

超常介质中暗孤子的形成和传输特性研究*

刘海兰 文双春† 熊 敏 戴小玉

(湖南大学计算机与通信学院,长沙 410082)

(2007 年 1 月 4 日收到,2007 年 3 月 24 日收到修改稿)

利用一种扩展的双曲函数级数方法求解超常介质中的传输方程,得到了各种不同情形下的暗孤子解,分析了可控自陡效应和二阶非线性色散效应对孤子形成和传输特性的影响.结果表明,超常介质中负的自陡效应使得暗孤子的中心位置随传输距离向脉冲前沿方向漂移,与常规介质中自陡效应(恒为正)的作用相反,特别是,由于二阶非线性色散的作用,使得在没有线性群速度色散的情形下同样可形成孤子,而且在反常线性色散情形也可形成暗孤子.

关键词:孤子,超常介质,自陡效应,二阶非线性色散

PACC:4265S,4270Y

1. 引 言

孤子是自然界中一种很普遍的现象.在很多物理学的分支,包括光学,都发现了孤子,并对其进行了广泛研究^[1].以前关于孤子的研究主要基于自然界的各种非线性色散介质.在非线性色散介质中,孤子是由介质的非线性和色散效应之间的相互作用平衡的结果^[1].当非线性和群速度色散作用相反时,也就是说正的非线性在反常色散区,负的非线性在正常色散区,它们之间的相互作用会导致亮孤子的产生,反之则导致暗孤子的产生.

最近几年,超常介质成为当今科技前沿.超常介质(metamaterial)是人工合成材料,这些材料具有自然界存在的材料所没有的特性.如负折射介质就是一种典型的超常介质,它同时具有负的介电常数($\epsilon < 0$)和负的磁导率($\mu < 0$)^[2].电磁波在这种介质中传播时,其波矢 k 、电场 E 以及磁场 H 形成了不同于传统介质右手关系的左手关系,因此有时又把这种介质称为左手物质以区别于传统介质的右手物质.负折射介质还具有一些独特的性质:逆 Dopple 效应,逆 Snell 效应,逆光压,负 Cerenkov 辐射^[2],负的折射率^[3,4],逆的 Goos-Hanchen 相移^[5,6],隧道效应^[7]等等.最初负折射材料主要是在微波区,最近,

也有文献从实验上证实可以在红外和光学区实现负折射^[8-10].随着研究的深入,对负折射介质的研究也开始转向非线性性质的研究,这源于非线性负折射介质也可人工构造出来.例如,Zharov 等将开口环谐振腔和金属导线阵列构成的负折射介质嵌入到非线性的电介质中可以实现三阶非线性超常介质^[11].非线性超常介质的实现,将大大拓展传统非线性光学的研究领域,并将导致开发出大量的新型光电子器件.近年来,也有一些作者研究了超短脉冲在非线性的负折射介质中的传输特性^[12-20].在文献[16]中,Lazarides 和 Tsironis 等人在非线性极化和磁化条件下推出了脉冲在各向同性、均匀超常介质中的准一维耦合非线性薛定谔方程,基于这组方程,Kourakis 等人研究了电磁波在负折射介质中的非线性稳定性^[17],得到了耦合平面波解的调制稳定性规律. Scalora 等人研究了脉宽大于几十个光学周期的脉冲在非线性的负折射介质中的传输特性,通过忽略磁场非线性,得到了一个推广的非线性 Schrödinger 方程^[18].Wen 等人建立了几个光学周期的超短脉冲在非线性的超常介质中的传输方程,并确认了色散磁导率在超短脉冲传输方面的作用,发现它在非线性传输方程中导致可控的自陡效应项和各阶非线性色散项^[19,20].本文利用一种扩展的双曲函数级数方法求解超常介质中的非线性传输方程,并得到了不同情

* 国家自然科学基金(批准号:10674045,10576012)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: scwen@hnu.cn

形下特殊的暗孤子解,通过得到的暗孤子解着重分析了常规光学介质不曾有的色散磁导率所导致的可控自陡效应和二阶非线性色散效应对孤子形成和传输特性的影响.我们发现超常介质中负的自陡效应使得孤子脉冲的中心位置随传输距离向脉冲前方向漂移,与常规介质中自陡效应(恒为正)的作用相反.特别重要的是,由于二阶非线性色散的作用,在没有线性群速度色散的情形下同样可形成孤子,而且在反常群速度色散情形也可形成暗孤子.

2. 超常介质中超短脉冲传输的理论模型

考虑一维空间情形并假设电场在 x 方向偏振.在具有三阶极化非线性的各向同性均匀介质中,脉冲电场包络 A 满足如下方程^[19,20]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial Z} = & i \sum_{m=2}^{\infty} \frac{i^m \beta_m}{m!} \frac{\partial^m A}{\partial T^m} + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{i^{m+1} \gamma_m}{m!} \\ & \times \left(1 + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T} \right) \frac{\partial^m}{\partial T^m} (|A|^2 A) \\ & + \frac{i}{2k_0} \left(\frac{\partial^2 A}{\partial Z^2} - \frac{2}{V} \frac{\partial^2 A}{\partial T \partial Z} \right), \quad (1) \end{aligned}$$

这儿已采用移动坐标系, $T = t - z/V$, $Z = z$, V 是群速度.其中 β_m 是 m 阶色散系数, $\gamma_m = m \omega_0 \epsilon_0 \chi^{(3)} E_m$ ($2k_0$) 是非线性系数, $\chi^{(3)}$ 为三次非线性电极化率, $E_m = \partial^m [\omega \mu(\omega)](m \omega^m)|_{\omega=\omega_0}$. 作近似 $\frac{\partial^2 A}{\partial Z^2} \approx$

$i \gamma_0 \frac{\partial}{\partial Z} (|A|^2 A)$, $\frac{\partial^2 A}{\partial T \partial Z} \approx i \gamma_0 \frac{\partial}{\partial T} (|A|^2 A)$, 并忽略对非线性项的三阶及以上求导数项,方程(1)变成

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial Z} = & i \sum_{m=2}^{\infty} \frac{i^m \beta_m}{m!} \frac{\partial^m A}{\partial T^m} + i \gamma_0 \left[|A|^2 A - \sigma |A|^4 A \right. \\ & \left. + i S_1 \frac{\partial}{\partial T} (|A|^2 A) - S_2 \frac{\partial^2}{\partial T^2} (|A|^2 A) \right] \quad (2) \end{aligned}$$

式中 $\sigma = \gamma_0(2k_0)$, $S_1 = 1/\omega_0 - (k_0 V)^{-1} + \gamma_1/\gamma_0$, $S_2 = \gamma_1(\omega_0 \gamma_0) - \beta_2(4k_0) + \gamma_2(2\gamma_0)$. 它们分别表示五阶非线性,自陡峭和二阶非线性色散效应,其中 $k_0 = n(\omega_0)\omega_0/c$, 表示介质在载波频率为 ω_0 时的波数, $n(\omega_0)$ 是介质在中心频率为 ω_0 时的折射率.对于负折射介质,波矢 k_0 为负,与传统正折射介质中的方向相反,若为自聚焦材料, $\gamma_0 > 0$, 则对于负折射介质 σ 恒小于零.与传统正折射材料中超短脉冲的传输方程^[1]相比,方程(1)的不同之处在于由

于色散磁导率导致了自陡峭效应项(S_1)可控,且出现特有的高阶非线性色散项(这里保留到二阶).

在超常介质中 ϵ 和 μ 必定是色散的,它们的色散关系可通过 Drude 模型^[21]来描述,即

$$\begin{aligned} \epsilon(\omega) = & \epsilon_0 \left[1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega + i\gamma_e)} \right], \\ \mu(\omega) = & \mu_0 \left[1 - \frac{\omega_{pm}^2}{\omega(\omega + i\gamma_m)} \right], \quad (3) \end{aligned}$$

其中 ω_{pe} 和 ω_{pm} 分别为电场和磁场的等离子体频率; γ_e 和 γ_m 为相应的电场和磁场损耗项,为简单起见,在后面的分析中我们忽略它们.

为了便于计算,将方程(2)进行归一化.假设 $\tau = T/T_0$, $\zeta = Z/L_D$, $u = A/A_0$, 其中 A_0 为初始脉冲振幅,并且定义 $L_D = T_0^2/|\beta_2|$ 为群速度色散长度, $L_{NL} = 1/(\gamma_0 A_0^2)$ 为非线性长度, $L_{SNL} = 1/(\gamma_0 A_0^4 \sigma)$ 为饱和非线性长度, $L_{SS1} = T_0/(\gamma_0 A_0^2 S_1)$ 为自陡长度, $L_{SS2} = T_0/(\gamma_0 A_0^2 S_2)$ 为由色散磁导率导致的二阶非线性色散长度.方程(2)转化为

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \zeta} = & -\frac{ia}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + b \frac{\partial^3 u}{\partial \tau^3} \\ & + iN \left[|u|^2 u - p |u|^4 u \right. \\ & \left. + is_1 \frac{\partial}{\partial \tau} (|u|^2 u) - s_2 \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} (|u|^2 u) \right] \quad (4) \end{aligned}$$

这儿我们保留线性色散至三阶.其中 $a = \text{sgn}(\beta_2) = \pm 1$, 分别代表正常和反常群速度色散, $b = |L_D|/(6L_{D3})$, $L_{D3} = T_0^3/\beta_3$, $N = L_D/L_{NL}$, $p = L_{NL}/L_{SNL} = 1/(2k_0 L_{NL})$, $s_1 = L_{NL}/L_{SS1}$, $s_2 = L_{NL}/L_{SS2}$. 在无损耗 Drude 模型下,可求得

$$\begin{aligned} b = & \frac{2s}{n} \frac{\omega_{pm}^2 \omega_{pe}^2}{\omega_0^4} \left| \frac{1 + 3\omega_{pm}^2 \omega_{pe}^2 / \omega_0^4}{n} - \frac{(1 - \omega_{pm}^2 \omega_{pe}^2 / \omega_0^4)}{n^3} \right|^{-1}, \\ p = & \frac{s^2}{2n} \left| \frac{1}{n} \left(1 + \frac{3\omega_{pm}^2 \omega_{pe}^2}{\omega_0^4} \right) - \frac{(1 - \omega_{pm}^2 \omega_{pe}^2 / \omega_0^4)}{n^3} \right|, \\ s_1 = & s \left(1 + \frac{\omega_{pm}^2 \omega_{pe}^2 - \omega_0^4}{n^2 \omega_0^4} - \frac{\omega_{pm}^2 + \omega_0^2}{\omega_{pm}^2 - \omega_0^2} \right), \\ s_2 = & s^2 \left[\frac{\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega_{pm}^2)} - \frac{1}{4n^2} \left(1 + \frac{3\omega_{pm}^2 \omega_{pe}^2}{\omega_0^2} \frac{\omega_{pm}^2}{\omega_0^2} \right) \right. \\ & \left. + \frac{1}{4n^4} \left(1 - \frac{3\omega_{pe}^2 \omega_{pm}^2}{\omega_0^2} \frac{\omega_{pm}^2}{\omega_0^2} \right)^2 \right]. \quad (5) \end{aligned}$$

式中 $s = 1/(\omega_0 T_0)$. 所以,对于给定的 s 值, b , p , s_1 和 s_2 的值可由方程(5)确定.

3. 传输模型的精确孤子解及其特性

为简单起见,考虑 $N=1$ 的情况.我们按照扩展双曲级数方法^[22-24]来解方程(4).令

$$u(\zeta, \tau) = Q(\xi) \exp[i(K\zeta - \Omega\tau)], \quad (6)$$

其中 $\xi = \zeta - Ct$ (C 为待定常数),将(6)式代入(4)式,不考虑快变部分得

$$\begin{aligned} & -CQ_\xi - i\Omega Q \\ &= -\frac{ia}{2}(Q_{\xi\xi\xi} + 2iKQ_\xi - K^2Q) \\ &+ KQ_{\xi\xi\xi} + 3iKQ_{\xi\xi} - 3K^2Q_\xi - iK^3Q + iQ^3 \\ &- ipQ^5 - s_1(3Q^2Q_\xi + iQ^3K) \\ &- is_2(6QQ_\xi^2 + 3Q^2Q_{\xi\xi} + i6KQ^2Q_\xi - K^2Q^3). \quad (7) \end{aligned}$$

分开实部和虚部得方程组

$$fQ_\xi + CQ_\xi + gQ^2Q_\xi + bQ_{\xi\xi\xi} = 0, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & C_1Q + C_2Q_{\xi\xi} + C_3Q^5 + C_4Q^3 \\ &+ C_5QQ_\xi^2 + C_6Q^2Q_{\xi\xi} = 0, \quad (9) \end{aligned}$$

其中 $f = aK - 3bK^2$, $g = -3s_1 + 6Ks_2$, $C_1 = \Omega + aK^2/2 - bK^3$, $C_2 = 3bK - a/2$, $C_3 = -p$, $C_4 = 1 - s_1K + s_2K^2$, $C_5 = -6s_2$, $C_6 = -3s_2$.

根据扩展双曲函数级数方法,令

$$Q(\xi) = \sum_{j=0}^m A_j(\mathcal{T}(\xi))^j, \quad \mathcal{T}_\xi = B + T^2(\xi), \quad (10)$$

将(10)式代入(8)式和(9)式,为了平衡 Q^5 , $Q^2Q_{\xi\xi}$ 和 QQ_ξ^2 , 易得 $m=1$, 且有

$$\begin{aligned} & f(A_1B + A_1T^2) + C(A_1B + A_1T^2) \\ &+ g(A_0 + A_1T)(A_1B + A_1T^2) \\ &+ K(2A_1B^2 + 8A_1BT^2 + 6A_1T^4) = 0, \quad (11) \\ & C_1(A_0 + A_1T) + C_2(2A_1BT + 2A_1T^3) \\ &+ C_3(A_0 + A_1T)^5 + C_4(A_0 + A_1T)^3 \\ &+ C_5(A_0 + A_1T)(A_1B + A_1T^2)^3 \\ &+ C_6(A_0 + A_1T)(2A_1BT + 2A_1T^3) = 0. \quad (12) \end{aligned}$$

令(11)式中 $\mathcal{T}(\xi)$ 的不同次幂的系数和常数项为 0 得

$$T^4(6A_1b + A_1^3g) = 0, \quad (13)$$

$$T^3(2A_0A_1^2g) = 0, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & T^2(3A_1bB + A_1C + A_1f \\ &+ A_0^2A_1g + A_1^3Bg) = 0, \quad (15) \end{aligned}$$

$$T(2A_0A_1^2Bg) = 0. \quad (16)$$

常数项

$$2A_1bB^2 + A_1BC + A_1Bf + A_0^2A_1gB = 0. \quad (17)$$

令(12)式中 $\mathcal{T}(\xi)$ 的不同次幂的系数和常数项为 0 得

$$T^5(A_1^5C_3 + A_1^3C_5 + 2A_1^3C_6) = 0, \quad (18)$$

$$T^4(5A_0A_1^4C_3 + A_0A_1^2C_5 + 4A_0A_1^2C_6) = 0, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & T^3(2A_1C_2 + 10A_0^2A_1^3C_3 + A_1^3C_4 \\ &+ 2A_1^3BC_5 + 2A_0^2A_1C_6 + 2A_1^3BC_6) = 0, \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & T^2(10A_0^3A_1^2C_3 + 3A_0A_1^3C_4 \\ &+ 2A_0A_1^2BC_5 + 4A_0A_1^2BC_6) = 0, \quad (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & T(A_1C_1 + 2A_1BC_2 + 5A_0^4A_1C_3 \\ &+ 3A_0^2A_1C_4 + A_1^3B^2C_5 + 2A_0^2A_1BC_6) = 0. \quad (22) \end{aligned}$$

常数项

$$A_0C_1 + A_0^5C_3 + A_0^3C_4 + A_0A_1^2B^2C_5 = 0. \quad (23)$$

用 mathematic 求解(13)~(23)方程组,可解得

第一种情况 当 $s_1=0$, $b=0$, $s_2=0$, $p=0$ 时,

$$A_0=0, A_1 = \pm\sqrt{a}, B = \frac{aK^2 + 2\Omega}{2a},$$

$$C = -aK. \quad (24)$$

根据扩展双曲级数方法,当 $B < 0$, 即 $aK^2 + 2\Omega < 2a$ 时,方程(1)有孤子解:

$$\begin{aligned} Q(\xi) &= A_1\mathcal{T}(\xi) = -A_1\sqrt{-B}\tanh(\sqrt{-B}\xi) \\ &= \sqrt{-\frac{aK^2 + 2\Omega}{2}} \\ &\times \tanh\left(\sqrt{-\frac{aK^2 + 2\Omega}{2a}}(\zeta - C\tau)\right). \quad (25) \end{aligned}$$

这种情况下方程(1)退化到标准非线性 Schrödinger 方程,孤子解的形式与以前许多文献相同,当(25)式中系数 K, Ω 取一定值时,如 $K=0, \Omega=-1$ 时能得到与文献[1]完全相同的解.

第二种情况 当 $s_1 \neq 0$, $b \neq 0$, $s_2=0$, $p=0$, $a = \chi(b + 2bKs_1)/s_1$ 时,

$$A_0=0, A_1 = \pm\sqrt{2b/s_1},$$

$$B = \frac{8b^3 - 2a^2bs_1^2 + a^3s_1^3 + b^2(-4as_1 + 64s_1^3\Omega)}{32b^2s_1^2(6b - as_1)},$$

$$C = \frac{2K(-2b + as_1 + 2s_1^3\Omega)}{(-6b + as_1)s_1^2}. \quad (26)$$

当 $b/s_1 > 0$, 即自陡效应和三阶色散效应符号相同时,在 $B < 0$ 情况下,方程(1)有孤子解

$$\begin{aligned} Q(\xi) &= \sqrt{-\frac{K(aK^2 - 2bK^3 + 2\Omega)}{s_1(a - 6bK)}} \\ &\times \tanh\left(\sqrt{-\frac{aK^2 - 2bK^3 + 2\Omega}{\chi(a - 6bK)}}(\zeta - C\tau)\right), \quad (27) \end{aligned}$$

其中 $K = (as_1 - 2b)/4bs_1$.

由于在此情形自陡效应和三阶色散效应必须同时出现且符号相同时才能形成暗孤子,如(26)式所

示,所以,为突出可控的自陡效应对孤子传输的影响,我们令三阶色散趋于零,即在零三阶色散附近考察孤子的特性.图1所示给出了 $s_1 > 0$ 和 $s_1 < 0$ 两种情形下暗孤子的传输图.由图1可以看出,自陡效应对暗孤子的作用主要是使孤子中心产生漂移,当自陡效应为正时,如图1(a)所示,暗孤子的中心位置随传输距离向脉冲后沿方向漂移,与常规介质如光纤中自陡效应(恒为正)的作用相同.而当自陡效应为负时,如图1(b)所示,暗孤子的中心位置随传输距离向脉冲前沿方向漂移,与常规介质中自陡效应的作用完全相反.

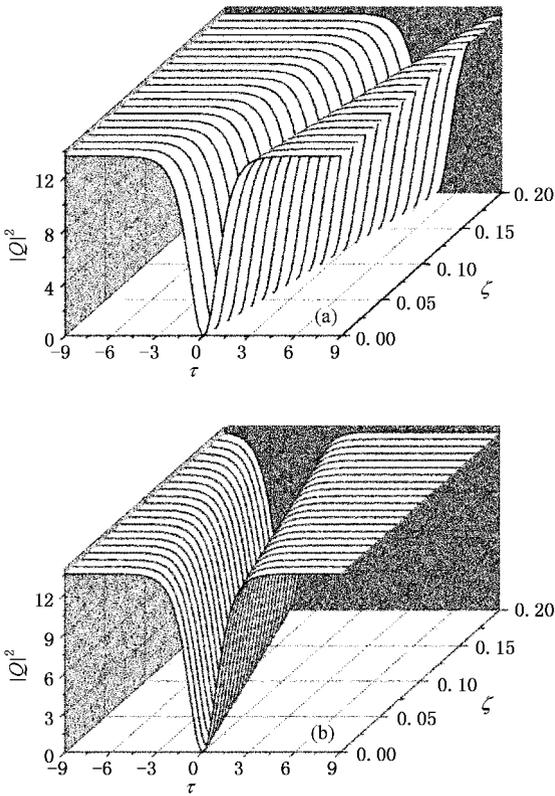


图1 正常群速度色散情形 $a=1$ 零三阶色散附近 (a) $s_1 = 0.5$, (b) $s_1 = -0.5$ 时暗孤子的强度图

第三种情况 当 $s_1 = 0, b = 0, K = 0, s_2 \neq 0, p \neq 0$ 时,

$$A_0 = 0, A_1 = \pm \sqrt{-\frac{12s_2}{p}},$$

$$B = \frac{ap + 12s_2}{216s_2^2}, C = 0. \quad (28)$$

当 $B < 0$ 时,方程(1)有孤子解

$$Q(\xi) = \sqrt{\frac{ap + 12s_2}{18s_2p}}$$

$$\times \tanh\left(\sqrt{-\frac{ap + 12s_2}{216s_2^2}}(\xi - C\tau)\right). \quad (29)$$

由(28)和(29)式可看出,二阶非线性色散 s_2 对暗孤子的形成和传输有重要影响,与群速度色散的作用有相似之处.首先,我们考虑一种极端情形,即令群速度色散等于0($a = 0$).此时我们从(29)式可以发现,当 $p > 0$ 且 $s_2 < 0$ 时,暗孤子解同样存在,这是由于二阶非线性色散充当了线性群速度色散的角色.这在常规的介质中是不可能的事情.图2(a)所示显示了此种情况下的孤子强度图.

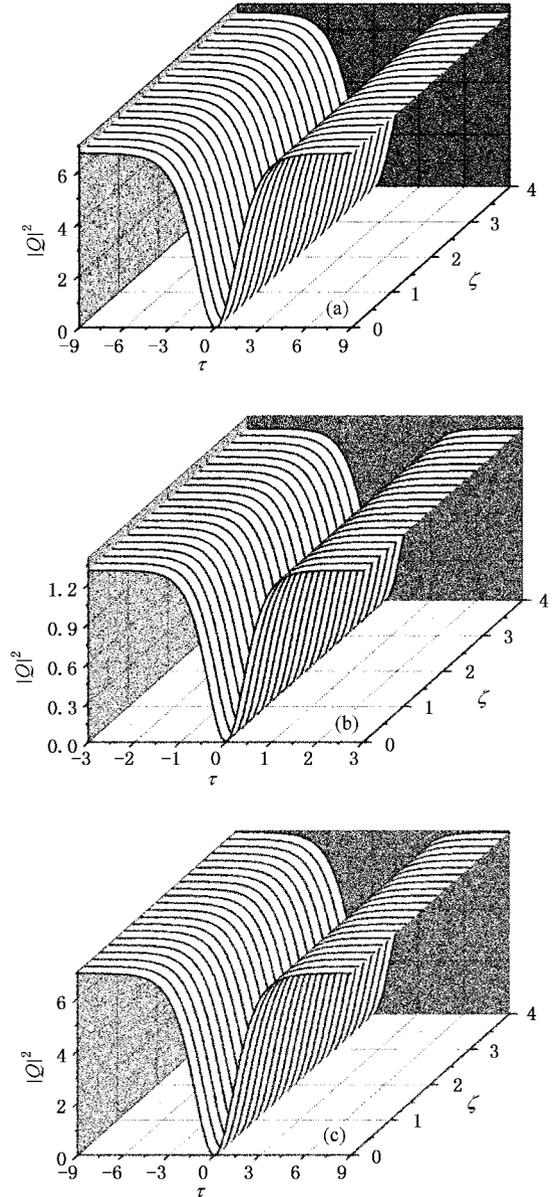


图2 (a)零群速度色散情形 $a = 0, s_2 = -0.2, p = 0.1$ (b)正常群速度色散情形 $a = 1, s_2 = 0.02462, p = -0.70092$ (c)反常群速度色散情形 $a = -1, s_2 = -0.2, p = 0.1$ 时暗孤子的强度图

其次,考虑群速度色散不等于 0 的情况.此种情况下,在常规介质中通常在正常色散情形才能形成暗孤子,图 3(b)所示显示了正常色散情形下的孤子强度图.有趣的是,由于二阶非线性色散的作用,在反常色散情形下,也能形成暗孤子.这可从(29)式看出:令 $a = -1$,当 $s_2 < 0$ 且 $p > 0$ 时暗孤子解同样存在.此时暗孤子的强度图如图 3(c)所示.

此外,从(28)和(29)式可以看出,由于常数 C 为零,所以二阶非线性色散并不像自陡峭效应那样使孤子的中心产生漂移.这从图 3(a)(b)(c)也可看出.

第四种情况 当 $s_1 \neq 0, b = 0, s_2 \neq 0, p \neq 0, K =$

$\frac{s_1}{2s_2}$ 时

$$\begin{aligned} A_0 &= 0, A_1 = \pm \sqrt{-\frac{12s_2}{p}}, \\ B &= \frac{ap - 3s_1^2 + 12s_2}{216s_2^2}, \\ C &= -\frac{as_1}{2s_2}. \end{aligned} \quad (30)$$

在此情况下,当 $B < 0$ 时,方程(1)有孤子解

$$\begin{aligned} \chi(\xi) &= \sqrt{\frac{2s_2(apK^2 + 6Ks_1 - 3K^2s_1^2)}{9ps_1^2}} \\ &\times \tanh\left(\sqrt{-\frac{apK^2 + 6Ks_1 - 3K^2s_1^2}{54s_1^2}}(\zeta - C\tau)\right). \end{aligned} \quad (31)$$

不同情形下暗孤子的强度图如图 3 所示.从图 3 可以看出,1)自陡峭效应并不使由二阶非线性色散引起的暗孤子的中心位置产生偏移,如图 3(a)所示.这一点从(30)式中的 C 在 $a = 0$ 时等于 0 也可以得出.2)无论是在正常还是反常 GVD 情形,暗孤子的中心位置都因自陡峭效应的作用而产生向左或向右偏移,这从(30)式中的 C 也可以得出,孤子的偏移方向取决于 a, s_1 和 s_2 的符号的组合,当它们的符号组合使得 C 为正时则孤子的中心位置向脉冲后沿偏移,为负时则向前沿偏移,如图 3(b)和 3(c)所示.

第五种情况 当 $s \neq 0, bp = -\alpha(s_1s_2 - 2Ks_2^2)$,

$$\begin{aligned} A_0 &= 0, A_1 = \pm \sqrt{-\frac{12s_2}{p}}, \\ B &= \frac{-5b^2p^2 - 36bps_1s_2 + 12s_2^2(ap - 3s_1^2 + 12s_2)}{2592s_2^4}, \\ C &= \frac{4b^3p^2 + 45b^2ps_1s_2 - 81as_1s_2^3 - 3bs_2^2(5ap - 42s_1^2 + 6s_2)}{162s_2^4}, \end{aligned} \quad (32)$$

当 $B < 0$ 时,方程(1)有孤子解

$s_2 \neq 0, p \neq 0$ 时,

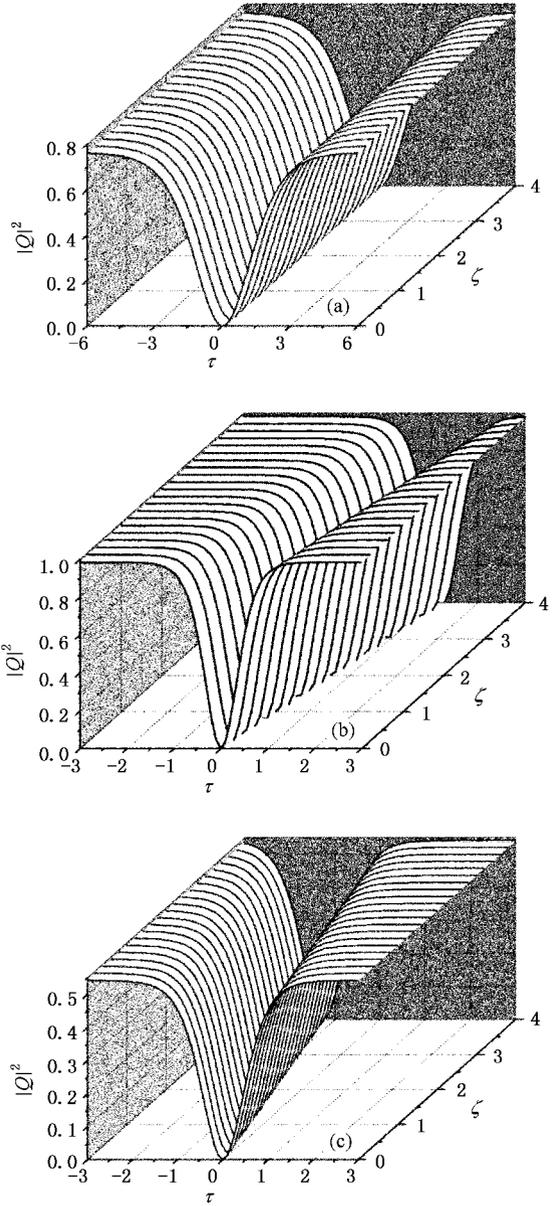


图 3 (a)零群速度色散情形($a = 0$) $s_1 = -1.593, s_2 = 0.25131, p = -1.332$ 时 (b)正常群速度色散情形($a = 1$) $s_1 = -1.593, s_2 = 0.25131, p = -1.332$ 时 (c)反常群速度色散情形($a = -1$) $s_1 = -1.593, s_2 = 0.25131, p = -1.332$ 时暗孤子的强度图

$$Q(\xi) = \sqrt{\frac{2b - (a - 4bK)s_1 + 2Ks_2(a - 5bK)}{3bp}} \times \tanh\left(\sqrt{\frac{2b - (a - 4bK)s_1 + 2Ks_2(a - 5bK)}{36bs_2}}(\zeta - C\tau)\right). \quad (33)$$

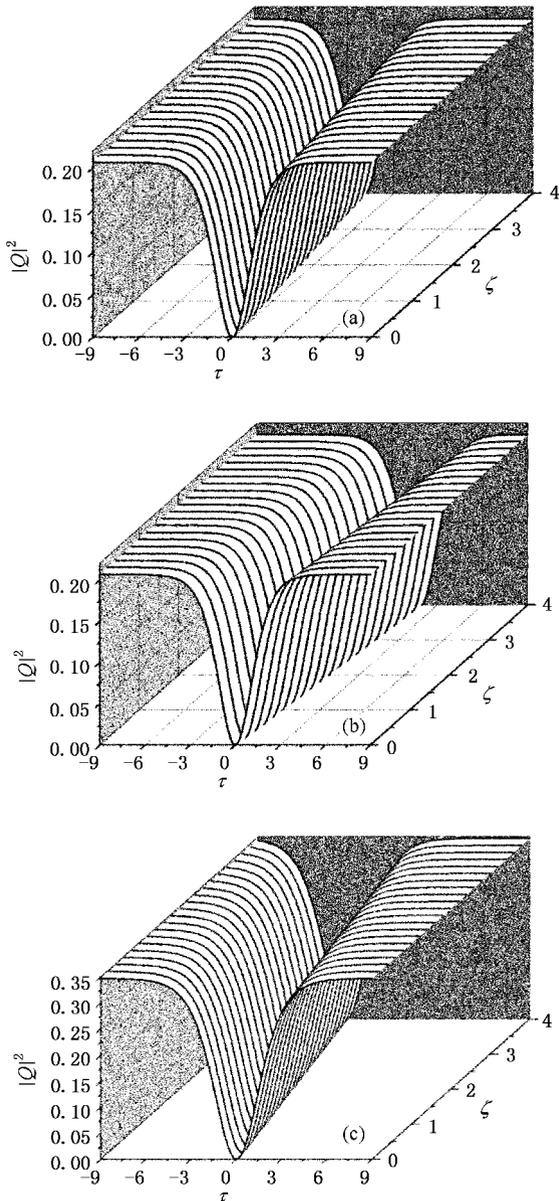


图4 正常群速度色散情形 ($a=1$)下 (a) $s_1=0, s_2=0.25131, b=-0.5, p=-1.332$ 时 (b) $s_1=0, s_2=0.25131, b=0.5, p=-1.332$ 时 (c) $s_1=-1.593, s_2=0.25131, b=-0.16399, p=-1.332$ 时暗孤子的强度图

图4所示是正常群速度色散情形下的暗孤子传输演变图.图4(a)和4(b)表明在没有自陡效应的情况下孤子中心也产生了漂移,这种漂移是由三阶色散效应引起的.正、负三阶色散分别使孤子随传输距离向脉冲后沿和前沿偏移,分别与正、负自陡效应使孤子随传输距离偏移的方向相同.当同时考虑三阶色散、自陡效应、二阶非线性色散和五阶非线性时,暗孤子的中心位置随着传输距离向脉冲前沿偏移,因为此时自陡和三阶色散均为负,从而均使孤子的中心位置向脉冲前沿偏移,如图4(c)所示.

4. 结 论

利用一种扩展的双曲函数级数方法求解了超常介质中的超短脉冲传输方程,得到了各种不同情形下的暗孤子解,分析了超常介质的特性对暗孤子形成和传输的影响.结果表明,在超常介质中,可调的介质特性参数如色散磁导率导致可控的自陡效应,这种可控的自陡效应可控制孤子中心位置的漂移.负自陡效应使得孤子脉冲的中心位置随传输距离向脉冲前沿方向漂移,这与常规介质中自陡效应(恒为正)的作用正好相反.特别值得关注的是,由超常介质的色散磁导率导致的二阶非线性色散使得在没有线性色散的情形下也可形成孤子,而且在反常线性色散情形下也可形成暗孤子,这在常规介质中是不可能的,因为在常规介质中暗孤子的形成是由于正常色散和自聚焦非线性平衡的结果.本文的结果为孤子物理提供了新的视角.

- [1] Kivshar Y S ,Agrawal G P 2003 *Optical Solitons : From Fibers to Photonic Crystals* (San Diego : Academic Press)
- [2] Veselago V G 1968 *Sov. Phys. Usp.* **10** 509
- [3] Smith D R ,Kroll N 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 2933
- [4] Zheng Q ,Zhao X P ,Fu Q H ,Zhao Q ,Kang L ,Li M M 2005 *Acta Phys. Sin* **54** 5683 (in Chinese) [郑 晴、赵晓鹏、付全红、赵乾、康 雷、李明明 2005 物理学报 **54** 5683]
- [5] Berman P R 2002 *Phys. Rev. E* **66** 067603
- [6] Xiang Y J ,Wen S C ,Tang K S 2006 *Acta Phys. Sin* **55** 2714 (in Chinese) [项元江、文双春、唐康淞 2006 物理学报 **55** 2714]
- [7] Chen L ,He S L ,Shen L F 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2386 (in Chinese) [陈 林、何赛灵、沈林放 2003 物理学报 **52** 2386]
- [8] Berrier A ,Mulot M ,Swillo M ,Qiu M ,Thylen L ,Talneau A ,Anand S 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 73902
- [9] Schonbrun E ,Tinker M ,Park W ,Lee J B 2005 *IEEE Photon. Technol. Lett.* **17** 1196
- [10] Shalaev V M ,Cai W ,Chettiar U K ,Yuan H ,Sarychev A K ,Drachev V P ,Kildishev A V 2005 *Opt. Lett.* **30** 3356
- [11] Zharov A A ,Shadrivov I V ,Kivshar Y S 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 037401
- [12] O'Brien S ,McPeake D ,Ramakrishna S A ,Pendry J B 2004 *Phys. Rev. B* **69** 241101
- [13] Lapine M ,Gorkunov M ,Ringhofer K H 2003 *Phys. Rev. E* **67** 065601
- [14] Agranovich V M ,Shen Y R ,Baughman R H ,Zakhidov A A 2004 *Phys. Rev. B* **69** 165112
- [15] Hu Y H ,Fu X Q ,Wen S C ,Su W H ,Fan D Y 2006 *Chin. Phys. Lett.* **15** 2970
- [16] Lazarides N ,Tsironis G P 2005 *Phys. Rev. E* **71** 036614
- [17] Kourakis I ,Shukla P K 2005 *Phys. Rev. E* **72** 016626
- [18] Scalora M ,Syrchin M S ,Akozbeq N ,Poliakov E Y ,D'Aguzzo G ,Mattiucci N ,Bloemer M J ,Zhelitikov A M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 013902
- [19] Wen S C ,Wang Y W ,Xiang Y J ,Fu X Q ,Fan D Y 2006 *Phys. Rev. E* **73** 036617
- [20] Wen S C ,Xiang Y J ,Su W H ,Fu X Q ,Fan D Y 2006 *Opt. Exp.* **14** 1568
- [21] Pendry J B 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966
- [22] Fan E 2000 *Phys. Lett. A* **277** 212
- [23] Yan Z 2001 *Phys. Lett. A* **292** 100
- [24] Fan E 2001 *Phys. Lett. A* **282** 18

Formation and propagation of dark solitons in metamaterials^{*}

Liu Hai-Lan Wen Shuang-Chun[†] Xiong Min Dai Xiao-Yu

(School of Computer and Communication ,Hunan University ,Changsha 410082 ,China)

(Received 4 January 2007 ; revised manuscript received 24 March 2007)

Abstract

We use an extended Tanh-function expansion method to solve the nonlinear equation for ultrashort pulse propagation in metamaterial, and obtain dark solitary solutions in various cases. Further, we study the influence of the controllable self-steepening effect and the second-order nonlinear dispersion on the formation and propagation of dark solitons in metamaterials. It is found that the negative self-steepening effect in metamaterial makes the soliton center move to the leading side opposite to the moving direction of soliton in ordinary materials in which the self-steepening effect is always positive. Most importantly, due to the role of the second-order nonlinear dispersion, dark solitons can be formed in the medium without linear dispersion or with an anomalous linear dispersion.

Keywords : solitons , metamaterial , self-steepening , second-order nonlinear dispersion

PACC : 4265S , 4270Y

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10674045 and 10576012).

[†] Corresponding author. E-mail : scwen@hnu.cn