

# 一阶时滞混沌的参数辨识<sup>\*</sup>

彭海朋<sup>1)†</sup> 李丽香<sup>1)</sup> 杨义先<sup>1)</sup> 张小红<sup>1)‡</sup> 高 洋<sup>1)</sup>

1) 北京邮电大学网络与交换技术国家重点实验室信息安全中心, 北京 100876)

2) 江西理工大学信息工程学院 赣州 341000)

(2006 年 12 月 11 日收到, 2007 年 1 月 28 日收到修改稿)

估计混沌系统的未知参数是混沌控制与同步中必须解决的关键问题. 针对两种不同类型的时滞混沌系统中的未知参数的辨识问题, 将系统的未知参数看作系统的未知状态, 利用非线性状态观测器理论进行参数估计, 通过选取观测器中非线性增益函数, 使得闭环误差系统指数或渐进稳定, 从而给出参数估计器存在的充分条件. 以典型的时滞 Logistic 系统为例进行了数值模拟, 数值仿真结果表明, 使用该方法可以对时滞混沌系统的未知参数进行有效地估计.

关键词: 时滞混沌系统, 参数辨识, 非线性增益函数

PACC: 0545

## 1. 引 言

自从 Mackey 和 Glass<sup>[1]</sup>发现时滞系统中的混沌现象以来, 时滞混沌系统引起了人们浓厚的兴趣<sup>[2-5]</sup>. 由于时滞系统具有无穷维状态空间, 可以产生超混沌吸引子(例如简单的一阶时滞系统<sup>[2]</sup>), 因而研究时滞混沌系统的控制和同步具有重要的理论和实际应用价值.

在实际系统中, 由于不可测性、负载摩擦以及非零均值噪声等因素的影响, 系统常常存在一些未知参数或偏移, 然而现有的多数控制和同步方法均是在系统参数已知的情况下给出的, 在参数未知的情况下这些方法大多不再适用, 这时, 要实现对时滞混沌系统的控制或同步, 首先就必须估计出系统的未知参数, 因而辨识时滞混沌系统中的未知参数或偏移对于实现时滞混沌系统的控制和同步尤为重要.

近年来, 对非时滞混沌系统中的参数估计的研究方法层出不穷. 比如神经网络方法<sup>[6,7]</sup>、卡尔曼滤波方法<sup>[8]</sup>以及自同步方法<sup>[9-11]</sup>等等, 但利用神经网络进行参数辨识时, 存在着辨识系统复杂庞大、辨识速度慢等缺点. 利用卡尔曼滤波器进行参数估计时, 辨识的参数结果并不收敛于真值, 而是在真值的邻

域内波动, 辨识结果只能给出被估计参数的大致范围而非真值, 这种结果对于混沌系统而言是很不理想的. 文献[9]利用自同步方法研究了 Lorenz 系统的参数辨识问题, 文献[10]利用同步方法研究了 Rossler 超混沌系统的参数辨识问题. 文献[11]发现文献[9,10]在辨识方法中存在的问题并给出了评论, 评论中指出当被辨识系统处于混沌态时文献[9,10]中的辨识方案可行, 当被辨识系统处于稳态时文献[9,10]中的辨识方案不可行. 与此同时, 利用智能优化算法进行混沌系统参数辨识也得到进一步的发展<sup>[12-14]</sup>.

文献[15]基于状态观测器原理给出了一个新的参数估计方法, 文献[16]将其成功的应用到混沌控制理论, 但前者只给出了 Lorenz 系统的参数估计方法. 本文通过对两类时滞混沌系统的研究, 给出了一阶时滞系统的参数估计的方案, 得到了参数估计器存在的充分条件. 最后为了说明本文方法的有效性, 给出了数值仿真并研究了该方法的抗噪性能.

## 2. 参数辨识方法

考虑如下—阶时滞混沌系统:

$$\dot{x}(t) = af_1(x(t)) + f_2(x(t), x(t-\tau)), \quad (1)$$

<sup>\*</sup> 教育部科学技术研究重点项目(批准号: 205033), 国家重点基础研究发展规划 973 项目(批准号: 2007CB311203), 国家自然科学基金(批准号: 60372094, 60673098)和北京市自然科学基金(批准号: 4062025)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: penghaipeng2003@yahoo.com.cn

其中  $a$  为未知参数,  $\tau$  为时滞,  $f_1$  为  $x$  的连续函数,  $f_2$  为时滞非线性函数. 系统(1)代表了一大类时滞混沌系统, 如时滞 Logistic 系统、时滞 M-G 系统、时滞 T-G 系统等等.

在实际应用中需要得到参数  $a$  的值, 然而在很多情况下, 参数的动态信息很难得知. 本文假定

$$\dot{a} = 0.$$

对于未知的参数  $a$ , 把它作为状态变量, 可得到一增广的系统状态变量  $x^T, a^T$ . 更进一步的, 假设(1)式中的所有状态均可得到, 我们只需估计未知的参数, 有如下结论.

**定理 1** 对于系统(1), 若存在函数  $p(x(t))$ , 使如下误差系统:

$$\dot{e}(t) = -\frac{dp(x(t))}{dx(t)}f_1(x(t))e(t) \quad (2)$$

渐进或指数稳定. 那么必存在非线性估计器

$$\begin{aligned} \dot{\delta}(t) = & -l(x(t))f_1(x(t))\delta \\ & -l(x(t))(f_1(x(t))p(x(t)) \\ & + f_2(x(t), x(t-\tau))), \end{aligned} \quad (3)$$

使当  $t \rightarrow \infty$  时,  $\hat{a}$  渐进或指数收敛于  $a$ . 其中  $\delta$  是估计器的状态,  $\hat{a}$  是被估计的参数状态,  $l(x(t)) = \frac{dp(x(t))}{dx(t)}$ ,  $e = a - \hat{a}$ ,  $\delta = \hat{a} - p(x(t))$ .

**证明** 若(2)式成立, 则

$$\dot{e}(t) = \dot{a} - \dot{\hat{a}} = -\frac{dp(x(t))}{dx(t)}f_1(x(t))(a - \hat{a}),$$

那么

$$\dot{\hat{a}} = \frac{dp(x(t))}{dx(t)}f_1(x(t))(a - \hat{a}).$$

由(1)式得到

$$\dot{x}(t) = f_1(x(t)) + f_2(x(t), x(t-\tau)),$$

那么

$$\begin{aligned} \dot{\hat{a}} = & (\dot{x}(t) - f_2(x(t), x(t-\tau)))\frac{dp(x(t))}{dx(t)} \\ & - \hat{a}f_1(x(t))\frac{dp(x(t))}{dx(t)}. \end{aligned}$$

令  $\delta = \hat{a} - p(x(t))$ , 那么

$$\begin{aligned} \dot{\delta} = & \dot{\hat{a}} - \frac{dp(x(t))}{dx(t)}\dot{x}(t) \\ = & -(\delta + p(x(t)))(l(x(t))f_1(x(t)) \\ & - l(x(t))f_2(x(t), x(t-\tau))), \end{aligned}$$

其中  $l(x(t)) = \frac{dp(x(t))}{dx(t)}$ . 即

$$\begin{aligned} \dot{\delta} = & -l(x(t))f_1(x(t))\delta \\ & - l(x(t))(f_1(x(t))p(x(t)) \\ & - f_2(x(t), x(t-\tau))), \end{aligned}$$

$$+ f_2(x(t), x(t-\tau))),$$

因此若存在函数  $p(x(t))$  使(2)式对所有的  $x$  都渐进稳定, 那么必存在一个非线性估计器(3), 使  $t \rightarrow \infty$  时,  $\hat{a}$  渐进或指数收敛于  $a$ . 证毕.

对于  $p(x(t))$ , 一个简单的选择是  $\frac{d(p(x(t)))}{dx(t)} = q(f_1(x(t)))^{-1}$ , 使  $\dot{e}(t) = -qe(t)$  以指数  $q$  收敛.

**注 1** 当系统(1)中的函数  $f_1$  等于 1 时, 此时  $a$  为系统的偏移, 辨识偏移  $a$  时只需将  $p(x(t))$  等于  $qx$  即可.

**注 2** 对于系统(1), 通常情况下  $\dot{x}(t)$  是很难被测量的, 显然定理 1 中避免了应用  $\dot{x}(t)$ . 如果可以精确测得  $\dot{x}(t)$ , 则可以应用如下更简单的估计器:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{a}} = & -l(x(t))f_1(x(t))\hat{a}(t) \\ & + l(x(t))(\dot{x}(t) - f_2(x(t), x(t-\tau))) \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $l(x(t))$  是被设计的增益函数, 它使

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & \dot{a} - \dot{\hat{a}} = l(x(t))f_1(x(t))(\hat{a} - a) \\ = & -l(x(t))f_1(x(t))e(t) \end{aligned}$$

渐进或指数稳定.

考虑下面由非线性时滞中立型方程组成的混沌系统

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & h(x(t), x(t-\tau))\dot{x} \\ = & af_1(x(t), x(t-\tau)) + f_2(x(t), x(t-\tau)), \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $a$  是未知参数.

假设(5)式中的所有状态均可得到, 我们只需估计未知的参数, 有如下结论.

**定理 2** 对于系统(5), 若存在函数  $p(x(t), x(t-\tau))$  使

$$\dot{e}(t) = -\frac{\partial p(x(t), x(t-\tau))}{\partial x(t-\tau)}f_1(x(t), x(t-\tau))e(t)$$

渐进或指数稳定, 并且

$$\begin{aligned} & l(x(t), x(t-\tau)) \\ = & \frac{\partial p(x(t), x(t-\tau))}{\partial x(t-\tau)}, \\ & h(x(t), x(t-\tau))(x(t), x(t-\tau)) \\ = & \frac{\partial p(x(t), x(t-\tau))}{\partial x(t)}, \end{aligned}$$

那么存在非线性估计器

$$\begin{aligned} \dot{\delta}(t) = & -l(x(t), x(t-\tau))f_1(x(t), x(t-\tau))\delta \\ & - l(x(t), x(t-\tau))(f_1(x(t), \\ & x(t-\tau))p(x(t), x(t-\tau)) \\ & + f_2(x(t), x(t-\tau))), \end{aligned}$$

使  $t \rightarrow \infty$  时,  $\hat{a}$  渐进或指数收敛于  $a$ . 其中  $e = a - \hat{a}$ ,  $\delta = \hat{a} - p(x(t), x(t - \tau))$ ,  $\delta$  是估计器的状态,  $\hat{a}$  是被估计的参数状态.

定理 2 的证明和定理 1 的证明类似, 我们略去.

### 3. 时滞逻辑斯蒂系统的数值仿真

考虑如下时滞 Logistic 系统:

$$\dot{x}(t) = \lambda x(t) + rx(t - \tau)(1 - x(t - \tau)),$$

其中  $r = 104$ ,  $\tau = 0.5$ ,  $\lambda$  为未知参数, 为了仿真的需要, 假定  $\lambda = -26$ , 此时系统的动力学行为如图 1.

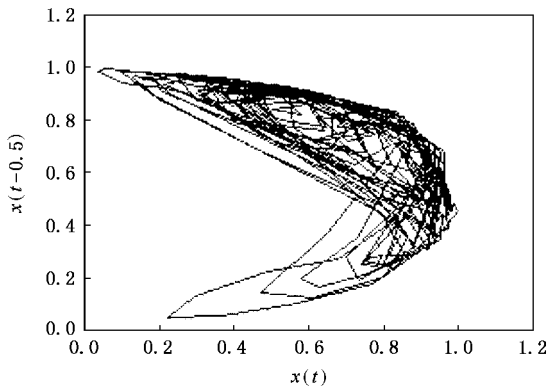


图 1 系统的混沌行为

根据定理 1, 易得

$$\begin{aligned} \dot{\delta}(t) = & -k(x(t))x(t)\delta(t) \\ & -k(x(t))(x(t)p(x(t)) \\ & + rx(t - \tau)(1 - x(t - \tau))), \end{aligned}$$

其中  $p(x(t)) = k \ln x(t)$ ,  $k(x(t)) = \frac{k}{x(t)}$ , 则  $\hat{\lambda} = \hat{a} = \delta + k \ln x(t)$ . 大量仿真测试结果发现估计方法每次都能估计出参数真值  $\hat{\lambda} = -26$ ,  $k = 0.5$  时参数估计结果如图 2 所示. 同时发现参数  $k$  越大参数估计时收敛的速度越快, 图 3 给出了  $k$  取不同值时的估计结果.

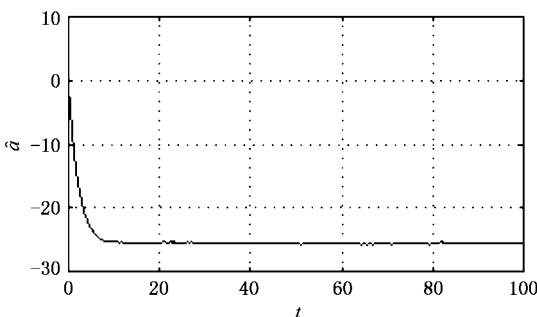


图 2 a-hat 的仿真结果

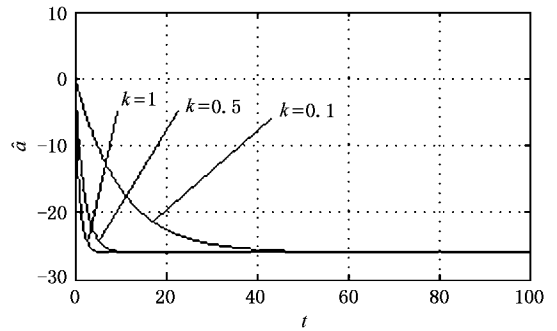


图 3 k 取不同值时 a-hat 的仿真结果

下面给出参数辨识器的抗噪性, 大量的仿真发现系统在存在噪声干扰的情况下, 无需改变估计器的参数, 仍能得到很好的估计结果. 为了验证估计器的抗噪性能, 在系统中加入随机噪声干扰  $n(t)$ , 得到

$$\dot{x}(t) = \lambda x(t) + rx(t - \tau)(1 - x(t - \tau)) + n(t).$$

仍采用前面的估计器进行估计, 此时  $k = 0.5$ , 图 4 给出了一个幅值为  $[-1, 1]$  的噪声干扰序列, 图 5 为在此噪声干扰情况下的估计结果. 表 1 给出了在不同幅值范围的均匀随机噪声扰动情况下估计器在  $t = 100$  时的估计结果, 其中  $\delta$  为 10 次估计结果的均值.

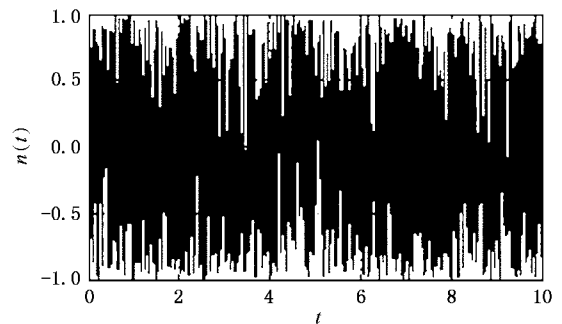


图 4 噪声干扰 n(t)

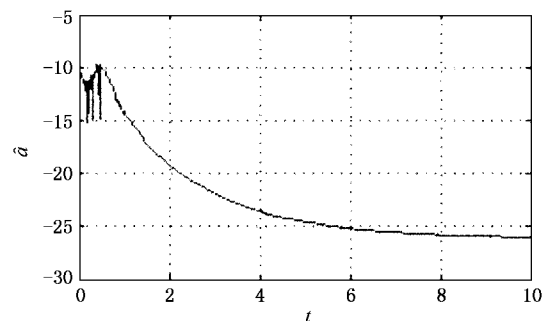


图 5 估计器对参数 a 进行估计的结果

表 1 均匀随机噪声扰动情况下的估计结果

幅值	$[-0.1, 0.1]$	$[-0.2, 0.2]$	$[-0.3, 0.3]$	$[-0.4, 0.4]$	$[-0.5, 0.5]$	$[-0.6, 0.6]$	$[-0.7, 0.7]$	$[-0.8, 0.8]$	$[-0.9, 0.9]$	$[-1, 1]$
1	-25.9973	-25.9904	-25.9819	-25.9698	-25.9804	-26.0057	-25.9646	-25.9834	-25.9544	-25.9435
2	-26.0028	-25.9891	-25.9823	-25.9918	-25.9378	-25.9701	-25.9718	-25.9473	-26.0211	-26.3667
3	-25.9989	-25.9962	-25.9875	-25.9714	-26.0193	-25.9991	-25.9476	-25.9879	-26.0185	-25.9680
4	-25.9993	-25.9942	-25.9992	-25.9960	-25.9158	-25.9438	-25.9819	-25.9346	-25.9492	-25.9394
5	-25.9961	-26.0014	-25.9861	-25.9949	-26.0337	-26.0536	-26.0369	-25.9745	-25.9910	-26.0059
6	-26.0018	-25.9949	-26.0013	-26.0095	-25.9047	-25.9570	-26.0233	-26.0337	-26.0141	-26.0384
7	-26.0000	-25.9931	-25.9988	-26.0041	-26.0001	-26.0123	-25.9258	-25.9609	-25.9670	-26.0429
8	-26.0057	-25.9940	-25.9617	-25.9811	-25.9746	-25.9770	-25.9482	-26.0157	-25.9530	-25.9554
9	-25.9947	-25.9797	-25.9912	-25.9881	-25.9619	-26.0464	-25.9431	-26.0133	-25.9611	-25.9989
10	-25.9905	-26.0056	-26.0192	-25.9589	-26.0009	-26.0420	-25.9358	-26.0434	-26.1093	-25.9539
$\delta$	-25.9987	-25.9935	-25.9909	-25.9866	-25.9729	-26.0007	-25.9679	-25.9895	-25.9939	-26.0213

从图 4、图 5 和表 1 可以看出本文辨识方法对噪声干扰具有很强的鲁棒性。

## 4. 结 论

通过参数估计器的设计,对两种不同类型的时

滞混沌系统中的未知参数的辨识问题进行了研究。通过引入新的变量,避免了精确求解系统状态的微分,并基于辨识误差的稳定性分析给出了参数辨识器存在的充分条件。本文所给出的设计方法非常简单有效,且对噪声干扰具有很强的鲁棒性。

- [ 1 ] Mackey M C , Glass L 1977 *Science* **197** 287
- [ 2 ] Tian Y C , Gao F R 1998 *Phys. D* **117** 1
- [ 3 ] Lu H , He Z 1996 *IEEE Trans. Circuits and Systems-I* **43** 700
- [ 4 ] Farmer J D 1982 *Physica D* **4** 366
- [ 5 ] Li L X , Peng H P , Lu H B , Guan X P 2001 *Chinese Physics* **10** 796
- [ 6 ] Chen G , Chen Y , Ognen H 1997 *IEEE Cont. Sys.* **5** 29
- [ 7 ] Ponznyak A S , Yu W , Sanchez E N 1999 *IEEE Trans. Cris. Syst. -I* **46** ( 12 ) 1491
- [ 8 ] Wang , Y C , Adams S G , Thorp J S *et al* 1998 *IEEE Trans. Circuits and Systems-I* **45** ( 10 ) 1013
- [ 9 ] Parlitz U 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** ( 8 ) 1232
- [ 10 ] Chen S H , Hu J , Wang C H , Lü J H 2004 *Phys. Lett. A* **321** 50
- [ 11 ] Li L X , Peng H P , Wang X D , Yang Y X 2004 *Physics Letters A* **333** 269
- [ 12 ] Li L X , Yang Y X , Peng H P , Wang X D 2006 *Chaos , Solitons & Fractals* **28** 1204
- [ 13 ] Dai D , Ma X K , Li F C , You Y 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2459 ( in Chinese ) [ 戴 栋、马西奎、李富才、尤 勇 2002 物理学报 **51** 2459 ]
- [ 14 ] Gao F , Tong H Q 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 577 ( in Chinese ) [ 高 飞、童恒庆 2006 物理学报 **55** 577 ]
- [ 15 ] Guan X P , Peng H P , Li L X , Wang X Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 26 ( in Chinese ) [ 关新平、彭海朋、李丽香、王益群 2001 物理学报 **50** 26 ]
- [ 16 ] Lü J H , Zhang S H 2001 *Physics Letters A* **286** 148

# Parameter identification of first order time-delay chaotic system<sup>\*</sup>

Peng Hai-Peng<sup>1)†</sup> Li Li-Xiang<sup>1)</sup> Yang Yi-Xian<sup>1)</sup> Zhang Xiao-Hong<sup>1)2)</sup> Gao Yang<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> *Information Security Center, State Key Laboratory of Networking and Switching Technology,*

*Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)*

<sup>2)</sup> *School of Information Engineering, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China)*

(Received 11 December 2006; revised manuscript received 28 January 2007)

## Abstract

It's of vital importance to estimate the unknown parameters of chaotic systems in chaos control and synchronization. Nonlinear observer is used to investigate the problem of parameter identification for two different types of time-delay chaotic systems. The unknown parameter is regarded as the unknown state of the chaotic system. Based on the theory of nonlinear state observer, by selecting suitable nonlinear gain function in observer, which makes the closed-loop error system globally exponentially stable or approximately stable, a sufficient condition for existence of parameter estimator is presented. A numerical simulation on the well-known time-delay logistic system is conducted. Simulation results show that the proposed method is effective for parameter estimation of the time-delay chaotic system.

**Keywords** : time-delay chaotic system, parameter identification, nonlinear gain function

**PACC** : 0545

---

<sup>\*</sup> Project supported by the Key (Key grant) Project of Chinese Ministry of Education (Grant No. 205033), the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2007CB311203) of China, the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60372094, 60673098), the Natural Science Foundation of Beijing (Grant No. 4062025).

<sup>†</sup> E-mail : penghaipeng2003@yahoo.com.cn