负折射率材料对 Casimir 效应的影响*

曾 然^{1,2,}" 许静平² 、 羊亚平² 、 刘树田¹ 、

1) 哈尔滨工业大学应用物理系 哈尔滨 150001)
 2) 同济大学物理系 ,上海 200092)
 (2007年1月24日收到 2007年4月9日收到修改稿)

研究了负折射率材料介质板间的 Casimir 效应,对于负折射率材料中由 Drude-Lorentz 型色散关系描述的介电常数和磁导率,色散曲线中负值频带的曲线结构由各色散吸收参数所决定,色散曲线负值频带宽度和负区域的深度等性质的变化影响了介质材料板的反射特性,进而对两材料板间的 Casimir 效应强弱起着重要的作用.

关键词:Casimir 效应,负折射率材料,Drude-Lorentz 型色散关系 PACC:4250,4270,7820,0365

1.引 言

Casimir 效应是由边界的存在引起的真空零点 能变化产生的宏观量子现象, Casimir^[1]在理论上推 导出真空中两个中性理想导体板之间相互吸引,这 种作用也可以被看作是长距的推迟 van der Waals 力,随后 Lifshitz² 研究了非理想的情况:对于有色散 和吸收以及考虑到有限温度的影响下的半无穷电介 质板的 Casimir 作用力,随着近年来纳米技术的发 展 Casimir 效应对系统的影响愈发明显,其重要的 潜在实际应用也引起广泛兴趣[3],对于不同的空间 几何边界结构[4-6],各种实际情况的修正[78],以及 利用不同计算方法的 Casimir 力都有深入研究和发 展.在 Casimir 力计算的研究中,所采用的方法包括 (表面)模式求和方法^[7]和 Maxwell 应力张量方 法^{5,9]}前者直接计算各模式的真空零点能然后操作 重整化(regularization)手续以解决发散问题,后者则 由重整化应力张量计算材料板的真空场压,其中各 种计算方法的研究都包括从考虑波矢仅垂直于材料 表面的简单一维理论扩展到更实际的三维情况。

负折射率材料或左手材料(LHM)是一种人造的 微结构^[10,11],此材料在某频率波段具有负的介电常 数和磁导率,进而具有负的折射率.在理论上早已提 出了这种同样使 Maxwell 方程组具有波动解的特殊 物质^[12]近年来实验上的成功制备引发了人们对这 种新型材料的关注,在负折射率材料中传播的电磁 波 其波矢方向与能流方向相反 电场、磁场与波矢 形成左手系,负折射率材料内将产生诸如反常多普 勒频移和 Cherenkov 辐射、负的折射方向以及反向辐 射压力等特殊的物理现象,更多可能的特殊应用也 已被提出[13].因果律要求负折射率材料必须是色散 的^[14] 即材料在一段频带上具有负的折射率,色散 关系的参量取值决定着这段负的色散曲线的结构, 进而影响材料的性质尤其是反射特性 因此负折射 率材料的 Casimir 效应强弱也将受到影响,本文采用 由应力张量方法计算色散吸收的平行介质板之间 Casimir 作用力,拓展到应用于负折射率材料板的情 况 研究了不同色散规律下负折射率材料的 Casimir 效应.

2. 负折射率材料板间的 Casimir 作用力

考虑置于真空中的两块平行介质材料板,设两板间距为 a 板的厚度为 d ,垂直于介质板表面方向的单位面积 Casimir 力对应于介质板所受的真空场 压,即为重整化的电磁场应力张量的 zz 分量

$$\widetilde{T_{zz}} = T_{zz} - T_{zz}^0 , \qquad (1)$$

^{*} 国家重点基础研究发展计划项目(批准号:2006CB302901)、国家自然科学基金(批准号:10674103)及上海市启明星跟踪计划(批准号: 04QMH1407)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail irz1008@gmail.com

其中 T₂和 T⁰2分别对应介质板腔系统中两板间的应 力张量分量和无介质板边界的自由空间应力张量分 量.把 T₂中的经典场量替换为相应的海森伯算符并 取真空态下的期望值 得到

$$T_{z} = \frac{1}{8\pi} E_{z}D_{z} - E_{\parallel} \cdot D_{\parallel} + B_{z}H_{z} - B_{\parallel} \cdot H_{\parallel} . \qquad (2)$$

由统计物理中的涨落-耗散定理场量的相关函数可 以由 Green函数 G(r,r';ω)表示,如

$$E(\mathbf{r},\omega)E^{\dagger}(\mathbf{r}',\omega')$$

$$=\frac{\hbar}{\pi}\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\text{Im}G(\mathbf{r},\mathbf{r}';\omega)\delta(\omega-\omega'). \quad (3)$$

设板间的介电常数和磁导率为 ϵ_a 和 μ_a ,为得到(2) 式中各项的表达式 ,由

$$D(\mathbf{r}_{t}\omega) = \varepsilon_{a}(\mathbf{r}_{t}\omega)E(\mathbf{r}_{t}\omega),$$
$$H(\mathbf{r}_{t}\omega) = [1/\mu_{a}(\mathbf{r}_{t}\omega)]B(\mathbf{r}_{t}\omega)$$

以及

$$B(\mathbf{r},\omega) = (-ic/\omega)\nabla \times E(\mathbf{r},\omega),$$

得到

$$E(\mathbf{r}, t)D(\mathbf{r}, t)$$

$$= \frac{\hbar}{\pi} \int_{0}^{\infty} d\omega \varepsilon_{a}(\omega) \frac{\omega^{2}}{c^{2}} \operatorname{Im} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}; \omega),$$

$$B(\mathbf{r}, t)H(\mathbf{r}, t)$$

$$= \frac{\hbar}{\pi} \int_{0}^{\infty} d\omega \frac{1}{\mu_{a}(\omega)} \operatorname{Im} G^{B}(\mathbf{r}, \mathbf{r}; \omega), \quad (4)$$

其中 $G^{\mathbb{P}}(\mathbf{r},\mathbf{r}';\omega) = \nabla \times G(\mathbf{r},\mathbf{r}';\omega) \times \nabla'$ 为磁场的 Green 函数 .将(4)式代入(2)式即得到由 Green 函数 表示的 T_{ω} .类似可以得到由无边界自由场的 Green 函数 $G^{\mathbb{Q}}(\mathbf{r},\mathbf{r}';\omega)$ 表示的 $T_{\omega}^{\mathbb{Q}}$.

把 Green 函数表示的 T_z 和 T_z^0 代入(1)式,因此 重整化的应力张量 $\widetilde{T_z}$ 即 Casimir 力写作

$$\widetilde{T}_{z} = \frac{\hbar}{4\pi} \int_{0}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \left\{ \epsilon_{a}(\omega) \frac{\omega^{2}}{c^{2}} \left[G_{ZZ}^{sc}(\mathbf{r} \mathbf{r} \mathbf{r} \dot{\omega}) - G_{\parallel}^{sc}(\mathbf{r} \mathbf{r} \dot{\boldsymbol{r}} \dot{\omega}) \right] + \frac{1}{\mu_{a}(\omega)} \times \left[G_{z}^{B}(\mathbf{r} \mathbf{r} \dot{\boldsymbol{r}} \dot{\omega}) - G_{\parallel}^{B}(\mathbf{r} \mathbf{r} \dot{\boldsymbol{r}} \dot{\omega}) \right] \right\}, \quad (5)$$

其中 $G^{sc}(\mathbf{r},\mathbf{r}';\omega) = G(\mathbf{r},\mathbf{r}';\omega) - G^{0}(\mathbf{r},\mathbf{r}';\omega)$ 即 散射场的Green 函数. 利用真空中多层介质系统的 $G^{sc}(\mathbf{r},\mathbf{r}';\omega)$ 表示式^[15],并考虑到两介质板之间为真 空 $\varepsilon_{a}(\omega) = \mu_{a}(\omega) = 1$,最终得到 Casimir 力的计算 公式

$$F_{\rm C} = \widetilde{T_{zz}} = -\frac{\hbar}{\pi} \operatorname{Re} \int_0^\infty \mathrm{d}\omega \int \frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{k}}{(2\pi)^2} \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k^2}$$

$$\times \sum_{N=\text{TE,TM}} \frac{r_N^2(\omega, k) e^{2ia\sqrt{\omega^2/c^2-k^2}}}{1 - r_N^2(\omega, k) e^{2ia\sqrt{\omega^2/c^2-k^2}}}, \quad (6)$$

其中 k 为平行于介质板表面的波矢分量 , r_N 为介 质材料板的反射系数 ,由板内多次反射的多光束干 涉理论导出为 $r_N(\omega,k) = r'_N(e^{i\delta} - 1)(1 - r'_Ne^{i\delta})$, 而 r'_N 是 介 质 板 界 面 的 反 射 系 数 , $\delta = 2nd \sqrt{\omega^2/c^2 - k^2/n^2}$ 为板内反射光束的位相差 ,n 为 两平行介质板的折射率.设介质板为负折射率材料 , 其色散特性由 Drude-Lorentz 型关系描述^[6]

$$\{\varepsilon,\mu\} = 1 + \frac{\omega_{P_v}^2}{\omega_{T_v}^2 - \omega^2 - i\gamma_v\omega} (v = e,m), (7)$$

将 ω 延拓至复平面,利用回路积分变换,即取 ω = i ξ ,并取变量变换 $\xi/c = \kappa \cos\phi$, $k = \kappa \sin\phi$ 以及 $x = 2\kappa a$ (6)式可改写成

$$F_{\rm C} = F_0 \frac{15}{2\pi^4} \int_0^\infty \mathrm{d}x x^3 \,\mathrm{e}^{-x} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{d}\phi \sin\phi$$
$$\times \sum_{N=\text{TE,TM}} \frac{r_N^2(x,\phi)}{1 - r_N^2(x,\phi) \,\mathrm{e}^{-x}} , \qquad (8)$$

其中 $F_0 = \hbar c \pi^2 / 240 a^4$ 是理想导体板间 Casimir 力. (8)式中材料板反射系数为

$$= \frac{r_{N}(x,\phi)}{1-r_{N}^{2}(\phi)\exp(-\sqrt{\varepsilon\mu\cos^{2}\phi+\sin^{2}\phi}xa/d)-1]},$$

$$= \frac{r_{N}(\phi)\exp(-\sqrt{\varepsilon\mu\cos^{2}\phi+\sin^{2}\phi}xa/d)}{(N = \text{TE ,TM}), \qquad (9)$$

其中

$$r'_{\rm TE}(\phi) = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu\cos^2\phi + \sin^2\phi} - \mu}{\sqrt{\varepsilon\mu\cos^2\phi + \sin^2\phi} + \mu},$$

$$r'_{\rm TM}(\phi) = r'_{\rm TE}(\phi \mathbf{I} \varepsilon \leftrightarrow \mu].$$
(10)

为材料界面反射系数.

3. 负折射率材料色散关系对 Casimir 效应的影响

满足 Drude-Lorentz 型色散关系(7)式的负折射 率材料,负值频段的色散曲线结构决定于等离子体 频率 ω_{P_v} ,共振频率 ω_{T_v} 和吸收系数 γ_v 等特征参量. 在以下的讨论中,记 ω_0 为一个相对频率单位, $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$ 为相应的真空波长.在折射率色散曲线中较 宽的负值区域表示材料在更大的频率范围内具有负 的折射率特性.图1给出了 ω_{P_v} 和 ω_{T_v} 对介电常数或 磁导率色散曲线中负值区域宽度 $\Delta \omega_{\{e,v\}}$ 的影响(固 定 γ_{v}).图中说明色散曲线中负值区域增宽,所对应 的是 ω_{Pv} 的增大或 ω_{Tv} 的减小.同时,由色散关系(7) 式可以看出,在固定 ω_{Pv} 和 ω_{Tv} 的情况下,吸收系数 γ_{v} 的增大将减缓色散曲线在共振频率点附近的共 振强度;而负值区域出现在稍高于共振频率点的频 率段,因而增大的吸收系数将导致负值区域的深度 减小.下面由对上节中 Casimir 力积分公式的数值计 算并从联系到色散曲线负值区域的结构的角度来讨 论负折射率材料的 Casimir 效应.



图 1 $\epsilon(\omega)$ 或 $\mu(\omega)$ 色散曲线中负值区域宽度 $\Delta\omega_{\{\varepsilon,\mu\}}$ 随 ω_{Pv} 和 $\omega_{Tv}(v = e,m)$ 的变化(固定 $\gamma_v = 10^{-4}\omega_0$)

首先我们讨论材料的介电常数和磁导率满足相 同的色散关系,即(7)式中 $\omega_{Pe} = \omega_{Pm}$, $\omega_{Te} = \omega_{Tm}$, $\gamma_{e} =$ γ_m 时 Casimir 力依赖于各参量的变化.图 2 给出数 值计算得到的固定了介质板厚度、共振频率和吸收 系数时相对 Casimir 力 $F_r = F_c/F_0$ 依赖于板间距和 等离子体频率 ω_ν的变化情况.注意到平行介质板 间的 Casimir 力随板间距不同情况的渐近行为^[6]:在 长距近似下 即 $a \gg d$ 板间力与 a^{-6} 成正比 短距近 似下趋近于半无穷板即真空层两侧单界面的情况. 从图中可以看出 相对 Casimir 力先随板间距的增大 而递增,达到一个极大之后又随板间距而递减,当。 足够大时显示出 $F_c \sim a^{-6}$ 这一长距渐近规律.同时 图中又显示 Casimir 力依赖于等离子体频率 ω_{Pe} 变化 的关系则普遍是单调递增的.这可以从反射系数的 角度进行解释.考虑折射率 $n = \sqrt{\epsilon} \cdot \sqrt{\mu}$ 和阻抗比 Z $=\sqrt{\mu/\epsilon} = \mu/n$ 这两个影响介质材料反射特性的因 素.分析材料界面反射系数 r'x 可得,对于折射率相 同的一组介质材料,阻抗越不匹配,|r'_N|就越大,材 料反射特性就越强 :而在阻抗比一定的情况下 折射 率的绝对值越大的材料反射特性也越强.图2的情

况即对相同色散规律的介电常数和磁导率,在任何 频率下材料对入射场都是阻抗匹配的.在固定其他 参数的情况下等离子体频率 ω_{Pe},越大的材料折射率 绝对值越大,对应越强的反射特性,因此 Casimir 力 越大.同时在前面我们已经看到,ω_{Pe}的增大使色散 曲线中负值区间变宽,因此折射率的负值区间变宽 对应着 Casimir 效应的增强.另外在固定的介质板厚 度、等离子体频率和吸收系数情况下,分析相对 Casimir 力依赖于板间距和共振频率 ω_{Te}的变化情 况,可以得到相同的结论.



图 2 $\epsilon(\omega \ m) \mu(\omega)$ 满足相同的色散关系时 相对 Casimr 力随板 间距和 $\omega_{P_e}(v = e \ m)$ 的变化(取 $\omega_{T_v} = 0.5\omega_0, \gamma_v = 10^{-3}\omega_0,$ 材料 板厚度 $d = \lambda_0/4$)

图 3 显示了材料的吸收特性对 Casimir 力的影响.可以看到 Casimir 效应随吸收系数的增加而减弱,同样是因为阻抗匹配的情况下 γ。越大折射率绝对值越小而导致反射系数越小.如前所述,吸收系数的减小加深了色散曲线的负值区域,进而也可以看出 材料折射率负值区间越深对应于越强的 Casimir 效应.

进一步考虑介电常数与磁导率的色散关系不同 的情形.我们仅就不同的介电常数色散关系的影响 作出讨论,因为磁导率色散的影响与其相类似;同时 设吸收系数很小($\gamma_e = \gamma_m = 10^{-3} \omega_0$).图 4 给出固定 了介质板厚度、磁导率色散的特征频率 ω_{Pm}, ω_{Tm} 并 保持介电常数色散的共振频率与磁导率的相同(ω_{Te} = ω_{Tm})时,相对 Casimir 力依赖于板间距和介电常数 色散的等离子体频率 ω_{Pe} 的变化情况. F_r 随 ω_{Pe} 的改



图 3 $\epsilon(\omega)$ 和 $\mu(\omega)$ 满足相同的色散关系时 相对 Casimr 力随板 间距和 $\gamma_{v}(v = e, m)$ 的变化(取 $\omega_{Pv} = 3\omega_{0}, \omega_{Tv} = \omega_{0}, 材料板厚度$ $d = \lambda_{0}/4$)

变呈现出先递减达到极小值然后递增的趋势,这时 从材料板反射的角度分析此现象就要同时考虑折射 率和阻抗比两方面的影响.尽管 ω_{Pe}的增大使折射 率的绝对值增大从而增强材料的反射能力,但ω_ν。 的变化对阻抗比的影响并不是这种简单单调的规 律.在 $\omega_{Pa} > \omega_{Pm}$ 时,增大的 ω_{Pa} 将使阻抗向不匹配的 方向变化 从而增强材料的反射 因此折射率和阻抗 比两个因素都促进 Casimir 力的增大. 另外,这种情 况下即固定磁导率色散的负值区域,而在相同的共 振频率下增宽并加深介电常数的负值区域,折射率 负值区域也将得到增宽和加深 相应的 Casimir 效应 增强.而当 $\omega_{Pa} < \omega_{Pm}$ 时,增大的 ω_{Pa} 将使阻抗向着愈 加匹配的方向变化 相应的材料反射变弱 图中这部 分 Casimir 力减小的情况表明 阻抗越匹配使反射变 弱的影响超过了折射率绝对值增大使反射变强的影 响.联系到负折射率区域变化趋势,此处 $\omega_{Pe} < \omega_{Pm}$ 且固定 ω_{Pm} 同时增大 ω_{Pe} 可等价地看作固定 ω_{Pe} 同时 减小 ω_{Pm},即固定介电常数色散的负值区域,而在相 同的共振频率下使磁导率的负值区域变窄变浅 相 应的折射率负值区域也变窄变浅,对应到 Casimir 效 应的减弱。

图 5 给出固定了介质板厚度、磁导率色散的特 征频率和介电常数色散的等离子体频率时,相对 Casimir 力依赖于板间距和介电常数色散的共振频 率 ω_{Te}的变化情况. Casimir 力随板间距变化的极大 值随着 ω_{Te}的增大而向着较小的板间距方向移动,



图 4 $\epsilon(\omega)$ 和 $\mu(\omega)$ 满足不相同的色散关系时 相对 Casimr 力随 板间距和 ω_{Pe} 的变化(取 $\omega_{Te} = \omega_{Tm} = 0.5\omega_0, \omega_{Pm} = 3\omega_0, \gamma_e = \gamma_m$ = $10^{-3}\omega_0$ 材料板厚度 $d = \lambda_0/4$)

当 ω_{Te}超过 ω_{Tm}后这一极大又朝较大的板间距方向 移动.而 Casimir 力随 ω_{Te}的先递减后递增的变化趋 势仍可由阻抗比和折射率影响的反射特性解释,与 图 4 情况相类似.同时,在考察折射率的色散曲线 时,共振点 ω_{Te}的移动相应于负折射率材料与单负 材料间的相互转变,而且由于禁带参与进来使情况 比较复杂,所以已经不易将负折射率区域结构的特 点与 Casimir 效应的变化再联系起来.



图 5 $\epsilon(\omega \ m)_{e}(\omega)$ 满足不相同的色散关系时 相对 Casimr 力随 板间距和 ω_{Te} 的变化(取 $\omega_{Pe} = \omega_{Pm} = 2\omega_0, \omega_{Tm} = 0.5\omega_0, \gamma_e = \gamma_m$ = $10^{-3}\omega_0$ 材料板厚度 $d = \lambda_0/4$)

4.结 论

本文讨论了负折射率材料的平行介质板间的 Casimir 作用力,对 Drude-Lorentz 型色散介电常数和 磁导率的负折射材料介质板 Casimir 效应依赖各特 征频率参数的不同情况作出了探讨.结果表明,在以 不同因素影响反射特性的角度来解释 Casimir 效应

- [1] Casimir H B G 1948 Proc. K. Ned. Akad. Wet. 51 793
- [2] Lifshitz E M 1956 Sov. Phys. JETP 2 73
- [3] Bordag M , Mohideen U , Mostepanenko V M 2001 Phys. Rep. 353 1
- [4] Kupiszewska D "Mostowski J 1990 Phys. Rev. A 41 4636
- [5] Tomaš M S 2002 Phys. Rev. A 66 052103
- [6] Raabe C ,Knöll L ,Welsch D G 2003 Phys. Rev. A 68 033810
 Raabe C ,Knöll L ,Welsch D G 2004 Phys. Rev. A 69 019901 , Erratum
- [7] Klimchitskaya G L , Mohideen U , Mostepanenko V M 2000 Phys. Rev. A 61 062107
- [8] Bordag M , Geyer B , Klimchitskaya G L , Mostepanenko V M 2000

强弱的同时,可以将负折射材料介质的折射率色散 曲线的负值区域结构特点与 Casimir 效应联系起来, 即折射率负值区域越宽越深所对应的是 Casimir 效 应越强.此外,当材料的介电常数色散的负值区域与 磁导率色散的负值区域逐渐错开时,负折射率材料 过渡成为单负材料,禁带越来越多地取代了通带,这 时已不易仅单纯地考虑负折射率频带区域的结构对 介质板间 Casimir 效应的影响.

Phys. Rev. Lett. 85 503

- [9] Brown L S , Maclay G J 1969 Phys. Rev. 184 1272
- [10] Smith D R ,Padilla W J ,Vier D C ,Nemat-Nasser S C Schultz S 2000 Phys. Rev. Lett. 84 4184
- [11] Parazzoli C G ,Greegor R B ,Li K ,Koltenbah B E C ,Tanielian M 2003 Phys. Rev. Lett. 90 107401
- [12] Veselago V G 1968 Sov. Phys. Usp. 10 509
- [13] Xu J P, Wang L G, Yang Y P 2006 Acta Phys. Sin. 55 2765 (in Chinese)[许静平、王立刚、羊亚平 2006 物理学报 55 2765]
- [14] Smith D R ,Kroll N 2000 Phys. Rev. Lett. 85 2933
- [15] Tomaš M S 1995 Phys. Rev. A 51 2545

Influence of negative refractive material on Casimir effect*

Zeng Ran^{1,2})[†] Xu Jing-Ping²) Yang Ya-Ping²) Liu Shu-Tian¹)

1 Department of Physics ,Harbin Institute of Technology ,Harbin 150001 ,China)
 2 Department of Physics ,Tongji University ,Shanghai 200092 ,China)
 (Received 24 January 2007 ; revised manuscript received 9 April 2007)

Abstract

Three-dimensional Casimir force between two negative-refractive-material slabs is calculated. For the negative-refractive material characterized by dispersive permittivity and permeability of Drude-Lorentz type, the structure of negative refraction frequency band is determined by characteristic frequencies. The different width and depth of the negative refraction frequency bands correspond to reflection properties of different medium, and thus influences the magnitude of Casimir effect between the slabs.

Keywords: Casimir effect, negative refractive materials, Drude-Lorentz permittivity and permeability PACC: 4250, 4270, 7820, 0365

^{*} Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2006CB302901), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10674103) and the Phosphor Tracing Plan of Shanghai Science Committee (Grant No. 040MH1407).

[†] Corresponding author. E-mail :rz1008@gmail.com