

一种新的时间序列确定性辨识方法^{*}

吴延东^{1)†} 谢洪波^{2)‡}

1) 淮阴工学院计算科学系, 淮安 223001)

2) 江苏大学生物医学工程系, 镇江 212013)

(2007 年 2 月 1 日收到, 2007 年 3 月 12 日收到修改稿)

提出一种新的基于辛几何谱的时间序列确定性检测方法, 通过计算原始时间序列及其替代数据的辛几何谱, 利用非参数 Mann-Whitney 秩和检验方法, 可有效地辨别确定性混沌过程和随机过程. 通过对常见的随机过程, Lorenz, Rössler, Mackey-Glass 高维耦合方程的仿真检验, 说明了方法的有效性. 并通过用 Santa Fe 测试集中两个序列检验了其与实际时间序列的适用性. 最后研究不同数据长度和不同强度噪声对该方法性能的影响说明了其鲁棒性.

关键词: 时间序列, 辛几何谱, 替代数据, 混沌

PACC: 0545, 0650

1. 引 言

理解复杂系统行为很重要的一步是当给定一标量时间序列数据时, 首先判断潜在的过程是受制于确定的混沌动力系统还是某些非确定性的规则. 因此, 时间序列的确定性检测一直是非线性序列分析的一个重要问题. 近年来出现了许多进行确定性、随机性检测的方法. 很多的仿真和试验已证明, 早期比较常用的检测动力学系统特性的混沌不变量参数法, 比如吸引子相关维数^[1], Kolmogorov 熵^[2], Lyapunov 指数^[3]等, 会给出假阳性判断结果^[4], 且这些方法主观性强, 需要数据量大, 且运算量大, 计算繁琐. 奇异谱方法也广泛应用于确定性、随机性检验中^[5], 其原理是运用 Takens 吸引子重构定理构建原始时间序列轨道矩阵, 由于随机序列的奇异值比较接近, 归一化奇异谱分布较平坦, 确定性混沌过程只需有限的模式支撑. 除了最初的几个奇异值较大外, 其后的奇异值基本为噪声平台数值, 因此其归一化奇异谱较为陡峭. 但由于奇异值分解为一线性变换方法, 应用于非线性动力学分析中, 往往会给出错误的结果^[6]. 冯康于上世纪 80 年代提出了辛几何算法, 它是一种相空间的几何学. 辛空间(即相空间)具有特定的辛结构, 取决于一个双线性反对称的非退

化内积. 辛空间内的度量是面积度量而不是长度度量. 辛几何中的辛变换实质是非线性变换(也叫正则变换), 其特征值可通过辛 QR 分解获得. 辛几何算法是保测的, 能够保证原时间序列的本质特征在辛相似变换时不发生变化, 因此与奇异谱方法相比, 更适合于分析非线性系统. 替代数据法作为检验时间序列非线性和混沌的方法获得了广泛的应用^[7,8]. 本文提出一种通过辛相似变换获得的辛几何谱与替代数据相结合的方法来检验时间序列的确定性, 并研究了该方法的抗噪声性能. 结果表明该方法在短时间序列、强噪声情况下仍能可靠的辨识时间序列的确定性. 该方法还特别适用于高维混沌与随机噪声的判别.

2. 相空间重构与辛几何谱

2.1. 相空间重构辛几何谱

在实际问题中, 存在着许多十分复杂的非线性动力学系统, 由于种种限制, 一般难以直接建立其解析形式的完备的数学模型, 往往只能获取实验或现场的一维时序数据, 故利用时间序列重构一个吸引子成为非线性动力学分析的第一步. 根据 Takens^[9]

^{*} 国家自然科学基金(批准号 60171006)资助的课题.

[†] E-mail: wydwyq@tom.com

[‡] E-mail: xiehb@ujs.edu.cn

定理 对时间序列 $\{x_i\}_{i=1}^N$, 可构筑嵌入矢量

$$x_i^m = (x_i, x_{i+\tau}, x_{i+2\tau}, \dots, x_{i+(m-1)\tau})$$

其中, m 为嵌入维数, τ 为时间延迟. 所有的嵌入矢量构成在 \mathcal{R}^m 空间中的轨道矩阵. 在本文随后的辛几何谱计算中, 我们采用了一种简单但有效的轨道矩阵构建方法^[5], 既不引入时间延迟而将原始时间序列 $\{x_i\}_{i=1}^{nd}$ 直接重构作

$$X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_d \\ x_{d+1} & x_{d+2} & \dots & x_{2d} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{1+d(m-1)} & x_{2+d(m-1)} & \dots & x_{nd} \end{pmatrix} \quad (1)$$

2.2. 辛几何谱

任何一个 $n \times n$ 矩阵都可以构造成相应的 Hamilton 矩阵. 设 $n \times n$ 矩阵为 A , 则

$$M = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & -A^T \end{pmatrix} \quad (2)$$

为 Hamilton 矩阵. Hamilton 矩阵在辛相似变换下不变^[10]. 设 $H \in C^{2n \times 2n}$ 为 Hamilton 阵, 则 e^H 为辛阵. 对任意 Hamilton 矩阵 M , 其辛几何谱(即特征值)可通过辛 QR 分解获得, 即若 $S \in C^{2n \times 2n}$ 是辛矩阵, 则有分解 $S = QR$, 其中 Q 是辛酉矩阵, R 是上三角阵. 在计算上, 辛 QR 分解与普通的 QR 分解相似, 但其性质是不同的, 即 Q 不仅是辛阵, 还是酉阵. 可以证明 Householder 矩阵是辛酉阵, 故在实际应用中, 对实系统通过采样获得的序列, 往往就用一个 Householder 矩阵代替辛矩阵来进行辛 QR 分解以获得辛几何谱.

设 $X_{m \times d}$ ($m > d$) 是按前述时间序列重构方法获得的轨道矩阵, 则 $A = X^T X$ 为实对称阵(2)式即为相应的 Hamilton 矩阵. 通过实对称阵 A 可以构造 Householder 矩阵 H , 使得 HMH^T 成为上三角阵^[11], 即

$$HMH^T = \begin{pmatrix} P & 0 \\ 0 & P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & -A^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P & 0 \\ 0 & P \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} PAP^T & 0 \\ 0 & -PA^T P^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B & 0 \\ 0 & -B^T \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\lambda(A) = \lambda(B), \quad (4)$$

$$\sigma = \lambda^2(X) = \lambda(A), \quad (5)$$

所以 A 的特征值 $\lambda(A)$ 即是 B 的特征值 $\lambda(B)$, 而 X 的特征值是 $\sqrt{\lambda(A)}$, X 的辛几何谱由特征值按下降顺序构成, 即

$$\sigma_1 = \lambda_{\max}^2, \dots, \sigma_n = \lambda_{\min}^2, \quad (6)$$

n 为 X 的维数.

2.3. 变换过程

下面给出对实矩阵 A , 求正交矩阵 H , 使 HMH^T 为上三角阵的方法. 记

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & A_{12}^{(1)} \\ \lambda_{21}^{(1)} & A_{22}^{(1)} \end{pmatrix} \quad (7)$$

第一步, 不妨设 $\lambda_{21}^{(1)} \neq 0$, 否则这一步就不需约化了. 设 A 的第一列向量

$$V^{(1)} = (a_{11}^{(1)}, a_{21}^{(1)}, \dots, a_{n1}^{(1)})^T = (a_{11}, a_{21}, \dots, a_{n1}) \quad (8)$$

选择初等反射阵 $H^{(1)}$ 为

$$H^{(1)} = I - 2\omega^{(1)}(\omega^{(1)})^T, \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \|V^{(1)}\|_2, \\ E^{(1)} &= (1 \ 0 \ \dots \ 0)^T \\ \rho_1 &= \|V^{(1)} - \lambda_1 E^{(1)}\|, \\ \omega^{(1)} &= (V^{(1)} - \lambda_1 E^{(1)})/\rho_1, \end{aligned} \quad (10)$$

则 A 经 $H^{(1)}$ 变换后, 第一列变为除第一行为 σ_1 , 其余均为 0 的矩阵, 即

$$H^{(1)}A = \begin{pmatrix} \sigma_1 & a_{12}^{(2)} & \dots & a_{1n}^{(2)} \\ 0 & a_{22}^{(2)} & \dots & a_{2n}^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & a_{n2}^{(2)} & \dots & a_{nn}^{(2)} \end{pmatrix} = A^{(2)}. \quad (11)$$

第二步, 采用同样方法对 $A^{(2)}$ 的第 2 列向量进行变换, 设向量

$$V^{(2)} = (0, a_{22}^{(2)}, \dots, a_{n2}^{(2)})^T, \quad (12)$$

构造 $H^{(2)}$ 矩阵

$$H^{(2)} = I - 2\omega^{(2)}(\omega^{(2)})^T, \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= \|V^{(2)}\|_2, \\ E^{(2)} &= (0 \ 1 \ \dots \ 0)^T, \\ \rho_2 &= \|V^{(2)} - \lambda_2 E^{(2)}\|, \\ \omega^{(2)} &= (V^{(2)} - \lambda_2 E^{(2)})/\rho_2, \end{aligned} \quad (14)$$

则用 $H^{(2)}$ 可使 $A^{(2)}$ 的第 2 列向量变为除 1, 2 行之外其余均为 0 的向量, 即 $H^{(2)}A^{(2)} = A^{(3)}$. 以此类推, 重复做下去, 直到 $A^{(n)}$ 变为上三角阵, 故 $H = H^{(n)}H^{(n-1)} \dots H^{(1)}$ 使得 A 变成 $n \times n$ 维的上三角阵

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & * & \dots & * \\ 0 & \sigma_2 & \dots & \\ & & \ddots & * \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix}, \quad (15)$$

则 A 的辛主分量谱为

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n. \quad (16)$$

3. 辨识算法

对一个确定性的混沌过程来说,其辛几何谱将会成为一条下降明显的曲线,这是因为混沌动力系统只有其最初的一些辛主分量较大.基于这样的特点,我们提出如下的基于辛几何谱和替代数据法的时间序列确定性检测方法(简称 SGS).

步骤 1 将原始序列取均值并归一化为单位方差.

步骤 2 根据最小嵌入维数 d_1 , 构建轨道矩阵 X 和实对称矩阵 A . 计算其辛几何谱.

步骤 3 增加嵌入维数至 d_2 , 构建新的矩阵, 并将 d_2 维的辛几何谱线性映射为 d_1 个归一化的辛主分量. 最后获得 K 个不同嵌入维数辛几何谱的平均值 $(\alpha(i), i=1, 2, \dots, d_1)$.

步骤 4 对原始序列的替代数据重复步骤 2, 3.

步骤 5 用非参数 Mann-Whitney 秩和检验方法比较 $\ln(\sigma_i/t(\sigma_i))$ 分布, 根据检验统计量的绝对值 $|z|$ 辨识序列的确定性.

其中的替代数据采用迭代幅度调整的傅里叶变换方法产生^[12]. Mann-Whitney U 检验对 $\ln(\sigma_i/t(\sigma_i))$ 每一 i 比较原始序列 $\{x_i\}_{i=1}^n$ 与替代数据 $\{x_{\text{subt}}\}_{i=1}^n$. 当 $\alpha = 0.05$ 时, 对双尾检验有 $t_{0.05(2), \infty} = 1.96$, 因而当检验统计量 $|z| > t_{0.05(2), \infty}$ 时, 我们可以说两个集合是来自同一个分布的随机样本的概率小于 5%. 或者说如果观测到 $|z|$ 大于 1.96, 可以在置信度 95% 的水平上拒绝两个样本集来自同一个分布的零假设.

如果原始时间序列是一个随机过程, 其替代数据序列将和它拥有一个类似的较平坦的 $\ln(\sigma_i/t(\sigma_i))$ 分布. 相反, 如果原始序列来自一确定性混沌过程, 其 $\ln(\sigma_i/t(\sigma_i))$ 分布将下降陡峭, 并且随 i 增加 $\ln(\sigma_i/t(\sigma_i))$ 值越来越小. 它的替代数据中的确定性已被摧毁, 其 $\ln(\sigma_i/t(\sigma_i))$ 分布将类似于随机过程, 与原始序列将有显著区别.

4. 常见随机与混沌实例检验

首先我们考虑一个简单的线性自回归模型

$$x_n = 0.99x_{n-1} + \xi_n, \quad (17)$$

其中 ξ_n 为零均值单位方差的独立高斯随机噪声, 原始数据以及替代数据的 $\ln(\sigma_i/t(\sigma_i))$ 都是平坦的分布, 二者之间已很难辨别, $z = 0.0296$ (图 1) 清晰的表明其随机性.

我们再考虑一个线性随机 AR-1 序列被非线性测量函数畸变的情况^[13].

$$x_n = 0.99x_{n-1} + \xi_n, \quad (18)$$

$$y_n = x_n^3, \quad (19)$$

ξ_n 是独立零均值标准方差的高斯随机噪声. 这个序列看上去似棘波, 非常复杂. 但是 $z = 1.3158$ (图 2) 明显表明了序列的非确定性性质.

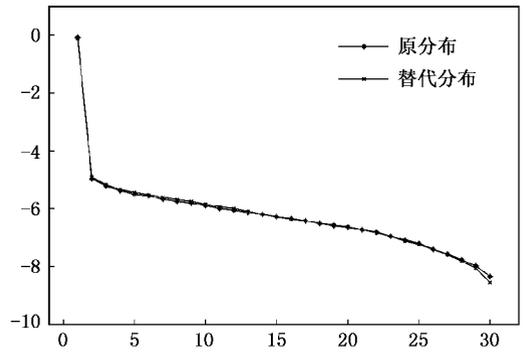


图 1 线性随机过程

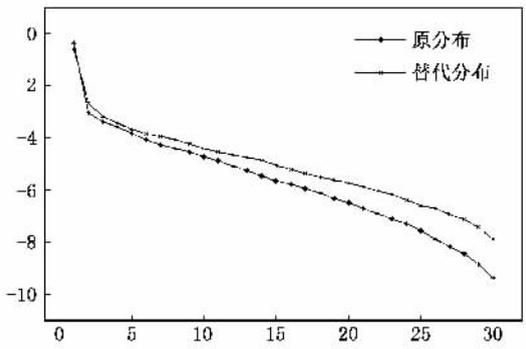


图 2 非线性随机过程

从下面这个例子开始, 我们用一些混沌映射检验我们的算法. 首先是如下的三参数 Rössler 映射^[14]:

$$\frac{dx}{dt} = -y - z, \quad (20)$$

$$\frac{dy}{dt} = x + ay, \quad (21)$$

$$\frac{dz}{dt} = b + z(x - c), \quad (22)$$

Rössler 方程的 x 序列由龙格-库塔积分方法求解, 这里 $a = 0.15, b = 0.20, c = 10$. 为了消除瞬态行为, 舍弃积分起初的 5000 个数据. 积分步长设为 0.02. Rössler 原始序列的 $\ln(\sigma_i/\ln(\sigma_i))$ 分布下降得很快, 替代数据平缓下降且检验统计量 $z = 5.7955$ (图 3), 意味着 Rössler 序列是确定性的.

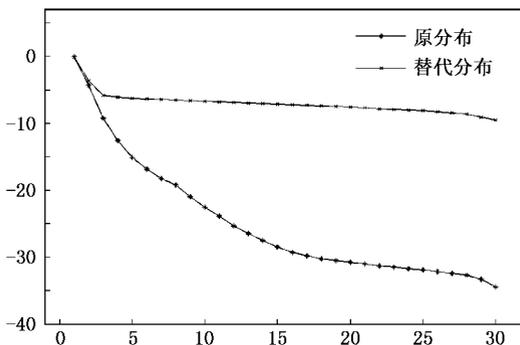


图 3 Rössler 映射

Lorenz 映射^[15]的结果和 Rössler 映射颇为相似:

$$\frac{dx}{dt} = \sigma(y - x), \quad (23)$$

$$\frac{dy}{dt} = -xz + rx - y, \quad (24)$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - bz. \quad (25)$$

采用标准参数值积分: $\sigma = 10, b = 8/3, r = 28$ 积分步长是 0.01. $z = 5.4259$ (图 4) 确凿表明 Lorenz 映射为确定性混沌.

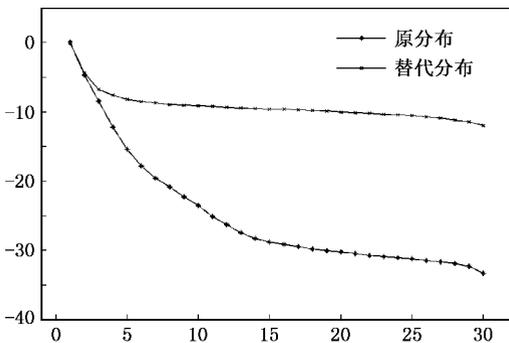


图 4 Lorenz 映射

本例处理的是 Mackey-Glass 振动方程^[16]

$$\frac{dx}{dt} = \beta x(t) + \frac{\alpha x(t - \tau)}{1 + (x(t - \tau))^\gamma}, \quad (26)$$

其中 $\alpha = 0.2, \beta = 0.1, \gamma = 10, \tau = 30$, 因 $z = 5.7511$ (图 5) 证明了在 Mackey-Glass 方程中的确定性. 当 τ 为 15, 100, 300 或者别的取值时可以得到相同的结论. 当 τ 为 300 时, 该振动系统已是高维混沌, 由此也表明了该算法对高维混沌检测的适用性.

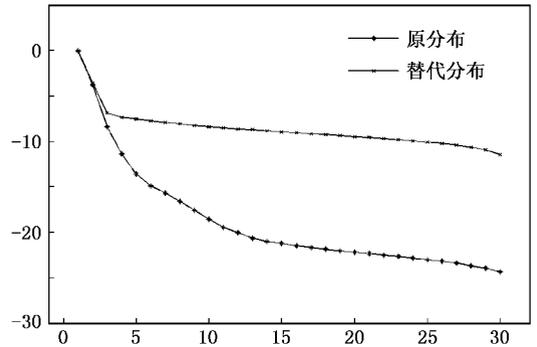


图 5 Mackey-Glass 方程

最后, 为了进一步检验辛几何谱算法对于检验高维混沌过程的可行性, 我们将这个方法应用到另一个高维耦合时间序列的分析中. 数据是模拟脑电信号 (EEG) 的如下非线性耦合方程产生的^[17].

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2, \quad (27)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{x_5 - 25}{3} \sin(\omega_1 t) + 3x_7 \sin(\omega_2 t) + x_{11} \sin(\omega_3 t) - 3|x_6| x_2 - x_9 x_1 \quad (28)$$

其中 $\omega_1 = 30, \omega_2 = 65, \omega_3 = 80$,

$$\frac{dx_3}{dt} = \sigma(x_4 - x_3), \quad (29)$$

$$\frac{dx_4}{dt} = -x_3 x_5 + r x_3 - x_4, \quad (30)$$

$$\frac{dx_5}{dt} = x_3 x_4 - b x_5, \quad (31)$$

其中 $\sigma = 10, r = 28, b = 8/3$ (Lorenz 系统),

$$\frac{dx_6}{dt} = x_7, \quad (32)$$

$$\frac{dx_7}{dt} = -k x_7 - x_6^3 + B \cos t, \quad (33)$$

其中 $k = 0.1, B = 12$ (Ueda 方程),

$$\frac{dx_8}{dt} = x_9, \quad (34)$$

$$\frac{dx_9}{dt} = -\delta x_9 + \frac{1}{2} x_8 (1 - x_8^2) + f \cos(\omega t), \quad (35)$$

其中 $\delta = 0.15, f = 0.15, \omega = 0.8$ (Duffing Holmes 吸引子)

$$\frac{dx_{10}}{dt} = -(x_{11} + x_{12}), \quad (36)$$

$$\frac{dx_{11}}{dt} = x_{10} + \alpha x_{11}, \quad (37)$$

$$\frac{dx_{12}}{dt} = \alpha + x_{12}(x_{10} - \mu), \quad (38)$$

其中 $\alpha = 0.15, \mu = 10$ (Rössler 吸引子). 这个高维复杂系统的相关维数大约是 9, 一些常用的混沌辨识方法难以给出正确的结果. 我们用 Runge-Kutta 的方法将整个系统在步长 0.001 的条件下求解. 其 x_1 坐标序列具有 $1/f^2$ 形状 的功率谱. $z = 6.0912$ (图 6) 明确的表明了系统的确定性, 同时通过此例也表明了该算法适用于高维混沌系统的检测.

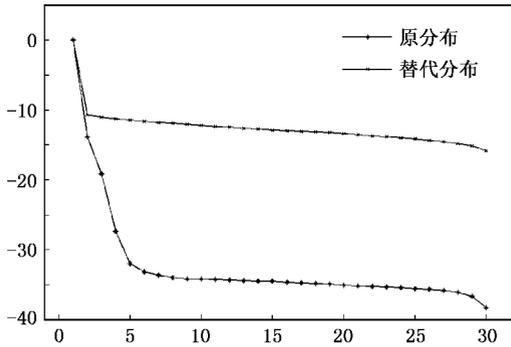


图 6 高维耦合系统

5. Santa Fe 实验数据检验

5.1. 数据集 A1

这是一个远红外激光器在混沌状态的单变量时间记录数据, 它可以近似的由一个三变量非线性耦合方程组描述, 同 Lorenz 动态系统相似. 运用辛几何谱方法, $z = 2.4394$ 表明当前动态系统的确定性混沌. 这个结论同 Basu^[18]的结果是一样的.

5.2. 数据集 E

数据集 E 来源于一恒星光强变化测试数据. 我们选择的是其中的第 8 段数据. $z = 0.2957$ 表明该数据为非确定性系统产生. 这也与该数据的实际性质完全符合.

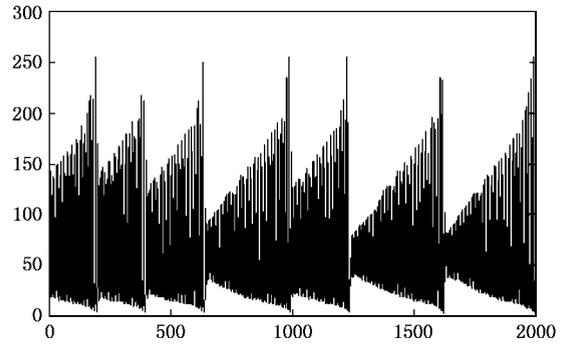


图 7 Santa Fe 实验数据集 A1 序列

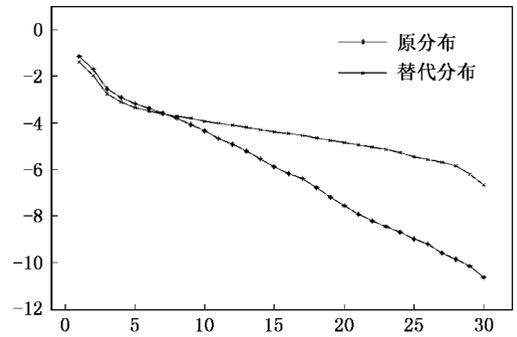


图 8 Santa Fe 数据集 A1 原始序列和替代序列的分布

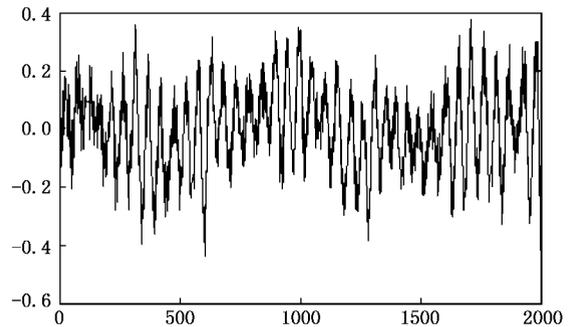


图 9 Santa Fe 实验数据集 E 序列

6. 算法可靠性分析

在实际应用中, 常常出现一些短实验数据集或者实验噪声, 因而研究 SGS 方法在确定性检验时的可靠性是非常重要也是必要的.

6.1. 数据长度的影响

这里将各个序列的长度减少到 1500 至 1000. 从表 1 可以看出, SGS 方法检测当前系统的确定性时

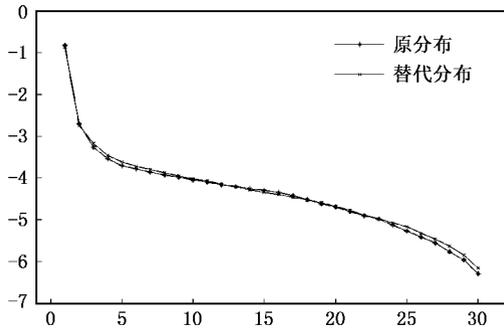


图 10 Santa Fe 数据集 E 原始序列和替代序列的分布

仍然可以得到正确的结论.

表 1 短数据长度辛几何方法性能

过程类型	数据长度	M-W 统计参数 (z)
Rössler 映射	1500	5.4998
	1000	3.6665
Lorenz 映射	1500	5.4259
	1000	3.6813
Mackey-Glass 方程	1500	5.1006
	1000	2.9421
模拟 EEG 高维系统	1500	5.7659
	1000	5.2633

6.2. 噪声的影响

从实际系统取得的数据常常被噪声污染过(内在或者外在的噪声). 尽管被噪声污染了, SGS 算法

仍然可以检测出不同序列内在的确定性. 表 2 是对不同噪声水平下的检测结果的总结, 同时还给出了相应的 M-W 统计量 z 值, 以给出置信水平.

表 2 算法辨识确定性的噪声性能

过程类型	增加的噪声水平 /%	M-W 统计参数 (z)
Rössler 映射	50	3.8292
	75	3.1491
	100	2.8090
Lorenz 映射	50	3.0012
	75	2.6316
	100	2.3803
Mackey-Glass 方程	50	3.7405
	75	3.2082
	100	2.9569
模拟 EEG 高维系统	50	2.6464
	75	2.2324
	100	2.0550

本文为了避免非线性时间序列分析中传统的非线性和确定性检测的方法的局限性, 采用非线性计算数学工具——辛几何方法分析非线性动力系统, 以提出的一种辛几何谱和替代数据相结合的时间序列确定性检验方法, 对各学科领域一些典型的混沌吸引子和随机系统采用仿真的方法进行了检验, 并通过对一公认的混沌检验实验数据中的两组数据进行了检验, 进一步验证了算法的确是有效可信的, 还对上述时间序列分别添加不同信噪比的噪声检验了其鲁棒性, 分析了算法对短时间序列的适用性.

[1] Grassberger P, Procaccia I 1983 *Phys. Rev. Lett.* **50** 346
 [2] Cohen A, Procaccia I 1985 *Phys. Rev. A* **31** 1872
 [3] Sano S, Sawada Y 1985 *Phys. Rev. Lett.* **55** 1082
 [4] Lei M, Meng G, Feng Z J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1059 (in Chinese) [雷 敏、孟 光、冯正进 2005 物理学报 **54** 1059]
 [5] Albano A M, Muench J, Swartz C, Mees A I, Rapp P E 1988 *Phys. Rev. A* **38** 3017
 [6] M Palus, Dvorak I 1992 *Physica D* **55** 221
 [7] Sun J L, Xu J H, Tian G Y, Guo J H, Zhao J, Xie A F, Zhang Z B 2001 *Chin. Phys.* **10** 631
 [8] Zhang L S, Zhao X H, Han L 2002 *Chin. Phys.* **11** 568
 [9] Jeong J, Gore J C, Peterson B S 2002 *Biol. Cybern.* **86** 335

[10] Lei Mi, Wang Z, Feng Z 2002 *Phys. Lett. A* **303** 179
 [11] Zhang X D 1997 *The Linear Algebra in Signal Processing* (Beijing : Science Press) (in Chinese) [张贤达 1997 信号处理中的线性代数 (北京 科学出版社)]
 [12] Schreiber T, Schmitz A 2000 *Physica D* **142** 346
 [13] Schreiber T, Schmitz A 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 635
 [14] Rössler O E 1976 *Phys. Lett. A* **57** 397
 [15] Li S, Xu W, Li R H 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5681 (in Chinese) [李 爽、徐 伟、李瑞红 2006 物理学报 **55** 5681]
 [16] Mackey M, Glass L 1977 *Science* **197** 287
 [17] Jeong J, Kim M S, Kim S Y 1999 *Phys. Rev. E* **60** 831
 [18] Basu S, Foufoula-Georgiou E 2002 *Phys. Lett. A* **301** 413



A new method to recognize determinism in time series^{*}

Wu Yan-Dong¹† Xie Hong-Bo²‡

¹ *Department of Computing Science Huaiyin Institute of Technology, Huai'an 223001, China*

² *Department of Biomedical Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China*

(Received 1 February 2007; revised manuscript received 12 March 2007)

Abstract

Compared with singular value decomposition, symplectic geometry spectrum is a measure preserving and nonlinear transform. So, it is more suitable for nonlinear dynamics system analysis. A new method to detect determinism in time series based on symplectic geometry spectrum (SGS) is proposed in the present work. Chaos and stochastic process could be recognized by applying the non-parameter Mann-Whitney on the SGS of original data and its surrogate data. The method is first tested on stochastic processes, the Lorenz, Rossler, Mackey-Glass and high dimensional coupling equations. Then it is applied to two data sets of Santa Fe to test its effect on experimental data. Finally, the robustness of the method is tested on the time series with different data length and different levels of additive noise.

Keywords : time series, symplectic geometry spectrum, surrogate data, chaos

PACC : 0545, 0650

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No.60171006).

† E-mail : wydwqy@tom.com

‡ E-mail xiehb@ujs.edu.cn