

# 非简并四波混频体系中双模光场的纠缠特性\*

邓文武<sup>1)2)</sup> 郑俊<sup>1)</sup> 谭华堂<sup>1)</sup> 李高翔<sup>1)</sup>

1) 华中师范大学物理科学与技术学院, 武汉 430079)

2) 咸宁学院物理系, 咸宁 437005)

(2007 年 3 月 10 日收到, 2007 年 5 月 28 日收到修改稿)

利用非简并四波混频体系制备出稳定的连续变量的纠缠态, 研究了纠缠随时间的演化情况. 同时, 得到双模光场的特征函数. 经分析可知, 在强抽运光的作用下此体系相当于一个光学参量放大器; 在满足一定的条件下, 能够制备出稳定的连续变量的量子纠缠态, 并且纠缠的程度与双光子抽运光强度、合作参量及失谐频率有关.

关键词: 连续变量, 三能级, 高斯态, 参量放大器

PACC: 4250, 0365

## 1. 引言

量子纠缠态是量子信息和量子计算中的基本资源. 如何制备量子纠缠态是量子光学和量子信息科学的一个重要问题. 最初的一些量子信息和量子计算处理方案都是针对离散变量的量子体系提出来的. 近几年, 连续变量的量子信息和量子计算处理方案引起了广泛的关注, 实验上已经成功地实现了连续变量量子体系的隐形传输 (quantum teleportation)<sup>[1-3]</sup>、量子密集编码 (quantum dense coding)<sup>[4,5]</sup> 和量子纠缠转移 (entanglement swapping)<sup>[6]</sup>. 因此, 制备和研究连续变量的纠缠态就成为当今热点之一. 迄今为止, 理论和实验对连续变量纠缠态进行了广泛的研究, 例如利用光参量放大器中的非线性过程<sup>[7,8]</sup>、光纤中的克尔效应<sup>[9]</sup>、腔中囚禁离子<sup>[10-12]</sup>等. 最近, 文献 [13, 14] 研究了双光子关联自发辐射激光的纠缠特性; 对二项式光场与级联三能级原子作用系统的量子纠缠也已有报道<sup>[15]</sup>; Sun 等<sup>[16]</sup>研究了  $N$  个光子的量子纠缠和量子非局域性质; Tan 等<sup>[17]</sup>对在相关联的噪声通道中的连续变量纠缠高斯态的动力学也进行了研究, 发现纠缠态的演化性质依赖于相关联的环境; 同时, 文献 [18, 19] 提出了利用双模腔中的上转换和下转换来制备连续变量纠缠态的理论方案.

文献 [20-23] 曾对多波混频理论进行过广泛的

研究, 他们主要研究了稳态情况下辐射场的压缩性质. 而对于多波混频体系中多模光场的纠缠性质则未见报道. 特别是随着有关多波混频实验技术的发展, 研究多波混频体系中光场的量子纠缠随时间的演化情况便成为一个有意义的课题. 本文讨论了利用非简并四波混频体系得到稳定的连续变量的量子纠缠态, 并研究了纠缠随时间的演化情况. 分析表明, 在一定的条件下能够制备出稳定的连续变量的量子纠缠态.

## 2. 模型及体系的主方程

将图 1 所示的  $N$  个三能级原子置于双模光腔中, 原子的  $|a\rangle$  态与  $|c\rangle$  态有相同的宇称,  $|b\rangle$  态则与  $|a\rangle, |c\rangle$  态的宇称相反, 电偶极跃迁  $|a\rangle \leftrightarrow |b\rangle$ ,  $|b\rangle \leftrightarrow |c\rangle$  与频率为  $\nu_1$  和  $\nu_3$  的腔模耦合, 电偶极禁戒  $|c\rangle \leftrightarrow |a\rangle$  由频率为  $\omega_L$  的经典抽运光通过双光子过程来实现,  $\nu_2$  与原子的本征跃迁频率  $\omega_{ab}$  和  $\omega_{bc}$  相差很大, 以至于可以忽略抽运光与  $|a\rangle \leftrightarrow |b\rangle$  及  $|b\rangle \leftrightarrow |c\rangle$  间的耦合. 图 1 中的失谐量  $\Delta'$ ,  $\Delta$  分别表示为

$$\Delta' = (\omega_{bc} - \nu_2) - \Delta,$$

$$\Delta = \nu_2 - \nu_1,$$

并且定义  $\Gamma_1, \Gamma_3$  分别为  $|a\rangle \rightarrow |b\rangle, |b\rangle \rightarrow |c\rangle$  的衰减系数,  $\gamma_2$  为原子从  $|a\rangle \leftrightarrow |c\rangle$  的双光子衰减速率, 且  $\gamma_2 = 1/T_2$ , 布居差衰减时间系数

\* 国家自然科学基金 (批准号: 60478049, 10674052) 和湖北省自然科学基金 (批准号: 2006ABB015) 资助的课题.

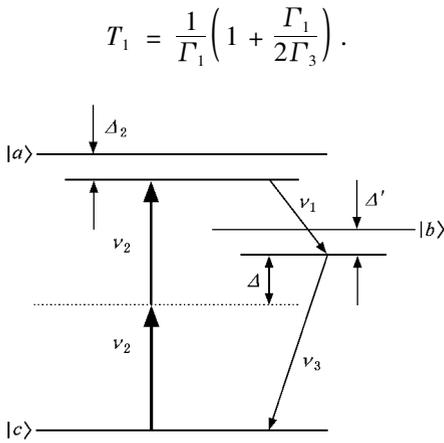


图1 理论模型示意图

在旋波近似下此系统的哈密顿量为( $\hbar = 1$ )

$$H_0 = \nu_1 a_1^\dagger a_1 + \nu_3 a_3^\dagger a_3 + \sum_{i=a,b,c} \omega_i \sigma_{ii} \quad (1a)$$

$$V_{int} = (g_1 a_1 |a \ b| + g_3 a_3 |b \ c| + \Omega \exp(-i\omega_L t) |a \ c|) + \text{H.C.} \quad (1b)$$

式中  $a_1, a_3$  对应腔模 1 和 3 的湮没算符;  $g_1, g_3$  是腔模 1 和 3 与原子的耦合系数;  $\Omega$  为抽运光驱动下原子的拉比频率.

在相互作用绘景中,腔模 1 和 3 的约化密度算符满足如下的运动方程:

$$\frac{d}{dt} \rho = -\text{itr}_{atom} [V_{int}^{(J)} \rho_{AF}] + \Gamma(\rho) \quad (2)$$

式中  $\rho_{AF}$  为原子和场的密度算符,  $\Gamma(\rho)$  反映光腔的损耗. 利用 Scully-Lamb 理论, 可以得到腔模约化密度算符的主方程为<sup>[21]</sup>

$$\begin{aligned} \dot{\rho} = & -A_1(\rho a_1 a_1^\dagger - a_1^\dagger \rho a_1) \\ & - (B_1 + \kappa_1)(a_1^\dagger a_1 \rho - a_1 \rho a_1^\dagger) \\ & - A_3(\rho a_3 a_3^\dagger - a_3^\dagger \rho a_3) \\ & - (B_3 + \kappa_3)(a_3^\dagger a_3 \rho - a_3 \rho a_3^\dagger) \\ & + C_3(a_3^\dagger a_1^\dagger \rho - a_1^\dagger \rho a_3^\dagger) \\ & + D_1(\rho a_3^\dagger a_1^\dagger - a_1^\dagger \rho a_3^\dagger) + \text{H.C.}, \quad (3) \end{aligned}$$

式中  $\kappa_1, \kappa_3$  表示腔模在真空库中的衰减系数,

$$A_1 = \frac{Ng_1^2 M_1}{1 + I_2^2 L_2} \frac{f_a + I_2^2 M_3^* M_2 (4T_1 T_2)}{1 + I_2^2 M_1 M_3^* (4T_1 T_2)}, \quad (4a)$$

$$A_3 = \frac{Ng_3^2 M_3}{1 + I_2^2 L_2} \frac{f_b}{1 + I_2^2 M_1^* M_3 (4T_1 T_2)}, \quad (4b)$$

$$B_1 = \frac{Ng_1^2 M_1}{1 + I_2^2 L_2} \frac{f_b}{1 + I_2^2 M_1 M_3^* (4T_1 T_2)}, \quad (4c)$$

$$B_3 = \frac{Ng_3^2 M_3}{1 + I_2^2 L_2} \frac{f_c - I_2^2 M_1^* M_2 (4T_1 T_2)}{1 + I_2^2 M_1^* M_3 (4T_1 T_2)}, \quad (4d)$$

$$C_3 = \frac{iNg_3^2 M_3 I_2^2}{1 + I_2^2 L_2} \frac{-f_a M_1^* + M_2}{1 + I_2^2 M_1^* M_3 (4T_1 T_2)}, \quad (4e)$$

$$D_3 = \frac{iNg_1^2 M_1 I_2^2}{1 + I_2^2 L_2} \frac{f_c M_3^* + M_2}{1 + I_2^2 M_1 M_3^* (4T_1 T_2)}. \quad (4f)$$

这里  $I_2$  表示双光子抽运光强度,  $N$  为原子数,  $M^*$  表示  $M$  的复共轭,

$$M_\kappa = \frac{1}{\gamma_\kappa + i\Delta_\kappa} \quad (\Delta_1 = \Delta_2 - \Delta', \Delta_2 = \omega_{ac} + \omega_s I_2 - 2\nu_2, \Delta_3 = \Delta'), \quad (5)$$

$$L_2 = \frac{\gamma_2^2}{\gamma_2^2 + \Delta_2^2}, \quad (6)$$

$$f_a = \frac{\Gamma_3}{\Gamma_1 + 2\Gamma_3} I_2^2 L_2,$$

$$f_b = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_1 + 2\Gamma_3} I_2^2 L_2, \quad (7)$$

$$f_c = 1 + f_a.$$

### 3. 腔中双模光场的纠缠特性

下面从(3)式出发在 Wigner 表象中求解腔模的特征函数, 通过分析特征函数对应矩阵负本征值来讨论腔模随时间演化的纠缠性质.

在 Wigner 表象中, 高斯态双模光场的特征函数可定义为<sup>[24, 25]</sup>

$$\begin{aligned} \chi(\xi_a, \xi_b, t) \\ = \text{tr}[\rho(t) \exp(\xi_a a^\dagger + \xi_b b^\dagger + \text{H.C.})]. \quad (8) \end{aligned}$$

假定腔模的初始态为真空态, 那么腔模随时间的演化满足

$$\begin{aligned} \chi(\xi_1, \xi_3, t) = \exp \left[ - \left( a_1^\dagger a_1 + \frac{1}{2} \right) |\xi_1|^2 \right. \\ \left. - \left( a_3^\dagger a_3 + \frac{1}{2} \right) |\xi_3|^2 \right. \\ \left. + a_1 a_3 \xi_1 \xi_3 + a_1^\dagger a_3^\dagger \xi_1^* \xi_3^* \right] \\ = \exp \left( - \frac{1}{2} \xi^+ V \xi \right), \quad (9) \end{aligned}$$

式中

$$\xi^+ = (\xi_1^*, \xi_1, \xi_3^*, \xi_3);$$

$V$  为特征函数的协方差矩阵;  $a_1^\dagger a_1, a_3^\dagger a_3$  为腔模 1 和 3 的平均光子数;  $a_1 a_3, a_1^\dagger a_3^\dagger$  反映腔模 1 和 3 之间的关联, 这种关联为产生双模纠缠提供了可能性, 且它们满足

$$\frac{d}{dt} a_1^\dagger a_1 = a_1^\dagger a_1 \dot{\rho} = (A_1 - B_1 - \kappa_1)$$

$$\begin{aligned} & \times a_1^\dagger a_1 - D_1^* a_1 a_3 \\ & + A_1 + \text{c. c.}, \end{aligned} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} a_3^\dagger a_3 &= a_3^\dagger a_3 \dot{\rho} = (A_3 - B_3 - \kappa_3) \\ & \times a_3^\dagger a_3 + C_3^* a_1 a_3 \\ & + A_3 + \text{c. c.}, \end{aligned} \quad (10b)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} a_1 a_3 &= a_1 a_3 \dot{\rho} \\ & = (A_1 + A_3 - B_1 - B_3 - \kappa_1 - \kappa_3) \\ & \times a_1 a_3 - D_1 a_3^\dagger a_3 \\ & + C_3 a_1^\dagger a_1 + C_3. \end{aligned} \quad (10c)$$

从(10)式可知  $a_1^\dagger a_1$ ,  $a_3^\dagger a_3$ ,  $a_1 a_3$ ,  $a_1^\dagger a_3$  的解比较复杂,我们在这里不具体给出其解析表达式.

对于双模高斯态的纠缠,最近文献[26,27]分别提出了等价的双模高斯态可分离判据:对于特征函数形如(9)式的双模高斯态,其可分离的充要条件是矩阵要满足  $\tilde{V} + E/2 \geq 0$ ,否则腔模处于纠缠不可分离态.转置矩阵

$$\begin{aligned} \tilde{V} &= T V T, \\ T &= \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & X \end{pmatrix}, \\ I &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ X &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ E &= \begin{pmatrix} Z & 0 \\ 0 & Z \end{pmatrix}, \\ Z &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

通过分析矩阵  $\tilde{V} + E/2$  的本征值的正负性,可以确定双模高斯态是否处于可分离态,而且负本征值对应绝对值的大小可以反映纠缠的相对强弱.对于(9)式,我们发现其矩阵  $\tilde{V} + E/2$  中的四个本征值中只有一个可能为负本征值  $\lambda_-$ ,即

$$\lambda_- = \frac{1}{2} \left( a_1^\dagger a_1 + a_3^\dagger a_3 - \sqrt{(a_1^\dagger a_1 - a_3^\dagger a_3)^2 + 4 a_1^\dagger a_3^\dagger a_1 a_3} \right). \quad (11)$$

$\lambda_- < 0$  意味着腔模 1 与 3 之间的非经典关联通过原子和场的相互作用已建立,使得腔模 1 和 3 产生双模高斯纠缠态.同时,从(11)式可以得知, $\lambda_- < 0$  等价于

$$|a_1 a_3| > \sqrt{a_1^\dagger a_1 a_3^\dagger a_3}. \quad (12)$$

在此,我们只考虑能够达到稳定的情况.稳定条件  $S$  的实部总为非正,即

$$\text{Re}(S) \leq 0.$$

这里

$$S = A + \sqrt{G} + \sqrt{G^*},$$

其中

$$A = (f_1 + f_1^* + f_3 + f_3^*)/2,$$

$$G = K^2 - D_1 C_3^*,$$

$$K = (f_1 - f_3^*)/2,$$

$$f_1 = A_1 - B_1 - \kappa_1,$$

$$f_3 = A_3 - B_3 - \kappa_3.$$

为了计算的方便,仅讨论  $g_1 = g_3 = g$ ,  $\Gamma_1 = \Gamma_3 = \Gamma$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma$ ,  $\kappa = \kappa_1 = \kappa_3$  的情形.

从(4)(10)式可以看出,关联项  $a_1 a_3$  以及平

均光子数  $a_1^\dagger a_1$ ,  $a_3^\dagger a_3$  依赖于双光子抽运光强度  $I_2$ 、合作参量  $C$  以及失谐频率  $\Delta'$

$$C = N g^2 (2\gamma_2 \kappa),$$

$$\Delta' = (\omega_{bc} - \nu_2) - \Delta.$$

下面就它们对平均光子数及纠缠的影响分别进行数值分析.

图2—图4为在不同的  $I_2$ ,  $C$  和  $\Delta'$  的情况下腔模 1 和 3 的平均光子数  $n$  ( $n = a_1^\dagger a_1 + a_3^\dagger a_3$ ) 以及反映纠缠相对强弱的  $\lambda_-$  随时间演化情况.

从图2可以看出,当其他参量固定的情况下,随着抽运光强度  $I_2$  的增强,光子数  $n$  减小,纠缠程度也相对减弱.图3反映的是当其他参量固定时,合作参量  $C$  增大,光子数  $n$  增大,纠缠程度相对加强.从图4可以看出,当其他参量固定时,随着失谐频率  $\Delta'$  的加大,光子数  $n$  也增大,纠缠也相对加强.

由上述数值分析表明,在这一非简并四波混频体系中,可以制备出光子数较多、纠缠程度较高的连续变量纠缠光.为理解这一体系产生较强纠缠光的物理原因,下面在原子-场耦合系统的修饰态表象中进行分析.

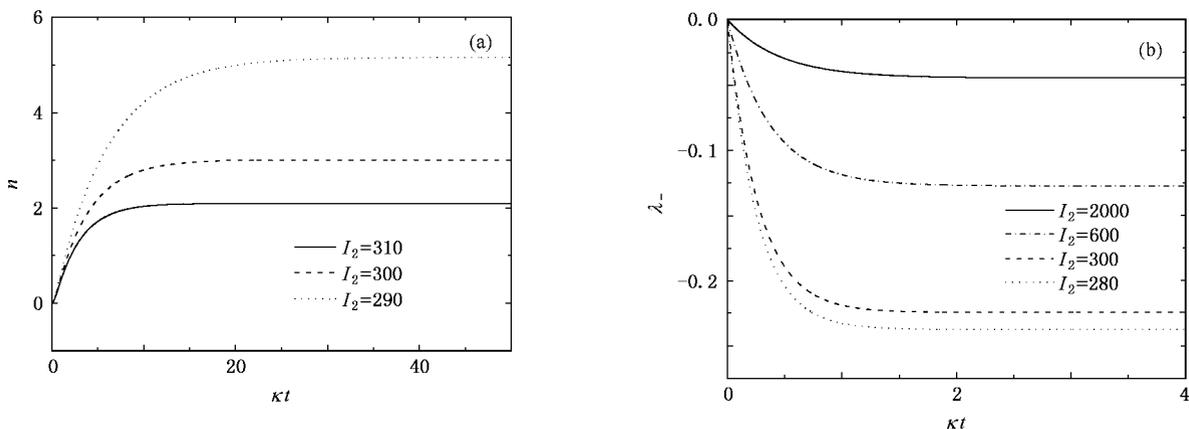


图 2 在不同的  $I_2$  下系统随时间的演化  $C = 120, \Delta' = 60, \Delta_2 = 0$ . (a)  $n$  随时间的演化 (b)  $\lambda_-$  随时间的演化

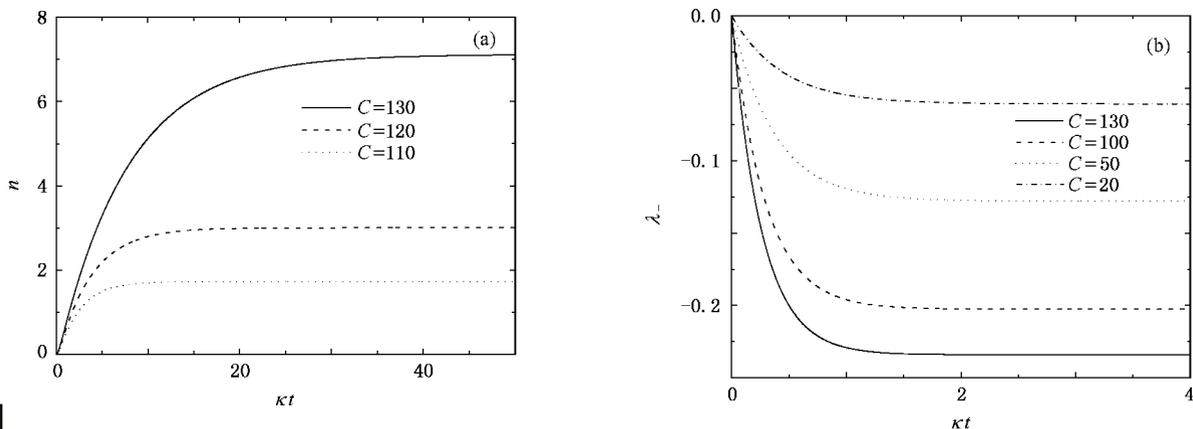


图 3 在不同的  $C$  下系统随时间的演化  $I_2 = 300, \Delta_2 = 0, \Delta' = 60$ . (a)  $n$  随时间的演化 (b)  $\lambda_-$  随时间的演化

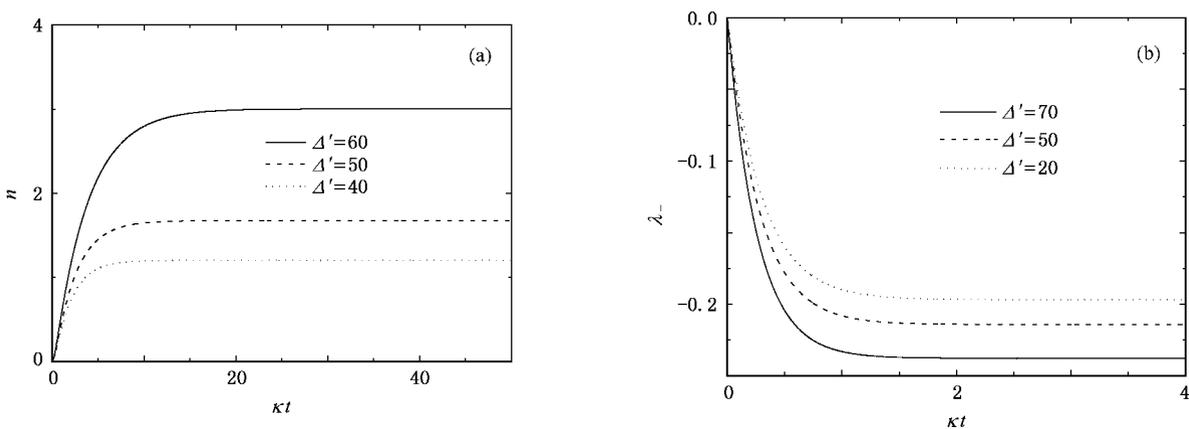


图 4 在不同的  $\Delta'$  下系统随时间的演化  $I_2 = 300, \Delta_2 = 0, C = 120$ . (a)  $n$  随时间的演化 (b)  $\lambda_-$  随时间的演化

当  $\Delta_2 = 0$  时,即原子与抽运光发生共振作用, 则以  $|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\pm c\rangle + |a\rangle)$  为态的修饰态表象中,原子-场耦合系统的哈密顿量在相互作用绘景中改写为<sup>[28]</sup>

$$\begin{aligned}
 \mathcal{H}(t) = & \frac{1}{\sqrt{2}} Ng_1 a_1 \{ \exp[i(\Delta - \Omega)t] \sigma_{b+} \\
 & - \exp[i(\Delta + \Omega)t] \sigma_{b-} \} \\
 & + \frac{1}{\sqrt{2}} Ng_3 a_3 \{ \exp[-i(\Delta - \Omega)t] \sigma_{+b}
 \end{aligned}$$

$$+ \exp[-i(\Delta + \Omega)t] \sigma_{-b} \} + \text{H.C.}, \quad (13)$$

式中原子的拉比频率  $\Omega \propto \sqrt{I_2}$ . 当  $\Omega \gg \Delta, \Delta_2, g_1, g_3, \Gamma_1, \Gamma_3$  时, 容易看出原子在能级  $| \pm \rangle$  与  $| b \rangle$  之间的跃迁远离共振. 利用关系式

$$H_{\text{eff}}(t) = -i \mathcal{V}(t) \int \mathcal{V}(\tau) d\tau. \quad (14)$$

绝热消除原子变量, 得到腔模在相互作用绘景中的等效哈密顿量为

$$H_{\text{eff}}(t) = \delta_1 a_1^\dagger a_1 + \delta_3 a_3^\dagger a_3 + r a_1 a_3 + r^* a_1^\dagger a_3^\dagger. \quad (15)$$

这里

$$\delta_j = \frac{N\Delta g_j^2}{\Delta^2 - \Omega^2} P_b - \frac{Ng_j^2}{\chi(\Delta - \Omega)} P_+ - \frac{Ng_j^2}{\chi(\Delta + \Omega)} P_- \quad (j = 1, 3), \quad (16a)$$

$$r = -\frac{N\Omega g_1 g_3}{\Delta^2 - \Omega^2} P_b - \frac{Ng_1 g_3}{\chi(\Delta - \Omega)} P_+ + \frac{Ng_1 g_3}{\chi(\Delta + \Omega)} P_-. \quad (16b)$$

(16) 式中  $P_+, P_b$  分别代表在忽略腔模对原子的相互作用时, 原子在  $| \pm \rangle$  及  $| b \rangle$  态上的稳态布居, 它们分别为

$$P_+ = P_- = \frac{\Gamma_3}{2\Gamma_3 + \Gamma_1}, \quad (17)$$

$$P_b = \frac{\Gamma_1}{2\Gamma_3 + \Gamma_1}.$$

将(17)式代入(16)式, 可得

$$\delta_j = 0,$$

$$r = \frac{Ng_1 g_3}{\Omega} \frac{\Gamma_3 + \Gamma_1}{2\Gamma_3 + \Gamma_1}.$$

为讨论方便, 仅考虑  $g_1 = g_3 = g, \Gamma_1 = \Gamma_3 = \Gamma, \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma, \kappa_1 = \kappa_3 = \kappa$  的情形. 在此情况下(15)式化为

$$H_{\text{eff}}(t) = r(a_1 a_3 + a_1^\dagger a_3^\dagger) \quad (r = 4\kappa C(3\Omega)). \quad (18)$$

(18) 式表明, 在强抽运光的作用下, 此模型相当于一个光学参量放大器. 由于原子与腔模的耦合, 使得腔

中光场发生非简并参量放大过程, 导致腔中光场的两模之间出现非经典关联, 从而在腔中产生光子数较多的连续变量纠缠光. 在考虑腔模损耗时,  $r$  和  $\kappa$  决定此过程的光子数、压缩和纠缠, 且

$$a_1^\dagger a_1 = a_3^\dagger a_3 = \frac{r^2}{\chi(\kappa^2 - r^2)} = \frac{(4C\kappa(3\Omega))^2}{\chi[1 - (4C\kappa(3\Omega))^2]}, \quad (19)$$

$$|a_1 a_3| = \frac{r\kappa}{\chi(\kappa^2 - r^2)} = \frac{(4C\kappa(3\Omega))^2}{\chi[1 - (4C\kappa(3\Omega))^2]}, \quad (20)$$

根据(19)、(20)式, 纠缠的条件  $|a_1 a_3| > \sqrt{a_1^\dagger a_1 a_3^\dagger a_3}$  可简化为

$$\kappa > r,$$

$$\Omega > \frac{4}{3} C. \quad (21)$$

(21) 式是产生双模高斯纠缠态的充分条件, 只要符合此条件, 纠缠总是存在. 在此条件下, 抽运光强度  $I_2$  越大、合作参量  $C$  越小、失谐频率  $\Delta'$  越小, 纠缠度就越小, 这与图 2—图 4 中的(b)图符合很好. 而(19)式决定此过程的光子数, 当抽运光强度  $I_2$  增大, 抽运光与原子的耦合强度  $\Omega$  也增大, 光子数  $n$  迅速减小, 这与图 3(a)相符. 合作参量  $C$  越大, 光子数  $n$  也越大, 这与图 3(a)符合. 同样, 失谐频率  $\Delta'$  减小,  $r$  也随之减小, 光子数  $n$  也迅速减小, 这与图 4(a)相符.

## 4. 结 论

采用四波混频的方法制备出连续变量的量子纠缠态. 分析得出此模型在强抽运光的作用下相当于一个参量放大器. 在满足一定的条件下, 纠缠在任何时候都存在. 随着时间的延长, 纠缠由零逐渐增大, 最后达到稳态, 并且纠缠的程度和双模光子数与抽运光强度  $I_2$ 、合作参量  $C$ 、失谐频率  $\Delta'$  有关.

- [1] Furusawa A, Soenens J L, Brunstein S L 1998 *Science* **282** 706  
 [2] Braunstein S L, Kimble H J 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 869  
 [3] Chen Z B, Hou G, Zhang Y D 2002 *Phys. Rev. A* **65** 032317  
 [4] Li X Y, Pan Q, Jing J T, Zhang J, Xie C D, Peng K C 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 047904

- [5] Jing J T, Zhang J, Yan Y, Zhao F G, Xie C D, Peng K C 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 167903  
 [6] Jia X J, Su X L, Pan Q, Gao J G, Xie C D, Peng K C 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 250503  
 [7] Simon C, Bouwmeester D 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 053601

- [ 8 ] Li G X , Yang Y P , Allart K , Lenstra D 2004 *Phys. Rev. A* **69** 014301
- [ 9 ] Silberhorn C H , Lam P K , Weiß O , König F , Korolkova N , Leuchs G 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 4267
- [ 10 ] Li G X , Wu S P , Huang G M 2005 *Phys. Rev. A* **71** 063817
- [ 11 ] Josse V , Dantan A , Bramati A , Pinaud M , Giacobino E 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 123601
- [ 12 ] Ma Y , Fu L B , Yang Z A , Liu J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5263 ( in Chinese ) [ 马云、傅立斌、杨志安、刘杰 2006 物理学报 **55** 5263 ]
- [ 13 ] Xiong H , Scully M O , Zubairy M S 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 023601
- [ 14 ] Chen Z B , Zhang Q , Bao X H , Schmiedmayer J , Pan J W 2006 *Phys. Rev. A* **73** 050302
- [ 15 ] Hu Y H , Fang M F , Liao X P , Zheng X J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4631 ( in Chinese ) [ 胡要花、方卯发、廖湘萍、郑小娟 2006 物理学报 **55** 4631 ]
- [ 16 ] Sun Y H , Kuang L M 2006 *Chin. Phys.* **15** 681
- [ 17 ] Tan H T , Xia H X , Li G X 2005 *Chin. Phys.* **14** 1382
- [ 18 ] Zou X B , Dong Y L , Guo G C 2006 *Phys. Rev. A* **73** 025802
- [ 19 ] Serra R M , Villas-Bôas C J , Almeida N G , Moussa M H 2005 *Phys. Rev. A* **71** 045802
- [ 20 ] Hollm D A , Sargent M III 1986 *Phys. Rev. A* **33** 4001
- [ 21 ] Sunghyuck A , Sargent M III 1989 *Phys. Rev. A* **39** 1841
- [ 22 ] Sargent M III , Hollm D A , Zubairy M S 1985 *Phys. Rev. A* **31** 3112
- [ 23 ] Ansari N A 1992 *Phys. Rev. A* **46** 1560
- [ 24 ] Barnett S M , Radmore P M 1997 *Methods in Theoretical Quantum Optics* ( Oxford : Clarendon Press ) pp125—129
- [ 25 ] Peng J S , Li G X 1998 *Introduction to Modern Quantum Optics* ( Singapore : World Scientific ) pp160—162
- [ 26 ] Oliveira M C 2004 *Phys. Rev. A* **70** 034303
- [ 27 ] Simon R 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2726
- [ 28 ] Villas-Bôas C J , Moussa M H 2004 *Eur. Phys. J. D* **32** 147

## Entanglement property of two-mode cavity field in a nondegenerate four-wave mixing system \*

Deng Wen-Wu<sup>1,2)</sup> Zheng Jun<sup>1)</sup> Tan Hua-Tang<sup>1)</sup> Li Gao-Xiang<sup>1)</sup>

<sup>1</sup> *College of Physical Science and Technology , Central China Normal University , Wuhan 430079 , China*

<sup>2</sup> *Department of Physics , Xianning College , Xianning 437005 , China*

( Received 10 March 2007 ; revised manuscript received 28 May 2007 )

### Abstract

We apply nondegenerate four-wave mixing processes to the generation of stable continuous variable entangled light and study the time evolution of continuous variable entangled light. We analytically get the characteristic function of the two-mode field and find that the system is an optical parametric amplifier. We also show that the two-mode cavity field exhibits stable continuous variable entanglement under certain conditions. The degree of entanglement depends upon the two-photon intensity  $I_2$ , the cooperativity parameter  $C$  and the side-mode detuning  $\Delta'$ .

**Keywords** : continuous variable , three-level model , Gaussian state , parametric amplifier

**PACC** : 4250 , 0365

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant Nos. 60478049 , 10674052 ) and the Natural Science Foundation of Hubei Province , China ( Grant No. 2006ABB015 ).