

单轴各向异性左手介质表面的 Goos-Hänchen 位移*

姜永远[†] 张永强 时红艳 侯春风 孙秀冬

(哈尔滨工业大学物理系, 哈尔滨 150001)

(2006 年 6 月 20 日收到, 2006 年 8 月 21 日收到修改稿)

分析了单轴各向异性左手介质表面的 Goos-Hänchen 位移, 分别给出了光轴与两种介质的界面垂直和平行情形下的 Goos-Hänchen 位移解析表达式, 并分析了 Goos-Hänchen 位移产生的条件以及位移的正负情况. 还采用菲涅尔近似的方法给出了临界角附近的 Goos-Hänchen 位移表达式, 结果表明临界角附近的 Goos-Hänchen 位移是入射光的束腰半径和入射角的函数, 并且给出了临界角入射时 Goos-Hänchen 位移的较为简洁的近似表达式, 这样就在整个角度的取值范围内都给出了 Goos-Hänchen 位移的表达式.

关键词: Goos-Hänchen 位移, 左手介质, 单轴各向异性, 临界角

PACC: 4225B, 4270Y, 7820P

1. 引 言

牛顿曾猜想: 在发生全反射时, 反射光束会沿界面向前平移一段距离 d . 在两个世纪以后, Goos 和 Hänchen 通过巧妙的实验证明了牛顿的猜想是正确的^[1], 因此后来就把这一位移取名为 Goos-Hänchen 位移. 随后, 人们对 Goos-Hänchen 位移的研究又扩展到多层膜结构^[2], 吸收型介质^[3-5], 以及考虑介质的非线性效应^[6]等情况.

随着左手介质的出现^[7-17], 人们发现, 在各向同性左手介质表面上会出现负的 Goos-Hänchen 位移^[11-13]. 例如, Lai 等人对负折射率介质表面 Goos-Hänchen 位移的能流密度类型进行了研究^[11]; Berman 推导了负折射率介质表面的 Goos-Hänchen 位移, 从理论上证明了各向同性负折射率介质表面上的 Goos-Hänchen 位移为负^[12]; Lakhtakia 分别给出了两种偏振态下(平行偏振和垂直偏振), Goos-Hänchen 位移的正负与介质的介电系数实部和磁导率实部的正负符号之间的关系^[13]. 以上的讨论都是假设介质是各向同性的, 并且所给出的位移表达式也仅对非临界角入射的情况下适用. 通过对文献 [7, 14] 中所报道的左手介质进行对称性分析, 可以知道它们是各向异性的, 也就是说, 直到现在人们在实验室中能

够成功制备的左手介质基本上都是各向异性的, 对于各向同性左手介质的制备是比较困难的^[10, 15]. 从经典电动力学中可以知道, 电磁波在各向异性介质中的传输特性与在各向同性介质中的传输特性有着很大的差异^[14]. 单轴各向异性介质的左手性并不要求其所有介电函数和磁导率张量元同时为负^[14]. 因此本文以单轴各向异性的左手介质进行研究. 文中从光轴垂直于界面和平行于界面两种情况对单轴各向异性的左手介质表面上的 Goos-Hänchen 位移进行了研究, 并且给出了临界角附近的近似表达式.

2. Goos-Hänchen 位移的计算

下面分两种情况来讨论.

2.1. 左手介质的光轴垂直于两种介质的界面

如图 1 所示, 介质 1 为一般的正折射率介质, 也就是右手介质, 其介电常数和磁导率分别为 $\epsilon_1 (> 0)$, $\mu_1 (> 0)$; 介质 2 为单轴各向异性的左手介质, 其光轴沿 z 轴方向, 与界面垂直. 左手介质的介电函数和磁导率分别为 $\hat{\epsilon} = \text{diag}[\epsilon_{\perp}, \epsilon_{\perp}, \epsilon_z]$, $\hat{\mu} = \text{diag}[\mu_{\perp}, \mu_{\perp}, \mu_z]$, 其中 ϵ_{\perp} , ϵ_z , μ_{\perp} , μ_z 分别是垂直于光轴方向和平行于光轴方向的介电函数和磁导率分量. 以下讨论都是假定入射波为横电波, 则入射波, 反射波

* 国家自然科学基金(批准号: 60508005)和黑龙江省留学归国人员基金(批准号: LC05C02)资助的课题.

[†] E-mail: jiangyy@hit.edu.cn

和透射波可以表示为^[9]

$$\mathbf{E}_i = E_0 \mathbf{e}_y \exp(ik_x x + ik_z z - i\omega t), \quad (1a)$$

$$\mathbf{E}_r = rE_0 \mathbf{e}_y \exp(ik'_x x + ik'_z z - i\omega t), \quad (1b)$$

$$\mathbf{E}_t = tE_0 \mathbf{e}_y \exp(ik'_x x + ik'_z z - i\omega t). \quad (1c)$$

为保证横电波在介质 2 中的左手性, 必须有 $\epsilon_{\perp} < 0$

才能满足 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{S} = \text{Re} \left[\frac{1}{2} \omega \epsilon_{\perp} E_0^2 \right] < 0$ 的条件.

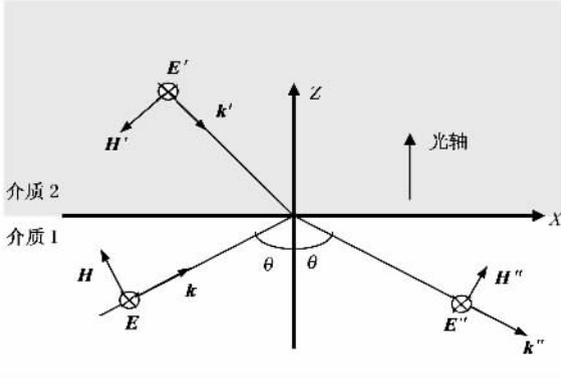


图 1 光轴垂直于界面时光的反射、折射示意图

质 1 和介质 2 中的色散方程为

$$k_x^2 + k_z^2 = k_1^2 = \omega^2 \epsilon_1 \mu_1, \quad \frac{k_x'^2}{\mu_z} + \frac{k_z'^2}{\mu_{\perp}} = k_2^2 = \omega^2 \epsilon_{\perp}. \quad (2)$$

由在 $z = 0$ 处的边界条件可得

$$k_x = k'_x = k_x = k''_x,$$

则

$$k_z'^2 = \omega^2 \epsilon_{\perp} \mu_{\perp} - \frac{\mu_{\perp}}{\mu_z} \omega^2 \epsilon_1 \mu_2 \sin^2 \theta.$$

当 $\omega^2 \epsilon_{\perp} \mu_{\perp} < \frac{\mu_{\perp}}{\mu_z} k_x'^2$ 时, 有

$$k_z' = i\omega \sqrt{\frac{\mu_{\perp}}{\mu_z} \epsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta - \epsilon_{\perp} \mu_{\perp}}. \quad (3)$$

若此时电磁波在界面处发生全反射, 由(3)式可以看出, 发生全反射的临界角为 $\theta_c = \sin^{-1} \sqrt{\frac{\epsilon_{\perp} \mu_z}{\epsilon_1 \mu_1}}$. 由边界条件可得反射系数

$$r = \frac{\mu_{\perp} k_z - \mu_1 k'_z}{\mu_{\perp} k_z + \mu_1 k'_z} = \frac{\cos \theta - i\alpha}{\cos \theta + i\alpha} = e^{-i\phi_R}, \quad (4)$$

其中

$$\alpha = \frac{\mu_1}{\mu_{\perp}} \sqrt{\frac{\mu_{\perp}}{\mu_z} \sin^2 \theta - \frac{\epsilon_{\perp} \mu_{\perp}}{\epsilon_1 \mu_1}},$$

$$\phi_R = \tan^{-1} [2\alpha \cos \theta (\cos^2 \theta - \alpha^2)].$$

利用 Goos-Hänchen 位移的定义式^[11] $d = -\sin \theta \partial \phi_R / \partial k_x = (1/k_1) \partial \phi_R / \partial \theta$, 可以求出单轴各向异性左手介质的光轴垂直于介质界面情形下其解析表达式

$$d = \frac{1}{k_1} \frac{2 \frac{\mu_{\perp}}{\mu_1} \sin \theta \left(\frac{\mu_{\perp}}{\mu_z} - \frac{\epsilon_{\perp} \mu_{\perp}}{\epsilon_1 \mu_1} \right)}{\left[\left(\frac{\mu_{\perp}}{\mu_1} \right)^2 \cos^2 \theta + \frac{\mu_{\perp}}{\mu_z} \sin^2 \theta - \frac{\epsilon_{\perp} \mu_{\perp}}{\epsilon_1 \mu_1} \right] \sqrt{\frac{\mu_{\perp}}{\mu_z} \sin^2 \theta - \frac{\epsilon_{\perp} \mu_{\perp}}{\epsilon_1 \mu_1}}}. \quad (5)$$

讨论 为了保证横电波在介质 2 中的左手性, 必须有 $\epsilon_{\perp} < 0$. 同时假设介质 1 为空气, 其介电系数和磁导率分别为 $\epsilon_1 = 1, \mu_1 = 1$. 那么

1) 当 $\mu_{\perp} > 0, \mu_z < 0$ 时, 会出现反常的 Goos-Hänchen 位移, 即当入射角小于临界角时出现 Goos-Hänchen 位移.

如果 $\epsilon_{\perp} \mu_z > \epsilon_1 \mu_1$, 在全角度范围内都会出现 Goos-Hänchen 位移, 并且位移为正, 数值模拟结果如图 2(a) 所示, 其中入射电磁波频率为 $3 \times 10^{11} \text{ Hz}$ (以下同), $\mu_{\perp} = 1, \mu_z = -1, \epsilon_{\perp} = -2$.

如果 $\epsilon_{\perp} \mu_z < \epsilon_1 \mu_1$, 则只有当入射角小于临界角 θ_c 的情况下才出现 Goos-Hänchen 位移, 并且 Goos-Hänchen

位移为负值, 数值模拟结果见图 2(b), 其中 $\mu_{\perp} = 1, \mu_z = -1, \epsilon_{\perp} = -0.5$.

2) 当 $\mu_{\perp} > 0, \mu_z > 0$ 时, 无论入射角为任何值都会产生 Goos-Hänchen 位移, 并且位移为正, 数值计算结果如图 2(c) 所示, 其中 $\mu_{\perp} = 1, \mu_z = 1, \epsilon_{\perp} = -0.5$, 这也是各向同性左手介质所不能实现的.

3) 当 $\mu_{\perp} < 0, \mu_z < 0$ 时, 如果 $\epsilon_{\perp} \mu_z < \epsilon_1 \mu_1$, 则只有当入射角大于全反射临界角 θ_c 才会产生 Goos-Hänchen 位移, 并且位移为负, 如图 2(d) 所示, 其中 $\mu_{\perp} = -1, \mu_z = -1, \epsilon_{\perp} = -0.5$.

4) 当 $\mu_{\perp} > 0, \mu_z < 0$ 时, 无论入射角为任何值, 都不会出现 Goos-Hänchen 位移.

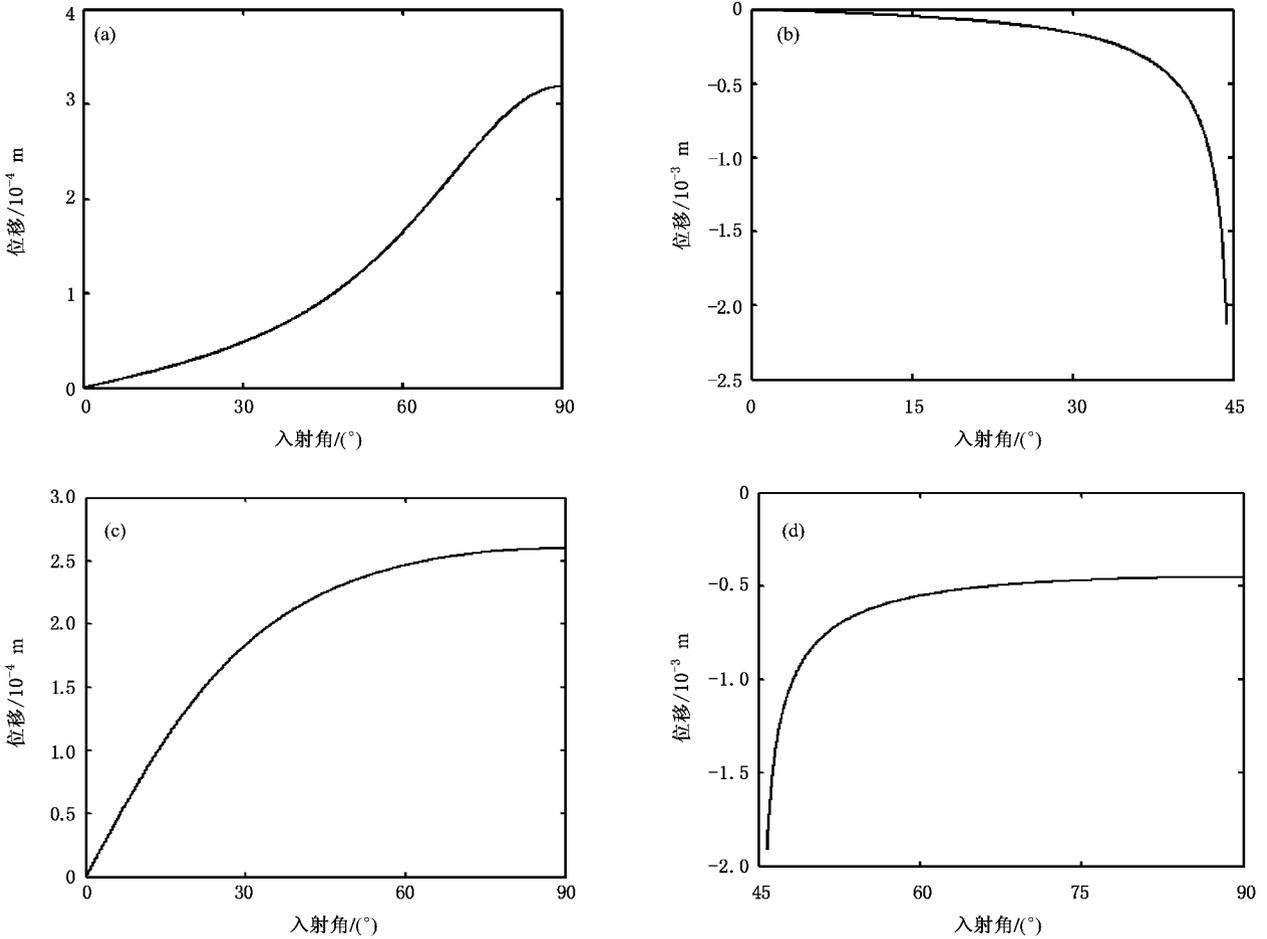


图2 Goos-Hänchen 位移随入射角的变化曲线

2.2. 左手介质光轴平行于两介质的界面

左手介质的光轴沿 z 轴方向, 与两介质的界面平行. 入射光波为横电波, 入射光、反射光和透射光的场方程见(1)式, 由 $x=0$ 处的边界条件得 $k_z = k'_z = k''_z$, 此时介质 1 和介质 2 中色散方程为

$$\begin{aligned} k_x^2 + k_z^2 &= k_1^2 = \omega^2 \epsilon_1 \mu_1, \\ \frac{k_x'^2}{\mu_x} + \frac{k_z'^2}{\mu_z} &= k_2^2 = \omega^2 \epsilon_{\perp}, \end{aligned} \quad (6)$$

由此可以得到, 当 $\omega^2 \epsilon_{\perp} \mu_z < \frac{\mu_z}{\mu_{\perp}} k_2^2$ 时,

$$k_x'^2 = \omega^2 \epsilon_{\perp} \mu_z - \frac{\mu_z}{\mu_{\perp}} \omega^2 \epsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta,$$

那么就可以得到发生全反射的临界角 $\theta_c = \sin^{-1} \sqrt{\frac{\epsilon_{\perp} \mu_{\perp}}{\epsilon_1 \mu_1}}$. 由边界条件可得反射系数为

$$r = \frac{\mu_2 k_x - \mu_1 k'_x}{\mu_2 k_x + \mu_1 k'_x} = \frac{\cos \theta - i \alpha}{\cos \theta + i \alpha}, \quad (7)$$

其中 $\alpha = \frac{\mu_1}{\mu_2} \sqrt{\frac{\mu_z}{\mu_{\perp}} \sin^2 \theta - \frac{\epsilon_{\perp} \mu_z}{\epsilon_1 \mu_1}}$. 在此, 我们可以利用和上面同样的方法来求得该情况下 Goos-Hänchen 位移的解析表达式

$$d = \frac{1}{k_1} \frac{2 \frac{\mu_z}{\mu_1} \sin \theta \left(\frac{\mu_z}{\mu_{\perp}} - \frac{\epsilon_{\perp} \mu_z}{\epsilon_1 \mu_1} \right)}{\left[\left(\frac{\mu_z}{\mu_1} \right)^2 \cos^2 \theta + \frac{\mu_z}{\mu_{\perp}} \sin^2 \theta - \frac{\epsilon_{\perp} \mu_z}{\epsilon_1 \mu_1} \right] \sqrt{\frac{\mu_z}{\mu_{\perp}} \sin^2 \theta - \frac{\epsilon_{\perp} \mu_z}{\epsilon_1 \mu_1}}}. \quad (8)$$

同理可知

1) 当 $\mu_z > 0, \mu_{\perp} < 0$ 时, 则会出现反常的 Goos-Hänchen 位移, 即当入射角小于全反射临界角 θ_c 时出现 Goos-Hänchen 位移.

如果 $\epsilon_{\perp} \mu_{\perp} > \epsilon_1 \mu_1$, 则在全角度范围内都会出现 Goos-Hänchen 位移, 并且位移为正.

如果 $\epsilon_{\perp} \mu_{\perp} < \epsilon_1 \mu_1$, 只有当入射角小于临界角 θ_c 的情况下才出现 Goos-Hänchen 位移, 并且 Goos-Hänchen 位移为负值.

2) 当 $\mu_z > 0, \mu_{\perp} > 0$ 时, 无论入射角为多少都会产生 Goos-Hänchen 位移, 并且位移为正.

3) 当 $\mu_z < 0, \mu_{\perp} < 0$ 时, 如果 $\epsilon_{\perp} \mu_{\perp} < \epsilon_1 \mu_1$, 则只有当入射角大于临界角 θ_c 时才会产生 Goos-Hänchen 位移, 并且位移为负.

4) 当 $\mu_z < 0, \mu_{\perp} > 0$ 时, 无论入射角为多少都不会出现 Goos-Hänchen 位移.

3. 临界角附近的 Goos-Hänchen 位移

从图 2(b) 和图 2(d) 可以看出: 在临界角处的 Goos-Hänchen 位移变得无穷大, 这显然不符合实际. 出现这一现象的原因是由于在上面的推导过程中, 以横向波矢为变量将相位做泰勒级数展开这一方法在临界角附近是不适用的, 因此上面得到的结果对临界角附近是不成立的. 下面我们就利用 Horowitz^[3] 的理论模型来求解临界角处的 Goos-Hänchen 位移.

并且光轴垂直于界面. 图 3 中有三套坐标系, 分别是界面坐标系 (x, z) , 入射光束坐标系 (x_i, z_i) , 反射光束坐标系 (x_r, z_r) . 它们之间的坐标变换关系为

$$\begin{aligned} x_{i,r} &= x \cos \theta \mp (z \pm h) \sin \theta, \\ z_{i,r} &= x \sin \theta \pm (z \pm h) \cos \theta. \end{aligned} \quad (9)$$

假设入射光束为 TE 模式的高斯光束, 光束的束腰位置处于 $z_i = 0$ 处, 光束沿 z 轴方向入射. 对于一个频率为 ω 的单色波, 其电场在 $z_i = 0$ 面上的高斯形式为^[7]

$$E_W(x_i, 0) = \frac{\exp[-(x_i/W)^2]}{\pi^{1/2} W}, \quad (10)$$

其中 W 为束腰处的光束半径, 方程中省略了时间变化因子 $\exp(-i\omega t)$. 当 $kW \gg 1$ 时, 即当光束的发散角很小时, 在紧邻束腰附近的场可以近似的在上式中添加一个平面波的传播因子

$\exp(ikz_i)$. 因此, 光场沿 $z = -h$ 平面的分布可以近似的表示为

$$\begin{aligned} E_{ap}(x, -h) &= [E_W(x_i, 0) \exp(ikz_i)]_{z=-h} \\ &= \frac{\exp[-(x \cos \theta / W)^2 + ikx \sin \theta]}{\pi^{1/2} W} \end{aligned} \quad (11)$$

对于入射光束

$$E_{inc}(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(k_x) \exp\{i[k_x x + k_z(z+h)]\} dk_x, \quad (12)$$

其中 $\Phi(k_x) = \int_{-\infty}^{+\infty} E_{ap}(x, -h) \exp(-ik_x x) dx$ 为光场在 $z = -h$ 处的频谱振幅, 所以可以计算出射光场为

$$\begin{aligned} E_{inc}(x, z) &= \frac{1}{2\pi \cos \theta} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\left(\frac{k_x - k \sin \theta}{2 \cos \theta} W\right)^2\right] \\ &\quad \times \exp\{i[k_x x + k_z(z+h)]\} dk_x. \end{aligned} \quad (13)$$

在此我们采用菲涅尔近似, 利用色散方程 $k_x^2 + k_z^2 = k^2 = \omega^2 \epsilon_1 \mu_1$, 将 k_z 在 k_x 的主值 $k_x = k \sin \theta$ 处做级数展开, 然后代入(13)式可以得到

$$E_{inc}(x, z) = \frac{1}{\pi^{1/2} W_i} \exp[-(x_i/W_i)^2] \exp(ikz_i), \quad (14)$$

其中 $W_i^2 = W^2 + i2(z_i - x_i \tan \theta)k$. 如果将入射光看作是平面波的傅里叶叠加, 那么反射光场可以写为

$$\begin{aligned} E_{ref}(x, z) &= \frac{1}{2\pi \cos \theta} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(k_x) \exp \\ &\quad \times \exp\left[-\left(\frac{k_x - k \sin \theta}{2 \cos \theta} W\right)^2\right] \\ &\quad \times \exp\{i[k_x x - k_z(z+h)]\} dk_x \end{aligned} \quad (15)$$

其中 r 为反射系数,

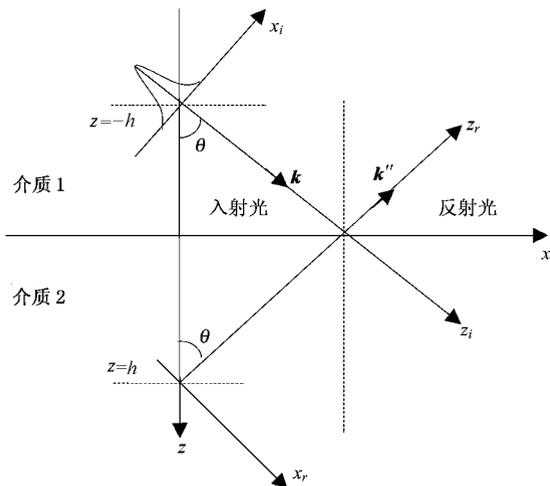


图 3 入射光束和反射光束以及各坐标系位置示意图

光束从介质 1 入射到两半无限大介质的交界面上, 见图 3. 界面上方的介质 1 为各向同性的右手介质, 界面下方的介质 2 为单轴各向异性的左手介质,

$$r = \frac{(k^2 - k_x^2)^{1/2} - \frac{\mu_{\perp}}{\mu_z} \left[\mu_{\perp} \left(\omega^2 \varepsilon_{\perp} - \frac{k_x^2}{\mu_z} \right) \right]^{1/2}}{(k^2 - k_x^2)^{1/2} + \frac{\mu_{\perp}}{\mu_z} \left[\mu_{\perp} \left(\omega^2 \varepsilon_{\perp} - \frac{k_x^2}{\mu_z} \right) \right]^{1/2}} \quad (16)$$

反射光场方程(15)与入射光场方程(13)相比可知,由于反射系数的出现使反射场方程更加复杂.由于我们想要得到的是反射光束的侧向位移,故可以将反射系数分解成两部分,一部分对应于几何光学的结果,另一部分对应于侧向位移,即

$$r(k_x) = r(k \sin \theta) [1 + r_c(k_x)], \quad (17)$$

其中 $r_c(k_x) = [r(k_x) - r(k \sin \theta)] / r(k \sin \theta)$. 很明显可以看出 $r(k \sin \theta)$ 代表单色平面波以 θ 角入射到界面上的反射系数,它对应于几何光学的结果, $r_c(k_x)$ 是对应于侧向位移的一个修正项.同样也可以将反射光场分为两部分,即

$$E_{\text{ref}}(x, z) = E_{r0}(x, z) [1 + e_c(x, z)], \quad (18)$$

其中 $E_{r0}(x, z)$ 是几何光学中对应的光场, $e_c(x, z)$ 是一个修正项.

$$E_{r0}(x, z) = \frac{r(k \sin \theta)}{2\pi \cos \theta} \int_{-\infty}^{+\infty} r_c(k_x) dk_x$$

$$\times \exp \left[- \left(\frac{k_x - k \sin \theta}{2 \cos \theta} W \right) \right] \times \exp \{ [k_x x - k_z(z - h)] \} dk_x, \quad (19)$$

$$e_c(x, z) = \frac{r(k \sin \theta)}{2\pi \cos \theta E_{r0}} \int_{-\infty}^{+\infty} r_c(k_x) \times \exp \left[- \left(\frac{k_x - k \sin \theta}{2 \cos \theta} W \right) \right] \times \exp \{ [k_x x - k_z(z - h)] \} dk_x. \quad (20)$$

对照(11)式和边界条件,可以发现

$$E_{r0}(x, z) = r(k \sin \theta) E_{\text{inc}}(x, -z). \quad (21)$$

从图3中可以看出,用 $-z$ 代替 z 后,将使 (x_r, z_r) 被 (x_r, z_r) 代替.因此结合(14)式,方程(21)可以写为

$$E_{r0} \approx r(k \sin \theta) \frac{\exp \left[- (x_r / W_r)^2 \right]}{\pi^{1/2} W_r} \exp(ikz_r), \quad (22)$$

其中 $W_r^2 = W^2 + i2(z_r - x_r \tan \theta) / k$. 对(21)近似求解^[6]可以得到

$$e_c \approx A(\theta) \left[(-\delta)^{1/2} - 2^{1/4} e^{i\pi/4} \frac{\exp(\gamma^2/4)}{(kW_r)^{1/2}} D_{1/2}(\gamma) \right], \quad (23)$$

其中

$$A(\theta) = \frac{4 \left(\frac{\mu_{\perp}}{\mu_z} - \frac{\varepsilon_{\perp} \mu_{\perp}}{\varepsilon_1 \mu_1} \right) \frac{\mu_{\perp}}{\mu_1} \sin \theta}{\left[\frac{\mu_z}{\mu_{\perp}} \left(\sin \theta + \sqrt{\frac{\varepsilon_{\perp} \mu_z}{\varepsilon_1 \mu_1}} \right) \right]^{1/2} \cos^{1/2} \theta \left[\left(\frac{\mu_{\perp}}{\mu_1} \right)^2 \cos^2 \theta + \frac{\mu_{\perp}}{\mu_z} \sin^2 \theta - \frac{\varepsilon_{\perp} \mu_{\perp}}{\varepsilon_1 \mu_1} \right]^{1/2}}$$

$$\delta = (\sin \theta - \sin \theta_c) \sec \theta_c \quad \theta_c \text{ 为临界角}, \quad \gamma = 2^{1/2} \left(\frac{ikW_r \delta}{2} - \frac{x_r}{W_r} \right),$$

$$\sin \theta_c = \sqrt{\frac{\varepsilon_{\perp} \mu_z}{\varepsilon_1 \mu_1}}, \quad D_{1/2}(\gamma), \text{ 为一抛物柱面函数}^{[16]}.$$

由于 $W_r = W^2 + i2(z_r - x_r \tan \theta) / k$ 中的虚部相对于 W^2 是很小的,因此,我们可以做如下近似,即 $W_r \approx W$, 那么

$$E_{\text{ref}}(x, z) \approx \frac{r(k \sin \theta)}{\pi^{1/2} W} \exp \left[- (x_r / W)^2 \right] \times \ln(1 + e_c) \exp(ikz_r). \quad (24)$$

将 $\ln(1 + e_c)$ 以 x_r / W 为变量进行泰勒展开

$$\ln(1 + e_c) = a_0 + a_1(x_r / W) + a_2(x_r / W)^2 + \alpha(x_r / W)^3 \quad (25)$$

其中 $a_n = \frac{1}{n!} \frac{d^n}{dx} \ln(1 + e_c) \Big|_{\gamma = \gamma_0}$, $\gamma_0 = ikW\delta/\sqrt{2}$. 由于 x_r / W 是一个小量,因此可以忽略(25)式中的高阶项 $\alpha(x_r / W)^3$, 那么可以得到

$$E_{\text{ref}} \approx \frac{r(k \sin \theta)}{\pi^{1/2} W} \exp \left[- \left(\frac{x_r - D}{W} \right)^2 \right] \exp(ikz_r + f), \quad (26)$$

其中 $D = a_1 W / \alpha(1 - a_2)$. 从(26)式中可以看出与 x_r 有关的项都集中在中括号内.因此实际的反射光束相对于几何光束的位移为 $d = \text{Re}(D)$, 即沿 x_r 轴方向的位移.由于 a_2 和 $(kW)^{-1/2}$ 同一量级或更小,因此在求 d 的过程中可以将 a_2 忽略,于是可以得到

$$d \approx \frac{1}{2^{5/4}} \text{Re} \left\{ \left(\frac{W}{k} \right)^{1/2} A(\theta) \frac{e^{i\pi/4} \exp(\gamma_0^2/4) D_{-1/2}(\gamma_0)}{1 + A(\theta) \left[(-\delta)^{1/2} - 2^{1/4} e^{i\pi/4} \frac{\exp(\gamma^2/4)}{(kW)^{1/2}} D_{1/2}(\gamma) \right]} \right\}, \quad (27)$$

而 D 的虚部则对应于反射光束相对于 z_r 轴的偏转角 $\Delta\theta$, 由(26)式可以推导出其表达式为

$$\Delta\theta = \text{tg}^{-1} \frac{2\text{Im}(D)}{\sqrt{\omega^2 \epsilon_1 \mu_1 W^2}}. \quad (28)$$

偏转角 $\Delta\theta$ 对 Goos-Hänchen 位移的影响将另文讨论.

当 $|\gamma_0| = |kW\delta/\sqrt{2}| \ll 1$ 时^[10],

$$\exp(\gamma_0^2/4) D_s(\gamma_0) \approx D_s(0) = \frac{\Gamma(1/2)}{\Gamma[(1-\nu)/2]}, \quad (29)$$

则

$$d \approx \frac{\Gamma(1/4)}{4} \text{Re} \left[\left(\frac{W}{\pi k} \right)^2 A(\theta) \frac{e^{i\pi/4}}{1 - \frac{A(\theta)}{(kW)^2} \{ [\chi\pi]^{1/2} / \Gamma(1/4) \} e^{i\pi/4} (-kW\delta)^2} \right]. \quad (30)$$

如果入射角等于临界角时, 即 $\delta = 0$ 时, 则可以可得到更简化的表达式

$$d \approx \begin{cases} -\frac{\Gamma(1/4)}{2^{3/2}\pi} \{W\lambda\}^{1/2} \frac{\mu_1}{\sqrt{\mu_\perp \mu_z}} \left(\frac{\epsilon_\perp \mu_z}{\epsilon_1 \mu_1 - \epsilon_\perp \mu_z} \right)^{1/4}, & (\mu_\perp < 0, \mu_z < 0, \epsilon_\perp \mu_z < \epsilon_1 \mu_1), \\ \frac{\Gamma(1/4)}{2^{3/2}\pi} \{W\lambda\}^{1/2} \frac{\mu_1}{\sqrt{\mu_\perp \mu_z}} \left(\frac{\epsilon_\perp \mu_z}{\epsilon_1 \mu_1 - \epsilon_\perp \mu_z} \right)^{1/4}, & (\mu_\perp > 0, \mu_z < 0, \epsilon_\perp \mu_z > \epsilon_1 \mu_1). \end{cases} \quad (31)$$

从上面的结果可以看出, 在临界角入射时 Goos-Hänchen 位移是入射光束的束腰半径和入射角的函数. 用同样的方法也可以得到光轴平行于界面的情况, 这里不再赘述.

4. 结 论

从光轴垂直于界面和平行于界面两种情况对单轴各向异性的左手介质表面上的 Goos-Hänchen 位移进行了研究, 从中可以看出, 单轴左手介质表面的 Goos-Hänchen 位移与各向同性左手介质表面的

Goos-Hänchen 位移有很大的差异, 在一定条件下会出现反常的 Goos-Hänchen 位移, 这是各向同性左手介质所不能实现的. 还采用菲涅尔近似的方法给出了在临界角附近的 Goos-Hänchen 位移表达式, 结果表明临界角附近的 Goos-Hänchen 位移是入射光的束腰半径和入射角的函数, 并且给出了临界角入射时 Goos-Hänchen 位移的较为简洁的近似表达式, 这样我们就在整个角度的取值范围内都给出了 Goos-Hänchen 位移的表达式. 根据对称性分析, 本文所给出的结论可以推广到双轴各向异性左手介质情形.

- [1] Goos F, Hänchen H 1947 *Ann. Phys. Lpz.* **1** 333
- [2] Tamir T, Bertoni H L 1971 *J. Opt. Soc. Am.* **61** 1397
- [3] Wild W J, Lee Giles C 1982 *Phys. Rev. A* **25** 2099
- [4] Birman J, Pattanayak D N, Puri A 1983 *Phys. Rev. Lett.* **50** 1664
- [5] Pfliegerhaer E, Marseille A, Weis A 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 2281
- [6] Jost B M, Al-Rashed A A R, Saleh B E A 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 2233
- [7] Smith D R, Padilla W J, Vier D C, Nemt-Nasser S C, Schultz S 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 4184
- [8] Shelby R A, Smith D R, Schultz S 2001 *Science* **292** 77
- [9] Chen L, He S L, Shen L F 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2386 (in Chinese) [陈 龙、何塞灵、沈林放 2003 物理学报 **52** 2386]
- [10] Zhang S, Fan W, Malloy K J, Brueck S R J 2005 *Opt. Exp.* **13** 4922
- [11] Lai H M, Kwok C W 2000 *Phys. Rev. E* **62** 7330
- [12] Berman P R 2002 *Phys. Rev. E* **66** 067603 (Erratum 2005 *Phys. Rev. E* **71** 039903)
- [13] Lakhtakia A 2004 *Int. J. Electron. Commun.* **58** 229
- [14] Hu L, Chui S T 2002 *Phys. Rev. E* **66** 085108
- [15] Shelby R A, Smith D R, Nemt-Nasser S C, Schultz S 2001 *Appl. Phys. Lett.* **78** 489
- [16] Daley P F 2001 *CREWES Research Report* **13** 181
- [17] Shi H Y, Jiang Y Y, Sun X D, Guo R H, Zhao Y P 2005 *Chin. Phys.* **14** 1571

The Goos-Hänchen shift on the surface of uniaxially anisotropic left-handed materials^{*}

Jiang Yong-Yuan[†] Zhang Yong-Qiang Shi Hong-Yan Hou Chun-Feng Sun Xiu-Dong

(*Department of Physics , Harbin Institute of Technology , Harbin 150001 ,China*)

(Received 20 June 2006 ; revised manuscript received 21 August 2006)

Abstract

In this paper , the Goos-Hänchen shift on the interface of uniaxially anisotropic left-handed materials is investigated exhaustively , and the analytical expressions of Goos-Hänchen shift is presented for the cases of the optical axis being perpendicular and parallel to the interface , respectively . Moreover , the conditions for the existence and the sign of Goos-Hänchen shift are determined . Under Fresnel approximation , the expression of Goos-Hänchen shift around the critical angle is obtained , and the result shows that the shift around the critical angle is a function of the beam waist and incident angle . A simple approximate expression of the lateral shift with incident angle equals the critical angle is also presented . Thus , the general expression of Goos-Hänchen shift for any incident angles is obtained .

Keywords : Goos-Hänchen shift , left-handed materials , uniaxially anisotropic , critical angle

PACC : 4225B , 4270Y , 7820P

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60508005) and the Scientific Foundation for Returned Overseas Scholars of Heilongjiang Province (Grant No. LC05C02).

[†] E-mail : jiangyy@hit.edu.cn