

单负材料光子晶体异质结构的频率响应*

邓新华[†] 刘念华 刘根泉

(南昌大学物理系,南昌 330031)

(2007 年 4 月 12 日收到,2007 年 5 月 13 日收到修改稿)

用传输矩阵方法研究了由两种单负材料构成的光子晶体异质结构的透射特性.结果表明,当异质结构具有零有效折射率时,由于迅衰场表面模共振耦合,在异质结构双周期光子晶体的每一个分界面上都会出现隧穿模.零有效折射率隧穿模不受入射角、电磁波偏振态、结构周期数和晶格常数标度等因素影响,并且具有零相位延迟,这一特性可用于设计零相位延迟全向多通道滤波器件.而位于中心两侧的隧穿模随入射角、结构周期数和晶格常数标度的减小都统一由中心向两侧移动.

关键词:单负材料,异质结构,传输矩阵

PACC:7820,4270Q,4225B

1. 引言

最近,含特异材料的光子晶体由于具有特殊电磁性质和潜在应用前景引起了人们的广泛关注.这种材料包括双负材料,即同时具有负的介电常数和负的磁导率,从而具有负的折射率^[1].电磁波在其中传播,波矢方向和能流方向相反,在正负折射率材料交界面上具有负的折射方向^[2].这种材料能够克服光的衍射极限,可实现超棱镜聚焦,制作完美透镜^[3];具有共振隧穿效应^[4],可利用其实现角度滤波^[5].除了双负材料之外,还包括介电常数 ϵ 和磁导率 μ 中只有一种为负的单负材料^[6],即负介电常数材料($\epsilon < 0, \mu > 0$)和负磁导率材料($\epsilon > 0, \mu < 0$)^[7-10].由于电磁波在单负材料中的波矢为复数,因而单负材料中只存在迅衰场,它对电磁波是不透明的.然而,如果将负磁导率材料和负介电常数材料交替生长形成一维光子晶体,在某些频率下,这种结构对电磁波是透明的,存在着传播场,表现为完全隧穿^[11-13].这一点可以用固体物理中的紧束缚模型来解释.在每一个原胞中,由于两种单负材料界面两侧的材料参数符号相反,为了满足边界条件(电场和磁场的切向分量在界面处连续),导数在界面两侧必需异号或为零,这就导致电磁场能量的大部分局域在

界面上,形成特殊的界面模式.

本文用传输矩阵方法^[14]研究了由两种单负材料构成的光子晶体异质结构的透射特性.研究发现:当异质结构具有零有效折射率时,由于迅衰场表面模共振耦合,在异质结构双周期光子晶体的每一个分界面上电场都被强烈局域,在界面出现共振隧穿模.零有效折射率共振隧穿模不受入射角、电磁波偏振态、结构的周期数、晶格常数的标度等因素的影响以及具有零相位延迟.这一特性可用于设计基于零有效折射率的零相位延迟全向多通道滤波器.而位于中心两侧,隧穿模随入射角、结构周期数和晶格常数标度的减小都统一由中心向两侧移动.

2. 理论模型

考虑一个由负磁导率材料和负介电常数材料交替生长形成的一维光子晶体构成的异质结构 $(AB)_m(A'B')_n(AB)_m(A'B')_n$,如图 1 所示.这里 $A(A')$ 和 $B(B')$ 表示负介电常数材料和负磁导率材料, $m(n)$ 表示周期数.我们采用传输线模型来描述各向同性单负材料,对于负介电常数材料,

$$\begin{aligned}\epsilon_A &= \epsilon_a - \frac{\alpha}{\omega^2}, \\ \mu_A &= \mu_a;\end{aligned}\quad (1)$$

* 国家自然科学基金(批准号:60268001,10664002)和江西省自然科学基金(批准号:0312004)资助的课题.

[†] E-mail: dengxinhua@ncu.edu.cn

对于负磁导率材料，

$$\begin{aligned} \epsilon_B &= \epsilon_b, \\ \mu_B &= \mu_b - \frac{\beta}{\omega^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

以上的色散关系可以在特殊的集总电容-电感结构上实现^[15]，在方程(1)和(2)中， ω 为频率，单位为 GHz， α 和 β 为可调的电路参数，下标 a 和 b 代表无色散介质。

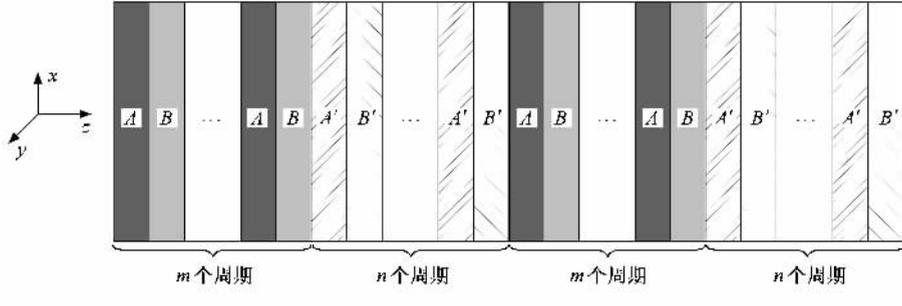


图1 两种单负材料构成的光子晶体异质结构示意图

3. 计算方法

假定一电场 E 沿 y 轴的横电波(TE)从空气中以入射角为 θ 入射到由负介电常数材料和负磁导率材料交替生长形成的一维光子晶体构成的异质结构 $(AB)_m(A'B')_n(AB)_m(A'B')_n$ 上(图1)，利用麦克斯韦方程组，可以得到任意一层(第 j 层)内的光场满足以下波动方程：

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} E_j(z, \omega) + k_j^2 E_j(z, \omega) = 0. \quad (3)$$

方程的一般解可表示为

$$E_j(z, \omega) = E_j^+(\omega) \exp[ik_j(z - z_j)] + E_j^-(\omega) \exp[-ik_j(z - z_j)], \quad (4)$$

其中 z_j 是界面坐标，

$$k_j = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_j \mu_j - \sin^2 \theta}.$$

又由

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega \mathbf{B}, \quad (5)$$

可以得到

$$H_j(z, \omega) = \frac{\sqrt{\epsilon_j \mu_j}}{c \mu_j} \{ E_j^+(\omega) \exp[ik_j(z - z_j)] - E_j^-(\omega) \exp[-ik_j(z - z_j)] \}. \quad (6)$$

定义以下两分量波函数描述电磁场^[14]：

$$\psi_j(z) = \begin{pmatrix} E_j(z) \\ i c H_j(z) \end{pmatrix}, \quad (7)$$

则电磁场满足以下矩阵关系：

$$\psi_j(z + \Delta z, \omega) = M_j(\Delta z, \omega) \psi_j(z, \omega). \quad (8)$$

这里

$$M_j(\Delta z, \omega) = \begin{pmatrix} \cos(k_z \Delta z) & -\frac{\mu}{\sqrt{\epsilon \mu - \sin^2 \theta}} \sin(k_z \Delta z) \\ \frac{\sqrt{\epsilon \mu - \sin^2 \theta}}{\mu} \sin(k_z \Delta z) & \cos(k_z \Delta z) \end{pmatrix}, \quad (9)$$

其中 $j = A(A'), B(B')$ 分别代表负介电常数材料层和负磁导率材料层；

$$k_z = (\omega/c) \sqrt{\epsilon \sqrt{\mu} \sqrt{1 - \sin^2 \theta} (\epsilon \mu)}$$

为单负材料中的有效波矢， c 为真空中的光速。利用电磁场的切向分量在界面上连续的条件，并考虑到光子晶体异质结构放置于空气中(基底的折射率为1)，则可以得到透射系数^[9,14]

$$t(\omega) = \frac{2 \cos \theta}{(x_{11} + x_{22}) \cos \theta + (x_{12} \cos^2 \theta - x_{21})}, \quad (10)$$

其中 $x_{i,j}$ ($i = 1, 2$) 是连接入射端和出射端总的传输

矩阵 $X_N(\omega) = \prod_{j=1}^N M_j(d_j, \omega)$ 的矩阵元。

4. 数值计算与分析

我们选取材料参数 $\epsilon_a = \mu_b = 2$ ， $\epsilon_b = \mu_a = 3$ ， $\alpha = \beta = 100$ ，结构参数 $d_A = 6 \text{ mm}$ ， $d_B = 15 \text{ mm}$ ， $d_{A'} = 18 \text{ mm}$ ， $d_{B'} = 9 \text{ mm}$ 。图2为我们计算得到的正入射时异

质结构 $(AB)_6(A'B')_6$ 的透射谱. 从图 2 可以看到, 禁带中出现了 3 个共振隧穿模, 频率分别为 0.69321、0.71175 和 0.732 GHz. 而由常规材料 (正折射率材料) 构成的相同周期一维光子晶体异质结构中只能出现一个共振隧穿模^[6], 这是因为由常规材料构成的异质结构 $(AB)_6(A'B')_6$ 中只有一个缺陷 (这里把 $(A'B')_6$ 看作缺陷), 所以只有一个缺陷模出现在禁带中.

为了说明图 2 中 3 个共振隧穿模是怎样产生的, 我们在图 3 中分别计算了正入射时异质结构 $(AB)_6(A'B')_6$ 的 3 个共振隧穿模的电场分布. 从图 3 可以看到, 电磁波局域在两种单负材料的界面处, 这一点可以用固体物理中的紧束缚模型来解释. 由于两种单负材料界面两侧的材料参数符号相反, 当电磁波跨越负介电常数材料和负磁导率材料的界面时, 为满足边界条件 (电场和磁场的切向分量在界面处连续), 其电场或磁场的导数必须变号, 这就导致大部分电磁场能量局域在界面上, 形成特殊的界面模式. 从图 3 还可以看到, 位于中心两

侧频率为 0.69321 和 0.732 GHz 的隧穿模, 其电场强烈局域在双周期 $(AB)_6$ 与 $(A'B')_6$ 的每一个分界面上, 并且中央界面电场局域性最强, 而位于中心位置频率为 0.71175 GHz 的隧穿模, 其电场主要局域在双周期 $(AB)_6$ 与 $(A'B')_6$ 的中央两侧的两个分界面上, 中央界面电场最弱.

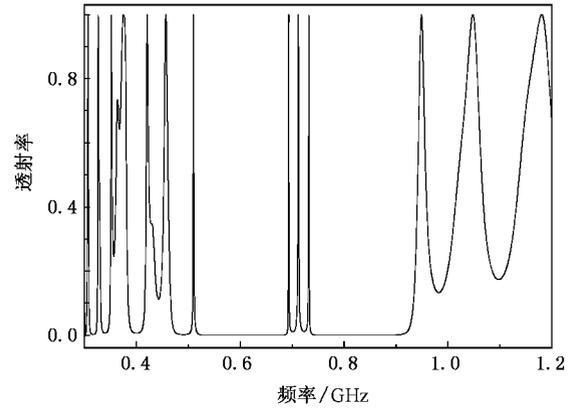


图 2 正入射时异质结构 $(AB)_6(A'B')_6$ 的透射谱

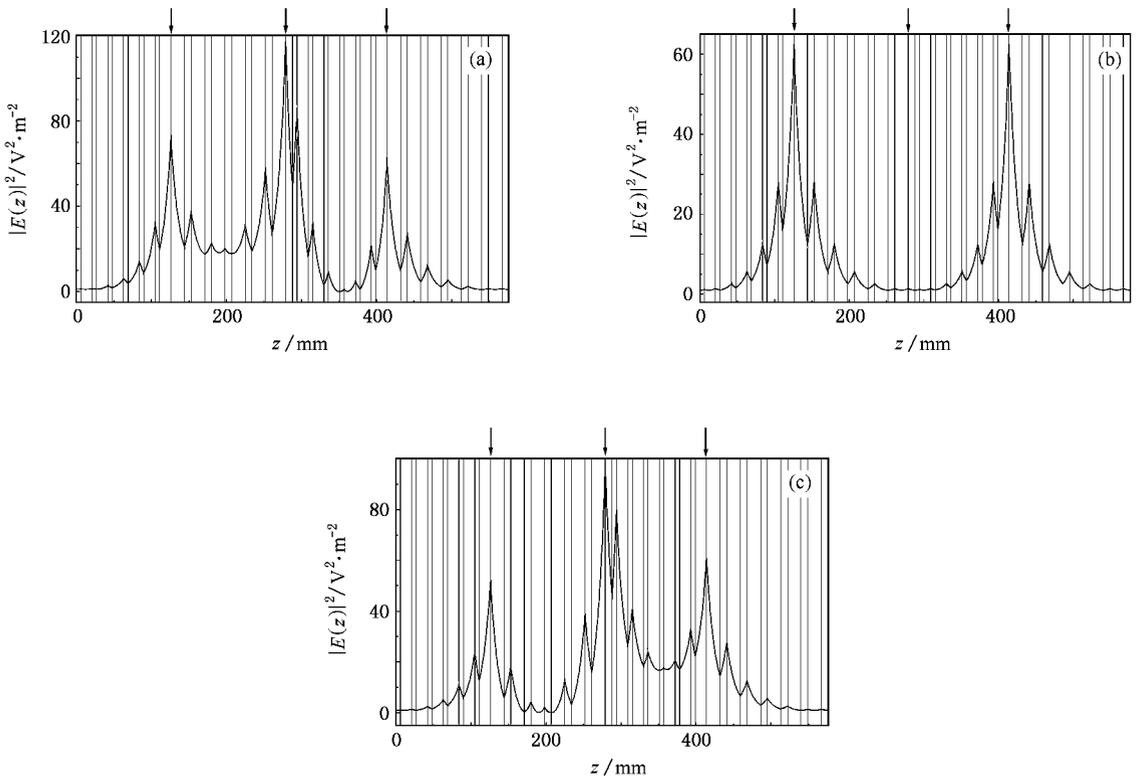


图 3 正入射时异质结构 $(AB)_6(A'B')_6$ 禁带中的 3 个共振隧穿模的电场分布 (a) $f=0.69321$ GHz (b) $f=0.71175$ GHz (c) $f=0.732$ GHz. 图中箭头所指处为两种不同材料的界面

为了研究禁带中的共振隧穿模随入射角的变化

关系, 我们计算了入射角 θ 分别为 0° 、 30° 、 60° 和 80°

时异质结构 $(AB)_3(A'B')_3(AB)_3(A'B')_3$ 的透射谱, 如图 4 所示. 从图 4 可以看到, 当入射角增大时中心隧穿模始终保持不变, 其频率为 0.71175 GHz; 而位于两侧隧穿模随入射角增大时统一向中心频率只有非常微小的移动, 这一特性可用来设计全向多通道滤波器件. 这与常规材料构成的一维光子晶体异质结构不同, 常规材料构成的一维光子晶体随入射角的增大所有透射模都向高频移动^[17].

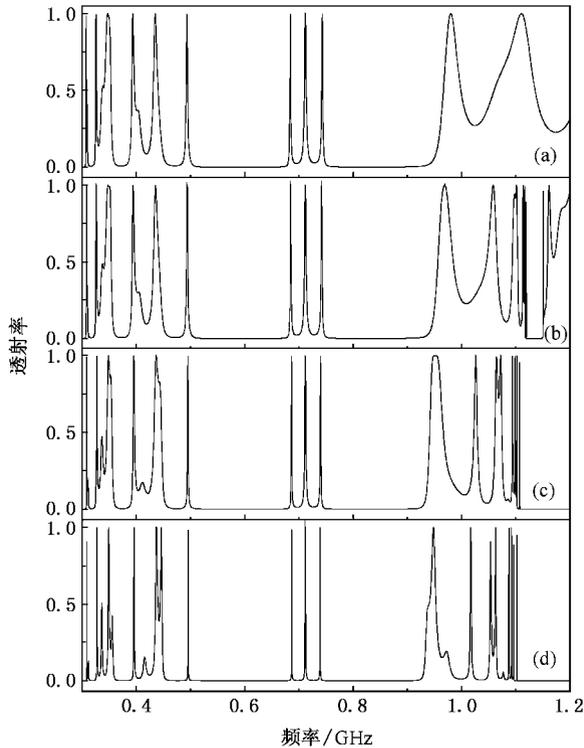


图 4 入射角 θ 分别为 0° 30° 60° 80° 时异质结构 $(AB)_3(A'B')_3(AB)_3(A'B')_3$ 的透射谱 (a) $\theta = 0^\circ$, (b) $\theta = 30^\circ$ (c) $\theta = 60^\circ$ (d) $\theta = 80^\circ$

为了考察结构的周期数和晶格常数的标度对禁带中共振隧穿模的影响, 图 5 给出了不同周期数的异质结构 $(AB)_4(A'B')_4(AB)_4(A'B')_4$ 和 $(AB)_6(A'B')_6(AB)_6(A'B')_6$ 的透射谱. 从图 5 可以看出, 随结构周期数的减小中心模的频率保持不变, 而两侧隧穿模远离中心移动.

正入射时异质结构 $(AB)_3(A'B')_3(AB)_3(A'B')_3$ 晶格常数的标度分别为 $3/4$ 和 1 时的透射谱如图 6 所示. 从图 6 可明显看到, 随晶格常数标度减小中心模频率保持不变, 而两侧隧穿模远离中心移动.

从图 3 我们可以看到, 隧穿模是局域化的. 从单个原胞看, 电场局域在界面上, 以迅速衰减的形式从界

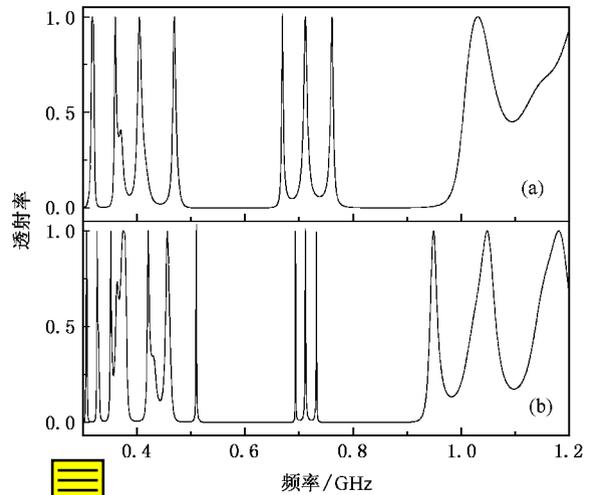


图 5 异质结构 $(AB)_4(A'B')_4(AB)_4(A'B')_4$ 和 $(AB)_6(A'B')_6(AB)_6(A'B')_6$ 的透射谱 (a) $m = n = 4$ (b) $m = n = 6$

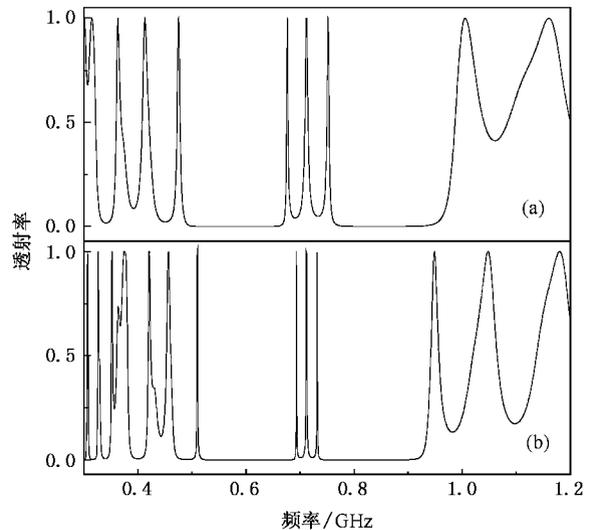


图 6 异质结构 $(AB)_3(A'B')_3(AB)_3(A'B')_3$ 晶格常数的标度分别为 $3/4$ 和 1 时的透射谱 (a) 标度为 $3/4$ (b) 标度为 1

面延伸到单层内部. 从整体上看, 隧穿模局域在两个单周期的交界面上, 当结构周期数和晶格常数标度减小时, 两个单周期交界面之间的距离减小, 隧穿模的波函数发生交叠, 距离越近, 波函数的交叠越严重, 隧穿模之间的相互作用越强, 则频率之间的裂距越大. 所以当结构周期数和晶格常数标度减小时, 隧穿模由中心向两侧移动. 当入射角增大时, 隧穿模趋于简并, 所以当入射角增大时两侧隧穿模向中心移动.

下面利用有效折射率分析中心模频率不随入射

角、结构周期数、晶格常数标度和电磁波偏振态等变化的原因. 异质结构 $(AB)_m(A'B')_n(AB)_m(A'B')_n$ 平均介电常数和磁导率分别为

$$\bar{\epsilon} = \frac{\epsilon_A(md_A + nd_{A'}) + \epsilon_B(md_B + nd_{B'})}{m(d_A + d_B) + n(d_{A'} + d_{B'})}, \quad (11)$$

$$\bar{\mu} = \frac{\mu_A(md_A + nd_{A'}) + \mu_B(md_B + nd_{B'})}{m(d_A + d_B) + n(d_{A'} + d_{B'})} \quad (12)$$

则有效折射率

$$n = \sqrt{\bar{\epsilon}} \sqrt{\bar{\mu}}. \quad (13)$$

当我们选取材料参数 $\epsilon_a = \mu_b = 2$, $\mu_a = \epsilon_b = 3$ 和 $\alpha = \beta = 100$ 以及结构参数 $d_A = 6$ mm, $d_B = 15$ mm, $d_{A'} = 18$ mm和 $d_{B'} = 9$ mm时,由(1)(2)(11)和(12)式易得到频率为0.71175 GHz的隧穿模满足 $\bar{\epsilon} = 0$ 和 $\bar{\mu} = 0$,从而有效折射率 $n = 0$.此时,在界面上的电磁波将会出现一个通带模式,场被囚禁在该通带内,这就是零有效折射率共振隧穿模形成的物理原因.零有效折射率共振隧穿模只取决于材料参数和结构参数,从(11)和(12)式可以看到,由于公式右端与入射角和电磁波的偏振态无关,所以零有效折射率共振隧穿模不随入射角和电磁波的偏振态变化.当晶格常数的标度变化时,等价于在(11)和(12)式右端的分子和分母同乘以一个数,分式仍保持不变,所以零

有效折射率共振隧穿模不随晶格常数的标度变化.当结构的周期数变化时,(11)和(12)式右端也不变,所以零有效折射率共振隧穿模不随结构的周期数变化.另外,由 $\bar{\epsilon} = 0$ 和 $\bar{\mu} = 0$ 可得有效波矢($k_z = (\omega/c) \sqrt{\bar{\epsilon}} \sqrt{\bar{\mu}} \sqrt{1 - \sin^2 \theta (\bar{\epsilon} \bar{\mu})}$)为零,从而相位延迟($k_z d$)为零.这一特性可用来设计零有效相位延迟滤波器件.

5. 结 论

本文用传输矩阵方法研究了由两种单负材料构成的光子晶体异质结构的透射特性.结果表明,当异质结构具有零有效折射率时,由于迅衰场表面模共振耦合,在异质结构双周期的每个分界面上电场都被强烈局域,在界面出现共振隧穿模.零有效折射率共振隧穿模不受入射角、电磁波偏振态、结构周期数、晶格常数标度等因素影响以及具有零相位延迟,它只取决于材料参数和结构参数,这一特性可用来设计基于零有效折射率的零相位延迟全向多通道滤波器件.而位于零有效折射率隧穿模两侧,隧穿模随入射角、结构周期数和晶格常数标度的减小都统一由中心向两侧移动.

- [1] Smith D R, Kroll N 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 2933
- [2] Veselago V G 1968 *Sov. Phys. Usp.* **10** 509
- [3] Pendry J B 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966
- [4] Chen L, He S L, Shen L F 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2386 (in Chinese) [陈 龙、何赛灵、沈林放 2003 物理学报 **52** 2386]
- [5] Xu J P, Wang L G, Yang Y P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2765 (in Chinese) [许静平、王立刚、羊亚平 2006 物理学报 **55** 2765]
- [6] Fredkin D R, Ron A 2002 *Appl. Phys. Lett.* **81** 1753
- [7] Xiang Y J, Wen S C, Tang K S 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2714 (in Chinese) [项元江、文双春、唐康淞 2006 物理学报 **55** 2714]
- [8] Dong Z G, Zhu S N, Liu H 2006 *Chin. Phys.* **15** 1772
- [9] Wang L G, Chen H, Zhu S Y 2004 *Phys. Rev. B* **70** 245102
- [10] Jiang H T, Chen H, Li H Q, Zhang Y W 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 884
- [11] Alù A, Engheta N 2003 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **51** 2558
- [12] Jiang H T, Chen H, Li H Q, Zhang Y W, Zhu S Y 2005 *J. Appl. Phys.* **98** 013101
- [13] Jiang H T, Chen H, Zhu S Y 2006 *Phys. Rev. E* **73** 046601
- [14] Liu N H, Zhu S Y, Chen H, Wu X 2002 *Phys. Rev. E* **65** 046607
- [15] Eleftheriades G V, Iyer A K, Kremer P C 2002 *IEEE Trans. Microwave Theory Techn.* **50** 2702
- [16] Qin Q, Lu H, Zhu S N, Yuan C S, Zhu Y Y, Ming N B 2003 *Appl. Phys. Lett.* **82** 4654
- [17] Lee H Y, Yao T 2003 *J. Appl. Phys.* **93** 819

Frequency response of photonic heterostructures consisting of single-negative materials^{*}

Deng Xin-Hua[†] Liu Nian-Hua Liu Gen-Quan

(*Department of Physics, Nanchang University, Nanchang 330031, China*)

(Received 12 April 2007; revised manuscript received 13 May 2007)

Abstract

Transmission of multiple heterostructures consisting of two kinds of single-negative materials are studied by transfer matrix method. The results show that the tunneling modes emerge on every interface of dual-periodical dielectric heterostructures when the heterostructure has zero effective refractive index, owing to the resonant coupling of the evanescent-wave-based interface modes. The zero effective refractive index tunneling mode is independent of the incident angle, polarization, period and scale length and have zero phase delay, which can be utilized to design zero-phase-shift omni-directional multiple-channeled filters. However, the tunneling modes situated on both sides of the center shift away from the center with decrease of incident angle, period and scale length.

Keywords : single-negative material, heterostructure, transfer matrix

PACC : 7820, 4270Q, 4225B

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60268001, 10664002) and the Natural Science Foundation of Jiangxi Province, China (Grant No. 0312004).

[†] E-mail : dengxinhua@ncu.edu.cn