

两个四维混沌系统广义投影同步*

闵富红^{1,2)†} 王执铨¹⁾

1) 南京理工大学自动化系, 南京 210094)

2) 南京师范大学电气与自动化工程学院, 南京 210042)

(2006 年 11 月 23 日收到, 2007 年 3 月 5 日收到修改稿)

利用主动控制同步法设计合适的非线性反馈控制器, 实现两个相同的四维混沌系统的同结构广义投影同步, 以及实现两个不同的新型四维混沌系统异结构广义投影同步. 通过改变广义投影同步的比例因子, 获得任意比例于原驱动混沌系统输出的混沌信号. 数值仿真表明了所设计的控制器有效性和理论推导的正确性.

关键词: 广义投影同步, 四维混沌系统, 主动控制同步, 比例因子

PACC: 0545

1. 引言

由于混沌同步在保密通讯、信号处理和生命科学等方面有着十分广泛的应用前景, 因而, 混沌同步近年来一直受到各个学科领域研究人员的重视, 并且取得了大量的研究成果. 针对混沌系统的同步现象研究可以分为以下几个方面: 混沌系统完全同步、混沌系统相同步、混沌系统耦合同步、混沌系统滞后同步、混沌系统广义同步、混沌系统投影同步^[1-11]等. 最近, 出现一种新的混沌系统广义投影同步方法, 该方法将投影同步和广义同步联系起来^[12-14]. 通过不断地改变广义投影同步的比例因子, 获得任意比例于原驱动混沌系统混沌输出的混沌信号, 同步后两个混沌系统的拓扑结构一致. 如果广义投影同步的比例因子 $\alpha > 0$ 时, 驱动系统与响应系统出现同相位的广义投影同步; 如果比例因子 $\alpha < 0$ 时, 驱动系统与响应系统出现反相位的广义投影同步. 当比例因子 $\alpha = 1$, 是混沌系统的完全同步; $\alpha = -1$, 是两个混沌系统的关于原点对称的反相位同步, 都是广义投影同步的特例. 该广义投影同步通过改变比例因子, 获得任意比例于原驱动混沌系统的输出信号. 这种性质在进行数字信号保密通信中, 可以实现快速通信, 具有很好的应用前景.

在文献 [12] 中, 利用了单向线性耦合方法实现

两个相同的统一混沌系统广义投影同步, 文献 [13, 14] 分别利用主动控制方法和驱动响应方法实现了 Lorenz 和 Chen 等混沌系统的广义投影同步. 文献 [15] 利用主动控制方法实现了 Lorenz, Chen 和 Lü 混沌系统的反相位同步, 其是广义投影同步的特殊情况. 可见, 广义投影同步的研究刚起步, 尤其对一些具有复杂的动力学的超混沌系统的同结构或异结构的广义投影同步研究鲜见报道, 因而, 研究四维或高维的混沌系统的同步具有更重要的意义.

本文考虑用主动控制方法设计合适非线性反馈控制器, 实现由 Qi 等^[16, 17]提出的方程中含有三次非线性交叉乘积项的四维混沌系统的同结构广义投影同步, 以及实现该四维混沌系统与由 Wang 等^[18]提出的含有四个非线性项的四维超混沌系统的异结构广义投影同步. 数值仿真, 进一步验证了所设计控制器的有效性.

2. 问题的描述与系统模型

考虑如下的非线性混沌系统

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x), \\ \dot{y} &= g(y) + u(x, y), \end{aligned} \quad (1)$$

式中 $x, y \in R^n$, f, g 为 $R^n \rightarrow R^n$ 的可微函数, $u(0, 0) = 0$, u 是控制输入. 系统 (1) 中的第一式为驱动系统, 第二式为响应系统. 如果存在一个对角矩阵 $\tilde{\alpha} =$

* 国家自然科学基金(批准号: 60174005), 江苏省自然科学基金(批准号: BK2001054)资助的课题.

† E-mail: minfuhong@njnu.edu.cn

$\text{diag}\{\alpha, \dots, \alpha\} (\bar{\alpha} \in R^{n \times n}, \alpha \neq 0)$, 令 $e = x - \bar{\alpha}y$, 使得从不同的初值 x_0, y_0 出发的系统满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e\| = \lim_{t \rightarrow \infty} \|x - \bar{\alpha}y\| = 0$, 那么称系统(1)获得广义投影同步, 常数 α 称为比例因子. 其中 $\alpha = 1$ 为混沌系统完全同步, $\alpha = -1$ 为混沌系统反相位同步, 都是混沌广义投影同步的特殊情况.

Qi 等^[16]构造的一个四维自治混沌系统, 它的每个方程中含有三次非线性交叉乘积项. 该系统随着参数的改变产生复杂的动力学行为, 其数学模型为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a(x_2 - x_1) + x_2 x_3 x_4, \\ \dot{x}_2 &= b(x_1 + x_2) - x_1 x_3 x_4, \\ \dot{x}_3 &= -cx_3 + x_1 x_2 x_4, \\ \dot{x}_4 &= -dx_4 + x_1 x_2 x_3, \end{aligned} \quad (2)$$

当参数 $a = 35, b = 10, c = 1, d = 10$ 时, Lyapunov 指数是 $\lambda_1 = 3.3152, \lambda_2 = 0.0042, \lambda_3 = -4.1591, \lambda_4 = -35.1674$. 此时是混沌系统. 其吸引子参见文献 [16, 17].

最近, Wang 等^[18]通过给一个三维自治混沌系统增加控制器, 构造了一个新型的四维超混沌系统, 其动力学系统方程为

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= k(y_2 - y_1) + y_2 y_3, \\ \dot{y}_2 &= 25y_1 - y_1 y_3 - y_2 - y_4, \\ \dot{y}_3 &= y_1 y_2 - 8/3 y_3, \\ \dot{y}_4 &= h y_1 + 0.5 y_2 y_3 + y_4, \end{aligned} \quad (3)$$

当参数 $k = 35, h = 13$ 时, Lyapunov 指数是 $\lambda_1 = 0.4509, \lambda_2 = 0.1443, \lambda_3 = 0, \lambda_4 = -38.2593$, 该系统是超混沌的, 其吸引子参见文献 [18].

3. 同结构混沌系统的广义投影同步

通过主动控制方法构造非线性反馈控制器分别实现以上四维混沌系统的同结构同步.

以系统(2)为驱动系统, 其同结构的受控响应系统为

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= a(z_2 - z_1) + z_2 z_3 z_4 + u_1, \\ \dot{z}_2 &= b(z_1 + z_2) - z_1 z_3 z_4 + u_2, \\ \dot{z}_3 &= -cz_3 + z_1 z_2 z_4 + u_3, \\ \dot{z}_4 &= -dz_4 + z_1 z_2 z_3 + u_4, \end{aligned} \quad (4)$$

式中, u_1, u_2, u_3, u_4 是要设计的同步控制器. 定义误差信号如下 $e_1 = x_1 - \alpha z_1, e_2 = x_2 - \alpha z_2, e_3 = x_3 - \alpha z_3, e_4 = x_4 - \alpha z_4$, 常数 α 为比例因子. 由方程(2)减

去方程(4), 可得同步误差系统为

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= a(e_2 - e_1) + x_2 x_3 x_4 - \alpha z_2 z_3 z_4 - \alpha u_1, \\ \dot{e}_2 &= b e_2 + b e_1 - x_1 x_3 x_4 + \alpha z_1 z_3 z_4 - \alpha u_2, \\ \dot{e}_3 &= -c e_3 + x_1 x_2 x_4 - \alpha z_1 z_2 z_4 - \alpha u_3, \\ \dot{e}_4 &= -d e_4 + x_1 x_2 x_3 - \alpha z_1 z_2 z_3 - \alpha u_4. \end{aligned} \quad (5)$$

根据主动控制的思想, 选择控制函数如下:

$$\begin{aligned} \alpha u_1 &= -v_1 + x_2 x_3 x_4 - \alpha z_2 z_3 z_4, \\ \alpha u_2 &= -v_1 - x_1 x_3 x_4 + \alpha z_1 z_3 z_4, \\ \alpha u_3 &= -v_3 + x_1 x_2 x_4 - \alpha z_1 z_2 z_4, \\ \alpha u_4 &= -v_4 + x_1 x_2 x_3 - \alpha z_1 z_2 z_3, \end{aligned} \quad (6)$$

由此, 误差系统(5)成为如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= a(e_2 - e_1) + v_1, \\ \dot{e}_2 &= b e_2 + b e_1 + v_2, \\ \dot{e}_3 &= -c e_3 + v_3, \\ \dot{e}_4 &= -d e_4 + v_4, \end{aligned} \quad (7)$$

这里 v_1, v_2, v_3, v_4 是关于误差变量 e_1, e_2, e_3, e_4 函数的控制输入信号, 使得误差系统(7)被控制成一个线性系统. 只要选择合适的控制输入 v_1, v_2, v_3, v_4 , 使得误差系统(7)的所有特征根都有负实部. 不妨取

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} &= A \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -a & 0 & 0 \\ -b & -b-1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (8)$$

此时, 误差系统(7)的特征根为 $-a, -1, -c, -d$, 由微分方程的稳定性理论, 当时间趋于无穷时, 误差 e_1, e_2, e_3, e_4 均收敛于零, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e_i\| = 0$, 那么称两个相同的四维混沌系统获得了任意比例的同结构广义投影同步. 但是, 误差系统(7)的特征值大小与误差趋近于零的速度有关系, 根据系统的稳定性理论, 负的特征值越小, 其响应速度越快.

下面使用四阶龙格库塔法进行数值仿真, 选取参数 $a = 35, b = 10, c = 1, d = 10$, 仿真步长为 0.01. 需要说明的是, 由于该四维混沌初始值取得不同, 会导致不同的两种对称双翼吸引子. 因而, 先设驱动系统与响应系统的初始值为 $(2, 2.5, 4, 3.5)$ 和 $(1, 1, -3, -3)$. 设投影同步的比例因子分别为 $\alpha = 3$ 和 α

$= -3$. 图 1(a)和(b)分别展示了 $\alpha = 3$ 和 $\alpha = -3$ 时, 误差信号 e_1, e_2, e_3, e_4 随着时间的变化, 快速趋于零的情况, 说明了两个相同四维混沌系统按照比例因子的渐近达到广义投影同步. 图 1(c)和(d)展示了混沌吸引子在平面上的投影同步. 两个图中, ①号混沌吸引子是驱动系统, ②号混沌吸引子是 $\alpha = 3$ 投影同步的同相位的响应系统, ③号是 $\alpha = -3$ 时的反相位投影同步的响应吸引子. 接着, 再设驱动系统与响应系统的初始值为 $(1, 1, -3, -3)$ 和 $(2, 2.5, 4, 3.5)$. 投影同步的比例因子取 $\alpha = 0.4$ 和 $\alpha = -0.4$. 图 2(a)和(b)分别显示了两种不同比例因子时的误差信号 e_1, e_2, e_3, e_4 随着时间的变化快速趋于零. 图 2(c)和(d)显示了混沌吸引子在平面上的投影同步. 两个图中, ②号混沌吸引子是驱动系统,

③号混沌吸引子是 $\alpha = 0.4$ 投影同步的同相位的响应系统, ①号是 $\alpha = -0.4$ 时的反相位投影同步的响应系统混沌吸引子. 最后, 对比例因子 $\alpha = -1$ 这种完全反相位同步进行仿真, 如图 3 所示. 此时, 驱动系统与受控的响应系统展示了关于原点完全对称的双翼吸引子. 值得说明的是, 文献 [14] 中, 认为系统 (2) 同时存在对称的双翼吸引子, 这样说法欠妥, 只可能两个四维混沌系统完全反相位同步, 才能同时出现两个对称的双翼吸引子.

通过上面的仿真, 发现由于该四维混沌系统的对称平衡点, 导致驱动系统的初始值取得不同, 其吸引子会出现两种在向量空间中完全对称的双翼吸引子, 因而投影同步时响应系统的混沌吸引子会随之而变化.

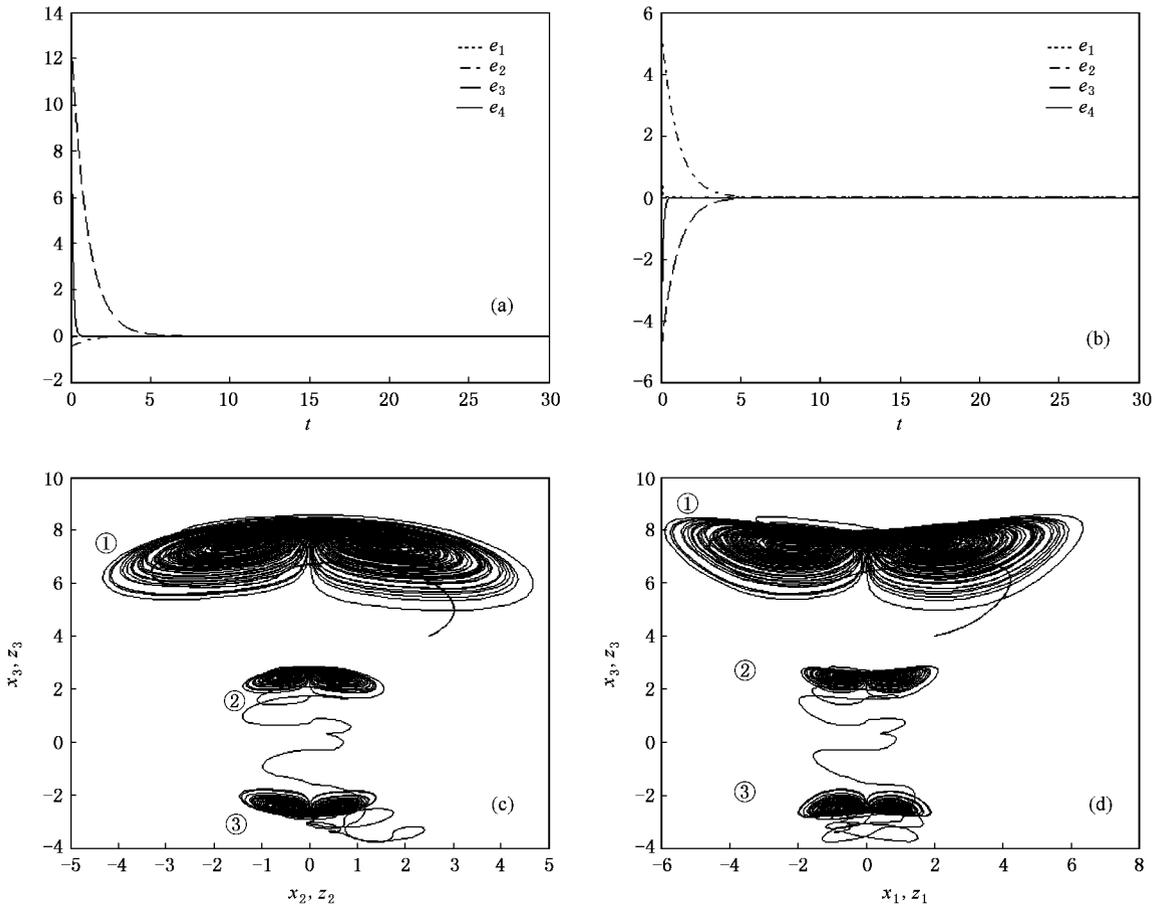


图 1 初始值为 $(2, 2.5, 4, 3.5)$ 和 $(1, 1, -3, -3)$ 时, 比例因子为 $\alpha = 3$ 和 $\alpha = -3$, 两个相同的四维混沌系统投影同步仿真结果 (a) 比例因子 $\alpha = 3$ 时的同步误差曲线 e_1, e_2, e_3, e_4 (b) 比例因子 $\alpha = -3$ 时的同步误差曲线 e_1, e_2, e_3, e_4 (c) 在 x_2-x_3 平面上的同相位与反相位广义投影同步 (d) 在 x_1-x_3 平面上同相位与反相位广义投影同步

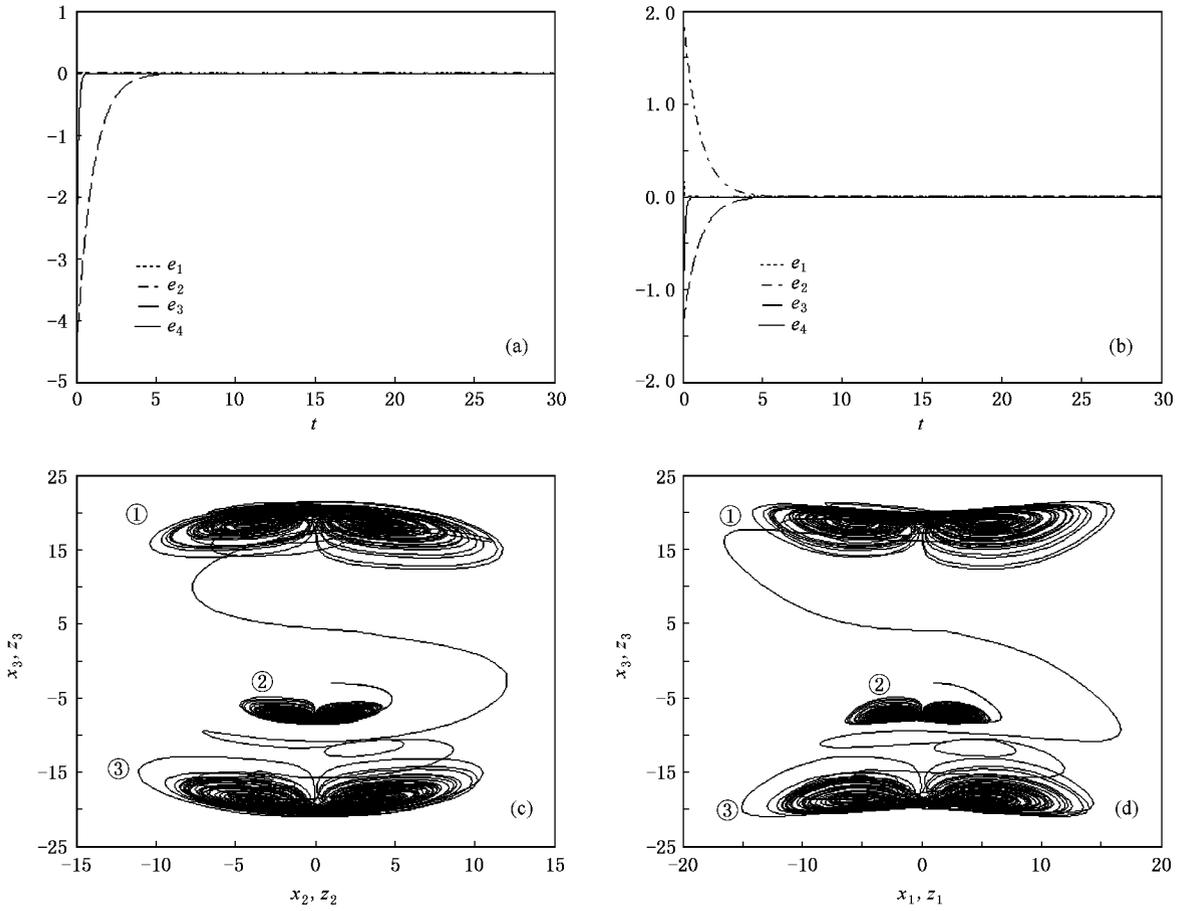


图2 初始值为(1,1,-3,-3,2.5,4,3.5)时,比例因子为 $\alpha = 0.4$ 和 $\alpha = -0.4$ 两个相同的四维混沌系统投影同步仿真结果 (a)比例因子 $\alpha = 0.4$ 时的同步误差曲线 e_1, e_2, e_3, e_4 (b)比例因子 $\alpha = -0.4$ 时的同步误差曲线 e_1, e_2, e_3, e_4 (c)在 x_2-z_3 平面上同相位与反相位广义投影同步 (d)在 x_1-z_3 平面上的同相位与反相位广义投影同步

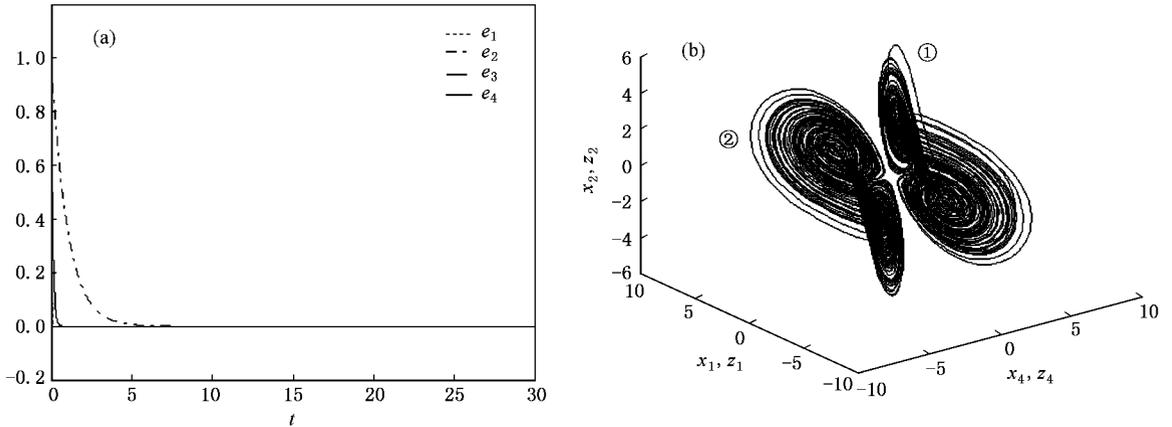


图3 初始值为(-1,-1,-5,-1,2,5,2)比例因子为 $\alpha = -1$ 两个相同的四维混沌系统的完全反相位同步 (a)比例因子 $\alpha = -1$ 时的同步误差曲线 e_1, e_2, e_3, e_4 (b)在三维空间上的完全反相位投影同步的一对混沌吸引子(①表示驱动系统,②表示响应系统)

4. 异结构混沌系统的广义投影同步

在混沌系统的同步用于安全通信中,驱动系统与响应系统的结构有可能不同,因而考虑异结构的同步更具有实际意义.对于异结构的完全同步已有不少报道^[19,20],而异结构的广义投影同步却未见报道.这里根据主动控制的思想,设计合适的非线性控制器,实现超混沌系统(3)与复杂的四维混沌系统(2)异结构投影同步,使得它们在相位完全相同或完全相反,在幅值上按照比例因子的关系进行放大或缩小.

以系统(3)为驱动系统,以系统(4)为其异结构的受控的响应系统.同样, u_1, u_2, u_3 是要设计的同步控制器.定义误差信号如下: $e_1 = y_1 - \alpha z_1, e_2 = y_2 - \alpha z_2, e_3 = y_3 - \alpha z_3, e_4 = y_4 - \alpha z_4$,常数 α 为比例因子.根据方程(3)和方程(4),得到同步误差系统为

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \alpha(e_2 - e_1) + (k - a)(y_2 - y_1) + y_2 y_3 \\ &\quad - \alpha z_2 z_3 z_4 - \alpha u_1, \\ \dot{e}_2 &= b e_2 + b e_1 + (25 - b)y_1 - (1 + b)y_2 \\ &\quad - y_4 - y_1 y_3 + \alpha z_1 z_3 z_4 - \alpha u_2, \\ \dot{e}_3 &= c e_3 - (8/3 - c)y_3 + y_1 y_2 \\ &\quad - \alpha z_1 z_2 z_4 - \alpha u_3, \\ \dot{e}_4 &= -d e_4 + (d + 1)y_4 + h y_1 + 0.5 y_2 y_3 \\ &\quad - \alpha z_1 z_2 z_3 - \alpha u_4. \end{aligned} \quad (9)$$

我们的目标是寻找合适的控制器 $u_i(t)$,使得混沌系统(3)和(4)达到全局渐近异结构广义投影同步,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e\| = 0$,其中 $e = e_1, e_2, e_3, e_4$.根据主动控制的思想,选择控制函数如下:

$$\begin{aligned} \alpha u_1 &= -v_1 + (k - a)(y_2 - y_1) + y_2 y_3 \\ &\quad - \alpha z_2 z_3 z_4, \\ \alpha u_2 &= -v_2 + (25 - b)y_1 - (1 + b)y_2 \\ &\quad - y_4 - y_1 y_3 + \alpha z_1 z_3 z_4, \\ \alpha u_3 &= -v_3 - (8/3 - c)y_3 + y_1 y_2 \\ &\quad - \alpha z_1 z_2 z_4, \\ \alpha u_4 &= -v_4 + (d + 1)y_4 + h y_1 \\ &\quad + 0.5 y_2 y_3 - \alpha z_1 z_2 z_3. \end{aligned} \quad (10)$$

误差系统(10)成为如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \alpha(e_2 - e_1) + v_1, \\ \dot{e}_2 &= b e_2 + b e_1 + v_2, \\ \dot{e}_3 &= -c e_3 + v_3, \end{aligned}$$

$$\dot{e}_4 = -d e_4 + v_4, \quad (11)$$

其中 v_1, v_2, v_3, v_4 是关于误差变量 e_1, e_2, e_3, e_4 函数的控制输入信号,使得误差系统(11)被控制成一

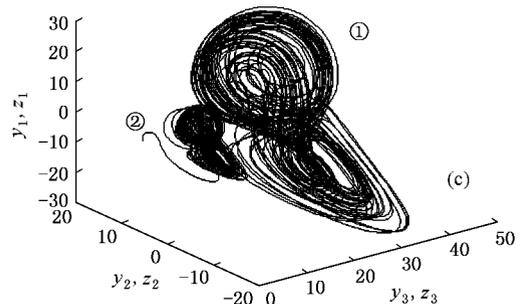
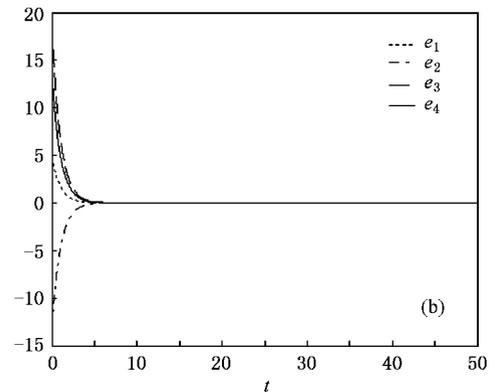
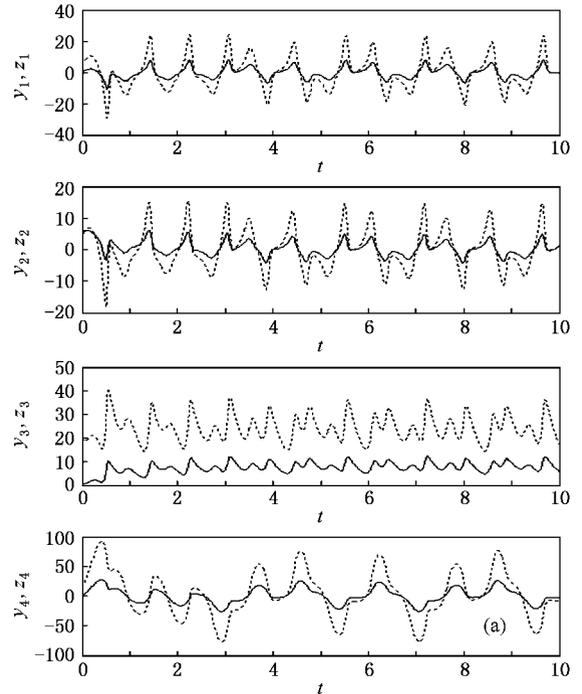
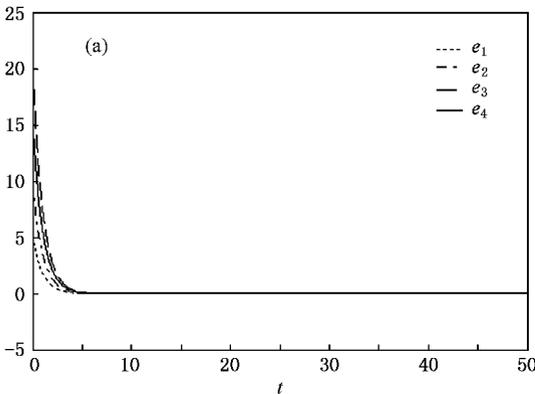


图4 比例因子为 $\alpha = 3$ 的广义投影同步的仿真结果 (a)驱动系统与响应系统对应状态输出变化(虚线表示驱动系统,实线表示响应系统)(b)误差信号 e_1, e_2, e_3, e_4 的曲线变化(c)广义投影同步的两个同相混沌吸引子(①表示驱动系统,②表示响应系统)

个线性系统. 只要选择合适的控制输入 v_1, v_2, v_3, v_4 , 使得误差系统(7)的所有特征根都有负实部. 当然, 对于误差系统(11)的特征值选择有多种, 只要特征值具有负实部, 误差系统最终都是收敛的. 但是特征值大小对于两个混沌系统同步的速度有微小的影响. 不妨取

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-1 & -a & 0 & 0 \\ -b & -b-1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c-1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d-1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

则误差系统(11)的特征根为 $-1, -1, -1, -1$. 由微分方程的稳定性理论, 当时间趋于无穷时, 误差 e_1, e_2, e_3, e_4 均收敛于零, 那么称两个异结构的四维混沌系统获得任意比例的广义投影同步.



使用四阶龙格库塔法进行数值仿真, 选取参数 $a = 35, b = 10, c = 1, d = 10, h = 35, h = 13$, 仿真步长为 0.01. 设驱动系统与响应系统的初始值为 $(5, 5, 20, 15, 0.1, 6, 0.5, 0.5)$. 图 4 是广义投影同步比例因子为 $\alpha = 3$ 的仿真结果, 图 4(a) 驱动系统与响应系统对应状态输出的变化示意图 (b) 表示误差信号 e_1, e_2, e_3, e_4 的曲线 (c) 为混沌系统(3)和(4)广义投影同步的混沌吸引子. 图 5 投影同步的比例因子为 $\alpha = -0.8$ 的仿真结果. 此时, 广义投影同步的混沌吸引子, 两个吸引子所有状态相位相反, 振幅之比趋于常数. 可见, 通过主动控制法设计的非线性反馈控制器, 能够快速实现两个不相同的四维混沌系统广义投影同步, 调整比例因子, 可以使两个吸引子的相位完全相同或者完全相反, 使它们的振幅按照比例因子的大小进行投影.

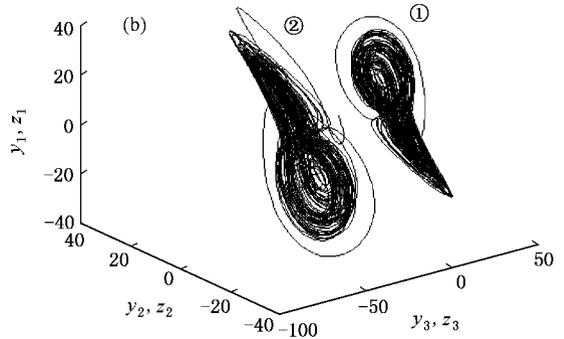


图 5 比例因子为 $\alpha = -0.8$ 的广义投影同步的仿真结果 (a) 误差信号 e_1, e_2, e_3, e_4 的曲线变化 (b) 广义投影同步的两个反相位混沌吸引子 (①表示驱动系统, ②表示响应系统)

5. 结 论

本文考虑用主动控制法的思想设计了合适非线性反馈控制器, 成功实现了由 Qi 等提出的方程中含有三次非线性交叉乘积项的两个四维混沌系统的同结构广义投影同步, 以及实现了该四维混沌系统与另一个由 Wang 等人提出的新型四维超混沌系统异结构的广义投影同步. 通过改变广义投影同步的比

例因子, 获得了任意比例于原驱动系统的输出混沌信号. 当比例因子 $|\alpha| > 1$ 时, 响应系统的振幅与驱动系统的振幅相比缩小了; 当比例因子 $|\alpha| < 1$ 时, 响应系统的振幅与驱动系统的振幅相比放大了. 数值仿真, 进一步验证了所设计控制器的有效性, 从仿真图中可以非常直观地看出投影的结果. 总之, 通过改变比例因子 α , 可以实现驱动系统与响应系统的广义投影同步, 这种性质在利用混沌系统进行数字通信保密方面有广泛的应用前景.

- [1] Pecora L M , Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
- [2] Min F H , Wang Z Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4026 (in Chinese)
[闵富红、王执铨 2005 物理学报 **54** 4026]
- [3] Shan L , Li J , Wang Z Q 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3950 (in Chinese) [单 梁、李 军、王执铨 2006 物理学报 **55** 3950]
- [4] Liu Y Z , Jiang C S , Lin C S 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 0707 (in Chinese) [刘扬正、姜长圣、林长圣 2007 物理学报 **56** 0707]
- [5] Zou Y L , Zhu J 2006 *Chin. Phys.* **15** 1965
- [6] Zhang J , Xu H B , Wang H J 2006 *Chin. Phys.* **15** 953
- [7] Liu J , Chen S H , Lu J A 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1595 (in Chinese) [刘 杰、陈士华、陆君安 2003 物理学报 **52** 1595]
- [8] Zheng Z G , Hu G , Zhou C S , Hu B B 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 2320 (in Chinese) [郑士刚、胡 岗、周昌松、胡斑比 2000 物理学报 **49** 2320]
- [9] Mainieri R , Rehacek J 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 3042
- [10] Lü L , Luan L , Guo Z A 2007 *Chin. Phys.* **16** 0346
- [11] Li Z G , Xu D L 2001 *Phys. Lett. A* **282** 175
- [12] Yan J P , Li C P 2005 *Chaos. Solitons Fract.* **26** 1119
- [13] Li C P , Yan J P 2006 *Chaos. Solitons Fract.* **30** 140
- [14] Li G H 2006 *Chaos Solitons Fract.* **30** 77
- [15] Li G H , Zhou S P 2007 *Chaos Solitons Fract.* **32** 516
- [16] Qi G , Du S , Chen G , Chen Z , Yuan Z 2005 *Chaos Solitons Fract.* **23** 1671
- [17] Zhang Y H , Qi G Y , Liu W L , Yan Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3307 (in Chinese) [张宇辉、齐国元、刘文良、阎 彦 2006 物理学报 **55** 3307]
- [18] Wang J Z , Chen Z Q , Yuan Z Z 2006 *Chin. Phys.* **15** 1216
- [19] Li S , Xu W , Li R H , Li Y P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5681 (in Chinese) [李 爽、徐 伟、李瑞红、李玉鹏 2006 物理学报 **55** 5681]
- [20] Cai G L , Huang J J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3997 (in Chinese) [蔡国梁、黄娟娟 2006 物理学报 **55** 3997]

Generalized projective synchronization of two four-dimensional chaotic systems^{*}

Min Fu-Hong^{1,2)†} Wang Zhi-Quan¹⁾

¹ *School of Automation , Nanjing University of Science & Technology , Nanjing 210094 , China)*

² *School of Electronic Engineering and Automation , Nanjing Normal University , Nanjing 210042 ,China)*

(Received 23 November 2006 ; revised manuscript received 5 March 2007)

Abstract

In this paper , the generalized projective synchronization has been observed in the coupled four-dimensional chaotic systems . The different nonlinear feedback controllers are designed by an active control method for synchronization of two chaotic systems with the same or different structures . The proposed technique allows us to arbitrarily direct the scaling factor to a desired value . Numerical simulation is provided to show the effectiveness of the theoretical analysis .

Keywords : generalized projective synchronization , four-dimensional chaotic system , active control method , scaling factor

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60174005) and the Natural Science Foundation of Jiangsu Province , China (Grant No. BK2001054)

[†] E-mail : minfuhong@njnu.edu.cn