar{b}} + (\partial\alpha_2/\partial\bar{c})\dot{\bar{c}}, \end{aligned} \quad (15)$$

其中 k, q 为大于零的控制参数. 将(8)(9)式代入上式可得

$$\begin{aligned} u &= -x^2 - q\bar{z} + (h + \bar{h})(\bar{z} + \alpha_2) + \bar{x}\bar{y}(p^2 + 2 + (1 + p - p^2)\bar{y}) - m\bar{a}(1 + p - p^2) - n\bar{b} - p\bar{r}\bar{c}. \end{aligned} \quad (16)$$

由(14)(15)和(16)式得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= -\alpha(1-p)x^2 - (ap - c)\bar{y}^2 - q\bar{z}^2 - m\bar{a}^2 - n\bar{b}^2 - r\bar{c}^2 - k\bar{h}^2. \end{aligned}$$

由(8)(9)(11)和(16)式得到

$$\begin{aligned} \dot{\bar{z}} &= (\bar{h} - q)\bar{z} + (\bar{b} + b)\bar{h} + p(\bar{c} + c)\bar{h} + (1 + p - p^2)(\bar{a} + a)\bar{h} + \bar{x}\bar{y}. \end{aligned} \quad (17)$$

由(4)(8)(9)(10)(15)(16)和(17)式得到

系统 $(x, \bar{y}, \bar{z}, \bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{h})$:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a\bar{y} - \alpha(1-p)x, \\ \dot{\bar{y}} &= -x\bar{z} - \bar{a}(1 + p - p^2)x - \bar{b}x - p\bar{c}x - ax - (ap - c)\bar{y}, \\ \dot{\bar{z}} &= \bar{x}\bar{y} + (1 + p - p^2)(\bar{a} + a)\bar{h} + (\bar{h} - q)\bar{z} + (\bar{b} + b)\bar{h} + p(\bar{c} + c)\bar{h}, \\ \dot{\bar{a}} &= (1 + p - p^2)\bar{x}\bar{y} - m\bar{a}, \\ \dot{\bar{b}} &= \bar{x}\bar{y} - n\bar{b}, \\ \dot{\bar{c}} &= p\bar{x}\bar{y} - r\bar{c}, \\ \dot{\bar{h}} &= -\bar{z}^2 - \bar{z}((\bar{a} + a)(1 + p - p^2) + \bar{b} + b + p(\bar{c} + c)) - k\bar{h}. \end{aligned} \quad (18)$$

对于系统(18),由上面(3)(7)和(13)式可知,

存在 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned} V = V_3 &= 2^{-1}x^2 + 2^{-1}\bar{y}^2 + 2^{-1}\bar{z}^2 + 2^{-1}\bar{a}^2 + 2^{-1}\bar{b}^2 + 2^{-1}\bar{c}^2 + 2^{-1}\bar{h}^2. \end{aligned}$$

使得 $V \geq 0, \dot{V} < 0$ 成立,并且只有当 $x = \bar{y} = \bar{z} = \bar{a} = \bar{b} = \bar{c} = \bar{h} = 0$ 时, $V = 0$. 即系统(18)在其平衡点 $(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$ 处全局渐进稳定. 亦即,当 $t \rightarrow \infty$ 时, x

$$\rightarrow 0, \bar{y} \rightarrow 0, \bar{z} \rightarrow 0, \hat{a} \rightarrow a, \hat{b} \rightarrow b, \hat{c} \rightarrow c, \hat{h} \rightarrow h.$$

由(8)(9)式得到当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\alpha_2 \rightarrow a(1 + p - p^2) + b + pc$, 因为 $\bar{z} = z - \alpha_2$, 所以 \bar{z} 有界. 由(8), (9)和(16)式得出当 $t \rightarrow \infty$ 时, $u \rightarrow h(a(1 + p - p^2) + b + pc)$, 所以控制器 u 也是有界的.

至此,我们用简单的单一控制器 u ,可以控制新系统到有界点,并且识别系统全部未知参数.

5. 数值模拟

为了验证上述方法的有效性,应用 Matlab 软件采用四阶龙格-库塔法算法进行数值仿真. 选取时间 t 的步长为 0.001, 当参数分别 $a = 20, b = 14, c = 10.6, h = 2.8$ 时,未加控制的系统(1)处于混沌态. 选取初始分别为 $(x_0, y_0, z_0) = (20, 20, 20), (\hat{a}_0, \hat{b}_0, \hat{c}_0, \hat{h}_0) = (10, 10, 10, 10), (m, n, r, k) = (10, 10, 10, 100)$, 参数 $p = 0.6, q = 10$. 仿真结果如图 9—11.

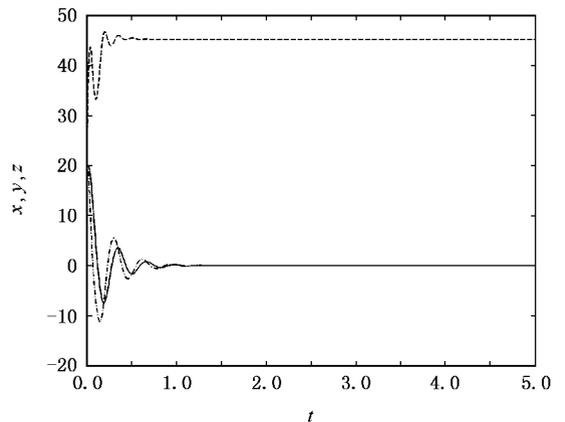


图 9 状态变量时序图 $x(-), y(-), z(-)$

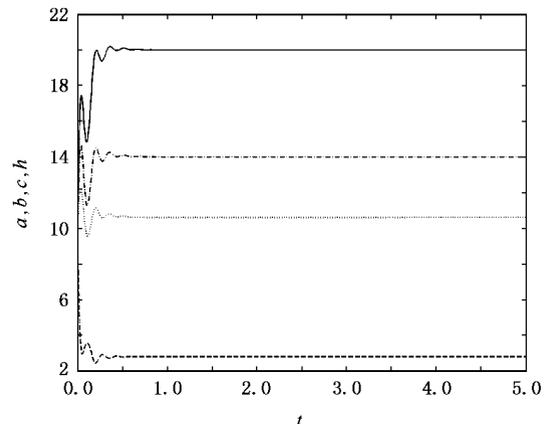


图 10 系统的未知参数识别图 $a(-), b(-), c(-), h(-)$

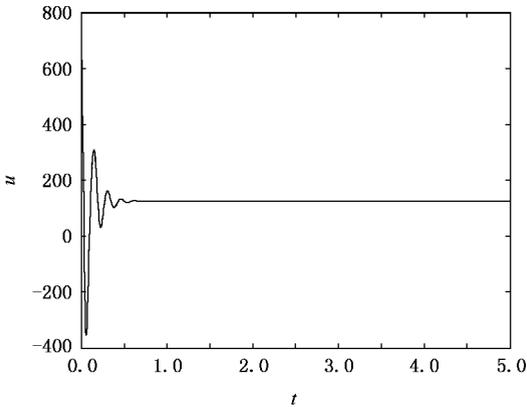
图 11 控制信号 u

图 9 显示系统的状态变量被控制到一个有界点,图 10 描述了本文设计的参数自适应率所取得的参数识别的显著效果;图 11 是控制信号 u ,从图中可以看出控制信号随着时间的变化很快收敛到有界点,这样不会造成资源的过多浪费。

6. 结 论

本文提出了一个新的非线性混沌系统,分析了其基本性质,平衡点及其稳定性, Lyapunov 指数和 Lyapunov 维数,时域波形图,频谱图等,理论上的动力学分析和数值仿真都验证了系统的混沌特性,电路仿真也证实了系统的混沌态.本文提出的混沌系统和混沌电路在信息加密中有重要的应用价值.基于 backstepping 方法构造 Lyapunov 函数实现新系统的自适应控制,只需要设计一个控制器,就可以识别系统的全部 4 个参数,同时将系统控制到一个有界点,给出了控制器及未知参数自适应律的解析式,通过选取合适的控制参数 m, n, r, k 值,可显著提高未知参数辨识的速度.数值仿真结果表明了该方法简单,易于操作,且控制效果好,收敛的速度快,在实际工程中有广泛的应用价值.

- [1] Lorenz E N 1963 *J. Atmos. Sci.* **20** 130
- [2] Chen G R, Ueta T 1999 *Int. J. Bifurc Chaos* **9** 1465
- [3] Lü J H, Chen G R 2002 *Int. J. Bifurc Chaos* **12** 659
- [4] Lü J H, Chen G R, Cheng D Z 2002 *Int. J. Bifurc Chaos* **12** 2917
- [5] Liu C X, Liu T, Liu L, Liu K 2004 *Chaos, Solitons and Fractals* **22** 1031
- [6] Liu L, Su Y C, Liu C X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3933 (in Chinese) 刘 凌, 苏燕辰, 刘崇新 2006 物理学报 **55** 3933]
- [7] Wang J Z, Chen Z Q, Yuan Z Z 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3596 (in Chinese) 王杰智, 陈增强, 袁著祉 2006 物理学报 **55** 3596]
- [8] Wang G Y, Qiu S S, Xu Z Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3295 (in Chinese) 王光义, 丘水生, 许志益 2006 物理学报 **55** 3295]
- [9] Wang G Y, Qiu S S, Li H W, Li C F, Zheng Y 2006 *Chin. Phys. Soc.* **15** 2872
- [10] Ott E, Grebogi C, Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [11] Guan Z H, Liao R Q, Zhou F, Wang H O 2002 *Int. J. Bifurc Chaos* **12** 1191
- [12] Liu D, Qian F C, Ren H P, Kong Z Q 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2074 (in Chinese) 刘 丁, 钱富才, 任海鹏, 孔志强 2004 物理学报 **53** 2074]
- [13] Cai G L, Huang J J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3997 (in Chinese) [蔡国梁, 黄娟娟 2006 物理学报 **55** 3997]
- [14] Song Y Z, Zhao G Z, Qi D L 2006 *Chin. Phys. Soc.* **15** 2266
- [15] Li R H, Xu W, Li S 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 598 (in Chinese) [李瑞红, 徐 伟, 李 爽 2006 物理学报 **55** 598]
- [16] Chen Z S, Sun K H, Zhang T S 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2580 (in Chinese) 陈志盛, 孙克辉, 张泰山 2005 物理学报 **54** 2580]
- [17] Yu Y G, Zhang S C 2002 *Chin. Phys. Soc.* **11** 1249
- [18] Cai G L, Huang J J, Tian L X, Wang Q C 2006 *Int. J. Nonlinear Sci.* **2** 50
- [19] Wolf A, Swift J B, Swinney H L, Vastano J A 1985 *Physica D* **16** 285



Dynamical analysis of a new chaotic system and its chaotic control^{*}

Cai Guo-Liang[†] Tan Zhen-Mei Zhou Wei-Huai Tu Wen-Tao

(Faculty of Science , Jiangsu University , Zhenjiang 212013 , China)

(Received 12 November 2006 ; revised manuscript received 19 April 2007)

Abstract

In this paper a new chaotic system is presented. Some of its basic dynamical properties are studied. An electronic circuit is designed to realize the new chaotic system. Experimental chaotic behavior of the system is found to be identical to the dynamical properties predicted by theoretical analysis and numerical simulations. Based on Lyapunov stability theory, the new chaotic system is controlled by the method of adaptive backstepping. Numerical simulation shows the feasibility and effectiveness of this approach.

Keywords : new chaotic system , dynamical properties , circuit realization , chaotic control

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 70571030 , 90610031) and the Foundation Advanced Talents ' of Jiangsu University (Grant No.07JDG054).

[†] E-mail : glcai@ujs.edu.cn