第 56 卷 第 2 期 2007 年 2 月
1000-3290/2007/56(02)/0845-09

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.56,No.2,February,2007

一类 q 变形广义相干叠加态的量子统计性质*

任 珉[1] 马爱群[2)3)4)] Muhammad Ashfaq Ahmad[4)]
曾 然[4)] 刘树田[4)†] 马志民[5)]

1)(广州大学工程抗振中心,广州 510405)
2)(黑龙江大学物理科学与技术学院,哈尔滨 150080)
3)(广州大学城建学院,广州 510905)
4)(哈尔滨工业大学应用物理系,哈尔滨 150001)
5)(哈尔滨师范大学呼兰学院物理系,哈尔滨 150050)
(2006 年 5 月 14 日收到;2006 年 8 月 17 日收到修改稿)

研究了一类 q 变形广义相干态叠加态 $|\psi\rangle = a|\beta\rangle + b\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}|\beta\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta}\rangle$ 的量子统计性质,结果表明此种叠加态普遍存在压缩效应和光子反群聚效应。相干态间的位相差,叠加系数的位相差和广义相干态之间内积的幅值和位相的变化对迭加态的压缩效应和反群聚效应起着重要的作用。

关键词:q 变形,广义相干态,压缩效应,反群聚效应
PACC:4250,0530,0365

1.引 言

Glauber 相干态理论的建立有力地推动了量子光学的发展[1].光的相干性理论已成为量子光学的基础,也是现代物理学中的一个重要研究领域.相干态表象可以方便地解决诸多量子力学问题,相干态的线性和非线性叠加及 q 变形叠加态也已经成为制备具有不同性质的量子态光场的重要方法[2—12].

量子态光场的压缩和反聚束等非经典效应在量子信息领域具有重要应用价值.非经典光场是构成量子纠缠的一个重要渠道,从而利用量子光学系统可以实现量子信息处理[13,14].利用 q 变形非简谐振子相干态的叠加是构成非经典光场的一个重要途径.近年来人们提出了 q 变形非谐振子的广义相干态[15],进而对 q 变形非简谐振子广义奇偶相干态进行了研究[16].最近有人构造了 q 变形非简谐振子相干态的叠加态 $\frac{1}{\sqrt{N}}[|\beta\rangle + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}|\beta\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta}\rangle]$,并对其压缩特性以及量子统计特性进行了研究[17,18].本文给出了一类具有普遍意义的 q 变形非简谐振子广义相干态的叠加态,并研究了其一般的压缩效应和反聚束效应.

2.q 变形非简谐振子广义相干态及其一类叠加态

非简谐振子哈密顿算符的无量纲形式为[7]

$$H = -\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} + \frac{1}{2}x^2 + \frac{A}{2x^2}, A > 0, \tag{1}$$

与之相对应的自然坐标算符和自然动量算符为

$$Q = x^2 - H, P = \frac{1}{2\mathrm{i}}\left(x\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}x\right), \tag{2}$$

它满足对易关系:

$$\begin{aligned}&[H,Q] = -2\mathrm{i}P, [H,P] = 2\mathrm{i}Q,\\&[Q,P] = 2\mathrm{i}H.\end{aligned} \tag{3}$$

引入相应的湮没和产生算符:

$$a = \frac{1}{2}(Q + \mathrm{i}P), a^+ = \frac{1}{2}(Q - \mathrm{i}P), \tag{4}$$

它满足对易关系:

$$\begin{aligned}&[H,a] = -2a, [H,a^+] = 2a^+,\\&[a,a^+] = H.\end{aligned} \tag{5}$$

根据文献[15],引入 q 变形的湮没和产生算符

$$a_q = a\varphi(N), a_q^+ = \varphi(N)a^+, \tag{6}$$

* 哈尔滨师范大学科研基金(批准号:KM2006-29)资助的课题.
† 通讯联系人.E-mail:stliu@hit.edu.cn

$\varphi(N)=\sqrt{\frac{[N][N+2K-1]}{N(N+2K-1)}}$，式中 $N=\frac{1}{2}H-K$ 为粒子数算符，$K=\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{2A+\frac{1}{4}}\right)$，$[X]=\frac{qX-1}{q-1}$，$q\in[0,1]$.

q 变形算符空间的对易关系式为

$$[a_q,a_q^+]=a_qa^+-qa^+\ a_q=[2N+2K],$$
$$[N,a^+]=+\ a_q^+,[N,a_q]=-\ a_q. \tag{7}$$

作用于 Fock 态$|n\rangle$的结果为

$$N|n\rangle=n|n\rangle,$$
$$a_q|n\rangle=\sqrt{[n][n+2k-1]}\,|n-1\rangle,$$
$$a_q^+|n\rangle=\sqrt{[n+1][n+2k]}\,|n+1\rangle. \tag{8}$$

q 变形到非简谐振子的广义相干态为

$$|\beta\rangle_q=|F_q(|\beta|)|^{-\frac{1}{2}}\times\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\beta^n}{\sqrt{[n]![2k]_n}}|n\rangle, \tag{9}$$

其中 $F_q(X)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{X^{2n}}{[n]![2k]_n}$，$[n]!=[n][n-1]\cdots[2][1]$，$[X]_n=[X][X+1]\cdots[X+n-1]$，$\beta=r\exp(\mathrm{i}\phi)$.

最普遍的一类 q 变形非简谐振子广义相干态叠加态的定义为

$$|\psi\rangle=a|\beta\rangle+b\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi}|\beta\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta}\rangle, \tag{10}$$

其中 a,b,β 均为实数，定义

$$G=\langle\beta|\beta\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta}\rangle=|G|\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda}, \tag{11}$$

其归一化条件为

$$a^2+b^2+2ab|G|\cos(\varphi+\lambda)=1. \tag{12}$$

3. 一类 q 变形非简谐振子广义相干态的叠加态的一般压缩特性

3.1. 一般性压缩的意义

q 变形非简谐振子叠加态光场复振幅的两个正交分量分别为

$$X_1=\frac{1}{2}(a^++a),$$
$$X_2=\frac{1}{2\mathrm{i}}(a-a^+). \tag{13}$$

相应的对易关系和测不准关系为

$$[X_1,X_2]=\frac{\mathrm{i}}{2}[a,a^+], \tag{14a}$$

$$\langle\Delta X_1^2\rangle\langle\Delta X_2^2\rangle=\left\{\frac{1}{4}[a,a^+]\right\}^2. \tag{14b}$$

如果

$$\langle\Delta X_1^2\rangle-\frac{1}{4}\langle[a,a^+]\rangle$$
$$=\frac{1}{4}[2\langle a^+a\rangle+\langle a^2+a^{+2}]\rangle$$
$$-\langle(a+a^+)\rangle^2]\equiv\Delta X_1<0, \tag{15a}$$

或者

$$\langle\Delta X_2^2\rangle-\frac{1}{4}\langle[a,a^+]\rangle$$
$$=\frac{1}{4}[2\langle a^+a\rangle-\langle a^2+a^{+2}\rangle$$
$$+\langle(a^+-a)\rangle^2]\equiv\Delta X_2<0. \tag{15b}$$

则称光场在 X_1 分量上存在二阶压缩效应或称光场在 X_2 分量上存在二阶压缩效应，那么存在一般压缩效应.

由(10)式可算出

$$\langle\psi|a^+a|\psi\rangle=\beta^2[a^2+b^2+2ab|G|\times\cos(\varphi+\lambda+\delta)], \tag{16a}$$

$$\langle\psi|(a^++a)|\psi\rangle=\beta\{2a^2+2b^2\cos\delta+2ab|G|[\cos(\varphi+\lambda)+\cos(\varphi+\lambda+\delta)]\}, \tag{16b}$$

$$\langle\psi|(a^{+2}+a^2)|\psi\rangle=\beta^2\{2a^2+2b^2\cos\delta+2ab|G|[\cos(\varphi+\lambda)+\cos(\varphi+\lambda+2\delta)]\}, \tag{16c}$$

$$\langle\psi|(a^+-a)|\psi\rangle=-\mathrm{i}\beta[2ab|G|\sin(\varphi+\lambda+\delta)-2ab|G|\sin(\varphi+\lambda)+2b^2\sin\delta]. \tag{16d}$$

那么

$$\Delta X_1=\frac{1}{4}\beta^2\Big\{2a^2+2b^2+4ab|G|\cos(\varphi+\lambda+\delta)+2a^2+2b^2\cos2\delta+2ab|G|\times[\cos(\varphi+\lambda)+\cos(\varphi+\lambda+2\delta)]-\Big[2a^2+2b^2\cos\delta+2ab|G|\times[\cos(\varphi+\lambda)+\cos(\varphi+\lambda+\delta)]\Big]^2\Big\}, \tag{17a}$$

$$\Delta X_2=\frac{1}{4}\beta^2\Big\{2a^2+2b^2+4ab|G|\cos(\varphi+\lambda+\delta)-2a^2-2b^2\cos2\delta-2ab|G|\times[\cos(\varphi+\lambda)+\cos(\varphi+\lambda+2\delta)]-\Big[2ab|G|\sin(\varphi+\lambda+\delta)-2ab|G|\sin(\varphi+\lambda)+2b^2\sin\delta\Big]^2\Big\}. \tag{17b}$$

3.2. 当 $\varphi+\lambda=0$ 时，叠加态存在压缩的条件

3.2.1. $\delta=\frac{\pi}{2}$ 时不存在压缩

将 $\delta=\frac{\pi}{2}$ 代入(17a)式可得

$$\Delta X_1 = \beta^2 a^2 b^2(1-|G|^2). \tag{18a}$$

显然由于 $|G|\leqslant 1$，$\Delta X_1\geqslant 0$，即 X_1 分量不存在压缩.

同样将 $\delta=\frac{\pi}{2}$ 代入(17b)式可得

$$\Delta X_2 = \beta^2 a^2 b^2(1-|G|^2), \tag{18b}$$

此时 $\Delta X_2>0$，即 X_2 分量不存在压缩.

3.2.2. $\delta=\pi$ 时压缩存在的条件

将 $\delta=\pi$ 代入(17a)可得

$$\Delta X_1 = \beta^2[a^2+b^2-(a^2-b^2)^2]. \tag{19a}$$

令 $a^2=1+3b^2$，那么

$$\Delta X_1 = -4\beta^2 b^4. \tag{19a-1}$$

将 $a^2=1+3b^2$ 代入 $a^2+b^2+2ab|G|=1$ 有 $|G|=\frac{4b^2}{1+3b^2}$. 只要 $|b|<1$，$|G|<1$ 满足归一化条件，因而在 $a^2=1+3b^2$ 时，$|b|<1$，$\Delta X_1<0$ 此时 X_1 分量有压缩.

对于普遍情况，由(19a)式联立归一化条件(12)式，可以画出当 $|G|$ 取不同值时 $\Delta X_1/\beta^2$ 随 b 的变化关系曲线，见图 1. 图 1 中的实线和虚线分别对应于参数 b 两种可能取值时情形(由归一化条件决定). 可以看出随着 $|G|$ 的增大将出现 X_1 分量上的压缩效应. 在 $|G|=0.6$ 到 $|G|=0.7$ 之间某点之后出现压缩，且压缩的区域逐渐增大.

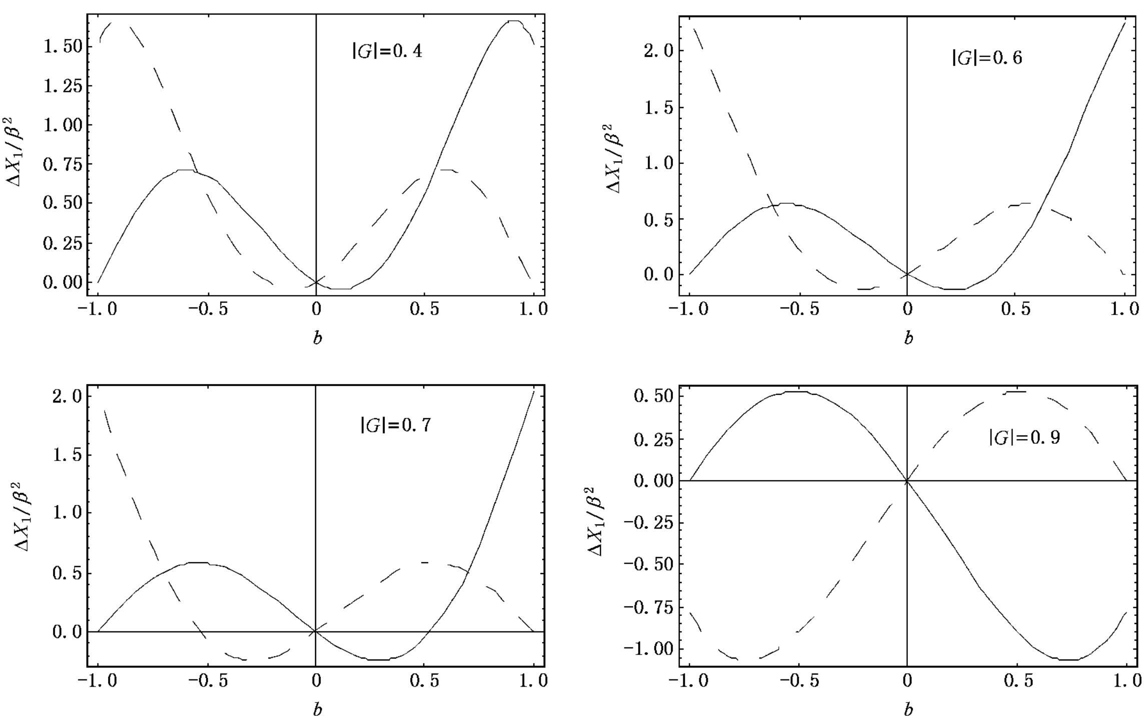

图 1　$\varphi+\lambda=0$，$\delta=\pi$ 时 X_1 分量的压缩效应，当 $|G|$ 取不同值时 $\Delta X_1/\beta^2$ 随 b 的关系曲线

将 $\delta=\pi$ 代入(17b)可得

$$\Delta X_2 = -2ab|G|\beta^2. \tag{19b}$$

所以只要 a，b 同号时就有 $\Delta X_2<0$，即 X_2 分量存在压缩.

3.2.3. 当 $\delta=\frac{\pi}{4}$ 时压缩存在的条件

将 $\delta=\frac{\pi}{4}$ 代入(17a)和(17b)，我们可以得到

$$\Delta X_1 = \frac{1}{4}\beta^2\{4-2b^2-(6-2\sqrt{2})ab|G| - [2-(2-\sqrt{2})b^2 - (2-\sqrt{2})ab|G|]^2\}, \tag{20a}$$

$$\Delta X_2 = \frac{1}{2}\beta^2[(\sqrt{2}-1)ab|G| - a^2b^2|G|^2+a^2b^2]. \tag{20b}$$

由方程(20a)联立归一化条件，可以画出取不同值 $|G|$ 时 $\Delta X_1/\beta^2$ 随 b 的关系曲线，如图 2. 图中的实线和虚线和图 1 中的实线和虚线具有相同的含义，下文各图中也相同. 从图 2 中可以看出，随着参数 $|G|$

的增大将出现 X_1 分量的压缩效应，在 $|G|=0.1$ 到 $|G|=0.2$ 之间某点之后出现压缩，且压缩的区域逐渐增大. 同样联立方程(20b)和归一化条件，可以看出随着 $|G|$ 的增大，将会出现在 X_2 分量上的压缩效应. 压缩出现在 $|G|=0.6$ 和 $|G|=0.7$ 之间，见图 3.

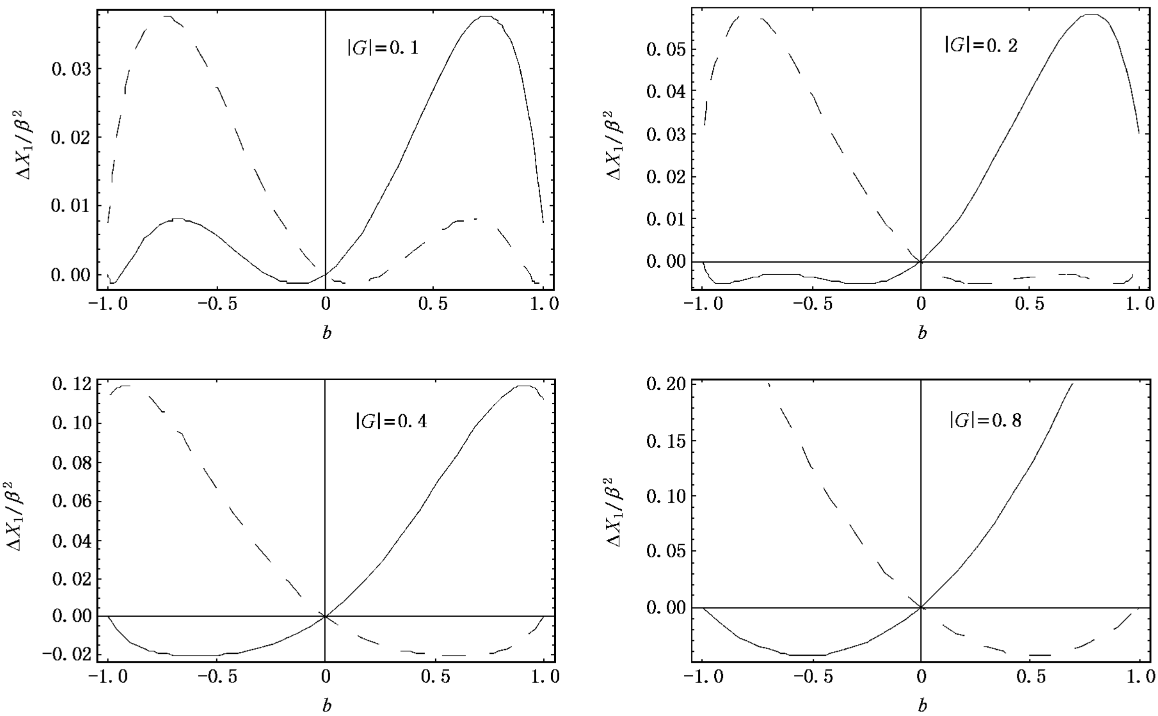

图 2　$\varphi+\lambda=0$，$\delta=\pi/4$ 时 X_1 分量的压缩效应，当 $|G|$ 取不同值时 $\Delta X_1/\beta^2$ 随 b 的关系曲线

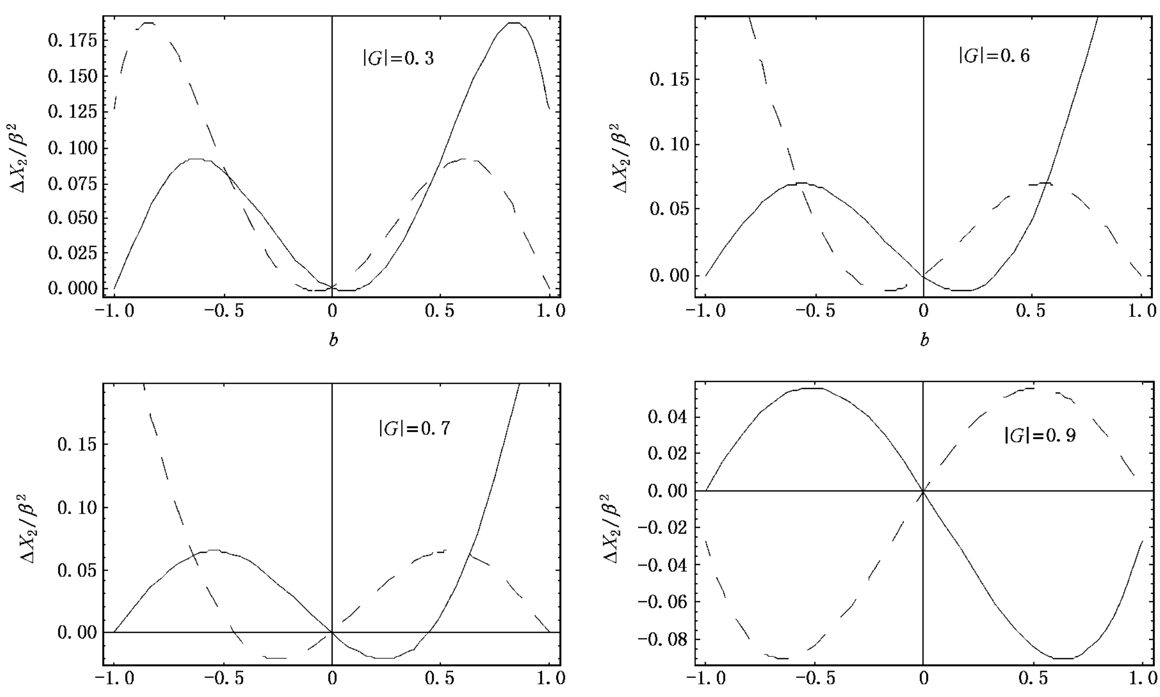

图 3　$\varphi+\lambda=0$，$\delta=\pi/4$ 时 X_2 分量的压缩效应，当 $|G|$ 取不同值时 $\Delta X_2/\beta^2$ 随 b 的关系曲线

3.3. 当 $\varphi+\lambda=\frac{\pi}{2}$ 时，叠加态存在压缩的条件

3.3.1. 当 $\delta=\frac{\pi}{2}$ 时压缩存在的条件

将 $\delta=\frac{\pi}{2}$ 代入(17a)可得

$$\Delta X_1 = \beta^2 ab(a-b|G|)(b+a|G|). \tag{21a}$$

当 $a>0$，$b>0$ 时，只要 $a-b|G|<0$ 时，$\Delta X_1<0$，即 X_1 分量存在压缩；当 $a<0$，$b<0$ 时，只要 $a-b|G|>0$ 时，$\Delta X_1<0$，即 X_1 分量存在压缩. 当 $a>0$，$b<0$ 时，只要 $b+a|G|>0$ 时，$\Delta X_1<0$，即 X_1 分量存在压缩. 当 $a<0$，$b>0$ 时，只要 $b+a|G|<0$ 时，$\Delta X_1<0$，即 X_1 分量存在压缩.

将 $\delta=\frac{\pi}{2}$ 代入(17b)可得

$$\Delta X_2 = \beta^2 ab(b-a|G|)(a+b|G|). \tag{21b}$$

当 $a>0$，$b>0$ 时，只要 $b-a|G|<0$ 时，$\Delta X_2<0$，即 X_2 分量存在压缩；当 $a<0$，$b<0$ 时，只要 $b-a|G|>0$ 时，$\Delta X_2<0$，即 X_2 分量存在压缩. 当 $a>0$，$b<0$ 时，只要 $a+b|G|<0$ 时，$\Delta X_2<0$，即 X_2 分量存在压缩. 当 $a<0$，$b>0$ 时，只要 $a+b|G|>0$ 时，$\Delta X_2<0$，即 X_2 分量存在压缩.

3.3.2. 当 $\delta=\pi$ 时压缩存在的条件

将 $\delta=\pi$ 代入(17a)可得

$$\Delta X_1 = \beta^2[a^2+b^2-(a^2-b^2)^2], \tag{22a}$$

此时归一化条件变为 $a^2+b^2=1$，因此有，$\Delta X_1=4\beta^2a^2b^2>0$，即 X_1 分量始终不存在压缩.

将 $\delta=\pi$ 代入(17b)可得

$$\Delta X_2 = -4\beta^2a^2b^2|G|^2, \tag{22b}$$

显然 $\Delta X_2<0$，即 X_2 分量始终存在压缩.

3.3.3. $\delta=\frac{\pi}{4}$ 时压缩存在的条件

将 $\delta=\frac{\pi}{4}$ 代入(17a)式和(17b)式得到

$$\Delta X_1 = \frac{1}{4}\beta^2\Big\{4a^2+2b^2-2(\sqrt{2}+1)ab|G| - [2a^2+\sqrt{2}b^2-\sqrt{2}ab|G|]^2\Big\}, \tag{23a}$$

$$\Delta X_2 = \frac{1}{4}\beta^2\Big\{2b^2+2(1-\sqrt{2})ab|G| - [\sqrt{2}b^2+ab|G|(\sqrt{2}-2)]^2\Big\}. \tag{23b}$$

将(23a)和(23b)式分别与归一化条件联立，我们可以数值给出 $|G|$ 取不同值时 $\Delta X_1/\beta^2$ 和 $\Delta X_2/\beta^2$ 系数 b 的关系曲线. 在 $|G|=0.1$ 到 $|G|=0.2$ 之间某点之后，X_1 分量将出现压缩并逐渐增大压缩量，如图 4 所示. 而 $|G|=0.7$ 到 $|G|=0.8$ 之间某点之后，X_2 分量将出现压缩并逐渐增大压缩量，见图 5.

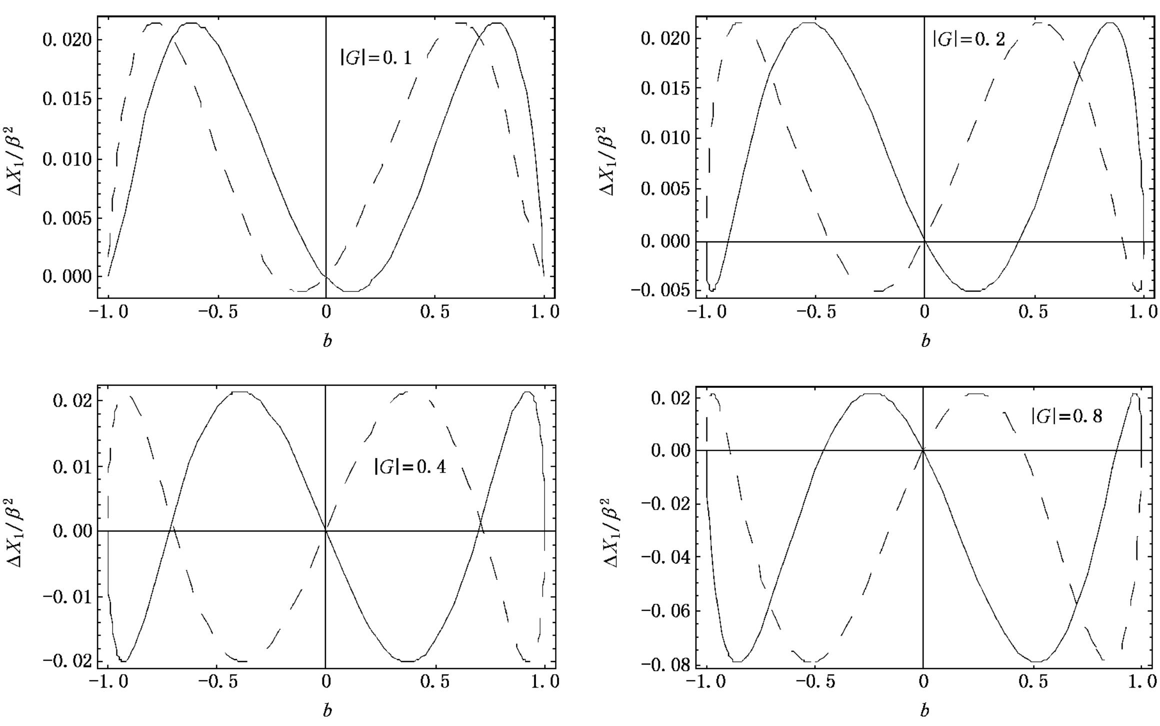

图 4　$\varphi+\lambda=\pi/2$，$\delta=\pi/4$ 时 X_1 分量的压缩效应，当 $|G|$ 取不同值时 $\Delta X_1/\beta^2$ 随 b 的关系曲线

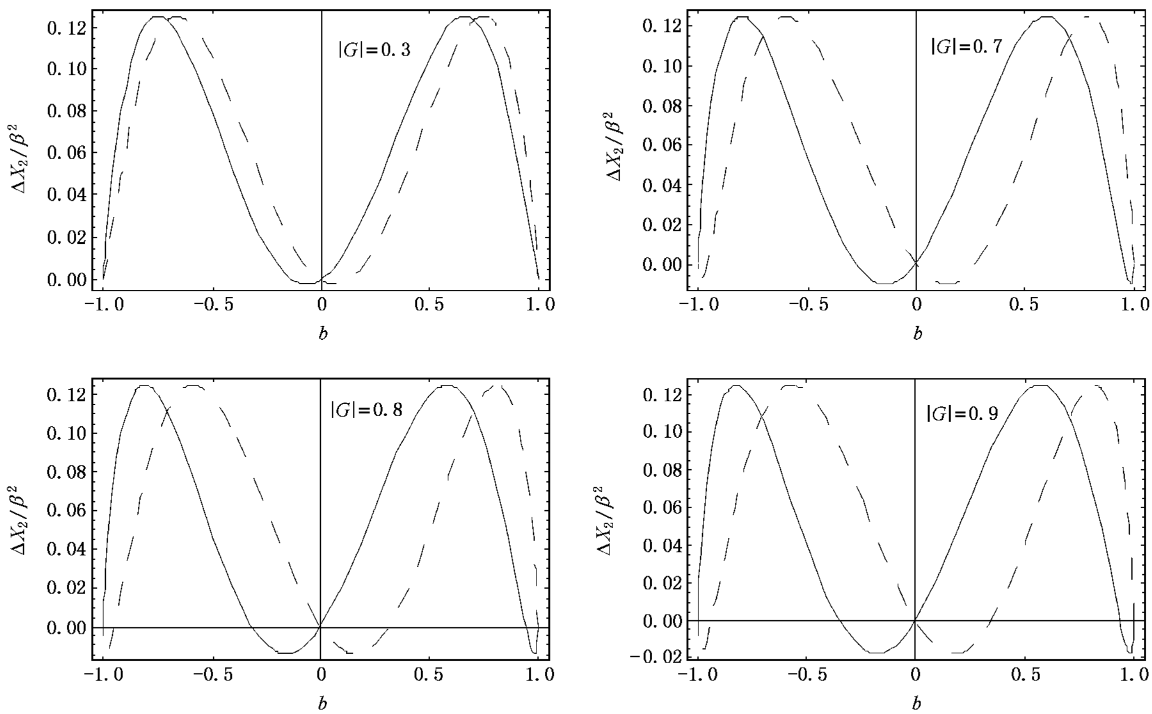

图 5 $\varphi+\lambda=\pi/2$，$\delta=\pi/4$ 时 X_2 分量的压缩效应，当$|G|$取不同值时 $\Delta X_2/\beta^2$ 随 b 的关系曲线

3.4. 当 $\varphi+\lambda=\dfrac{\pi}{4}$ 压缩存在的条件

3.4.1. $\delta=\dfrac{\pi}{2}$ 时压缩存在的条件

将 $\varphi+\lambda=\dfrac{\pi}{4}$，$\delta=\dfrac{\pi}{2}$ 代入(17a)式，且 $a^2+b^2+\sqrt{2}ab|G|=1$，我们得到

$$\Delta X_1=\frac{1}{4}\beta^2(6a^2+2b^2-2-4a^4),\tag{24a}$$

令 $a^2=1+b^2$，则有

$$\Delta X_1=-4\beta^2b^4.\tag{24b}$$

只要$|b|\neq0$，则有 $\Delta X_1<0$，因 a，b 要满足 $a^2+b^2+\sqrt{2}ab|G|=1$，所以将 $a^2=1+b^2$ 代入此式，有$|G|^2=\dfrac{2b^2}{1+b^2}$，当$|b|<1$ 时，$|G|<1$. 因而在 $a^2=1+b^2$，$|b|<1$ 时，$\Delta X_1<0$，即分量 X_1 始终存在压缩.

对于普遍情况，由(24a)并归一化条件可以数值得到$|G|$取不同值时 $\Delta X_1/\beta^2$ 随 b 的依赖关系，见图 6. 随着参数$|G|$的增大，将会在$|G|=0.4$—0.5 之间某点之后出现压缩效应，且压缩区域逐渐增大.

将 $\delta=\dfrac{\pi}{2}$ 代入(17b)可得

$$\Delta X_2=\frac{1}{4}\beta^2(6b^2+2a^2-2-4b^4).\tag{25}$$

(25)式与(24)式在参量 a，b 上对称，故讨论从略.

3.4.2. $\delta=\pi$ 时压缩存在的条件

将 $\delta=\pi$ 代入(17a)中可得

$$\Delta X_1=\beta^2[a^2+b^2-(a^2-b^2)^2].\tag{26a}$$

可见在 $a^2=1+3b^2$，$|G|<1$ 时，$\Delta X_1<0$，此时 X_1 分量存在压缩(见 3.2.2).

将 $\delta=\pi$ 代入(17b)中可得

$$\Delta X_2=-\beta^2\sqrt{2}ab|G|[1+\sqrt{2}ab|G|].\tag{26b}$$

由(26b)可见，只要 a，b 同号，$\Delta X_2<0$，此时 X_2 分量存在压缩.

3.4.3. $\delta=\dfrac{\pi}{4}$ 时压缩存在的条件

将 $\delta=\dfrac{\pi}{4}$ 代入(17a)式和(17b)式，并注意到 $a^2+b^2+\sqrt{2}ab|G|=1$，我们有

$$\Delta X_1=\frac{1}{4}\beta^2\Big\{4a^2+2b^2-[1+a^2+(\sqrt{2}-1)b^2]^2\Big\},\tag{27a}$$

以及

$$\Delta X_2=\frac{1}{4}\beta^2\Big\{2b^2-[(\sqrt{2}-1)\times(1-a^2)+b^2]^2\Big\}.\tag{27b}$$

数值结果表明,随着参数$|G|$的增大,X_1 分量将在$|G|=0.1$—0.2 之间某点之后出现压缩效应,见图7.但是对于分量 X_2,无论$|G|$取何值,都不会有压缩.

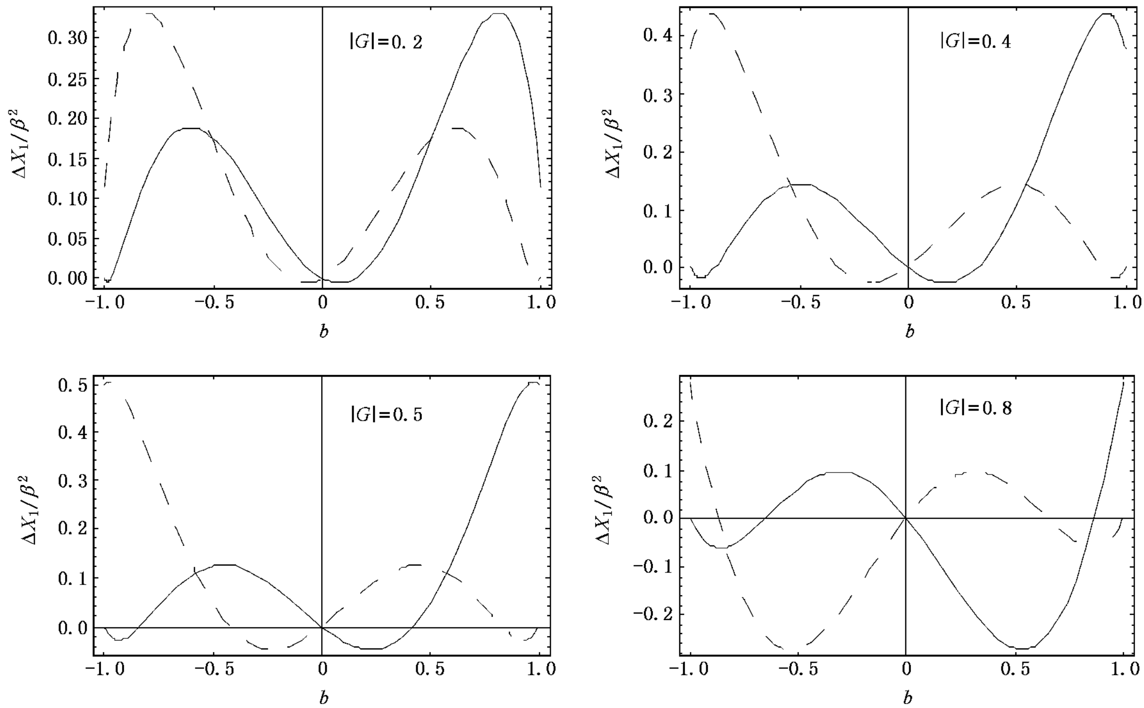

图 6　$\varphi+\lambda=\pi/4,\delta=\pi/2$ 时 X_1 分量的压缩效应,当$|G|$取不同值时 $\Delta X_1/\beta^2$ 随 b 的关系曲线

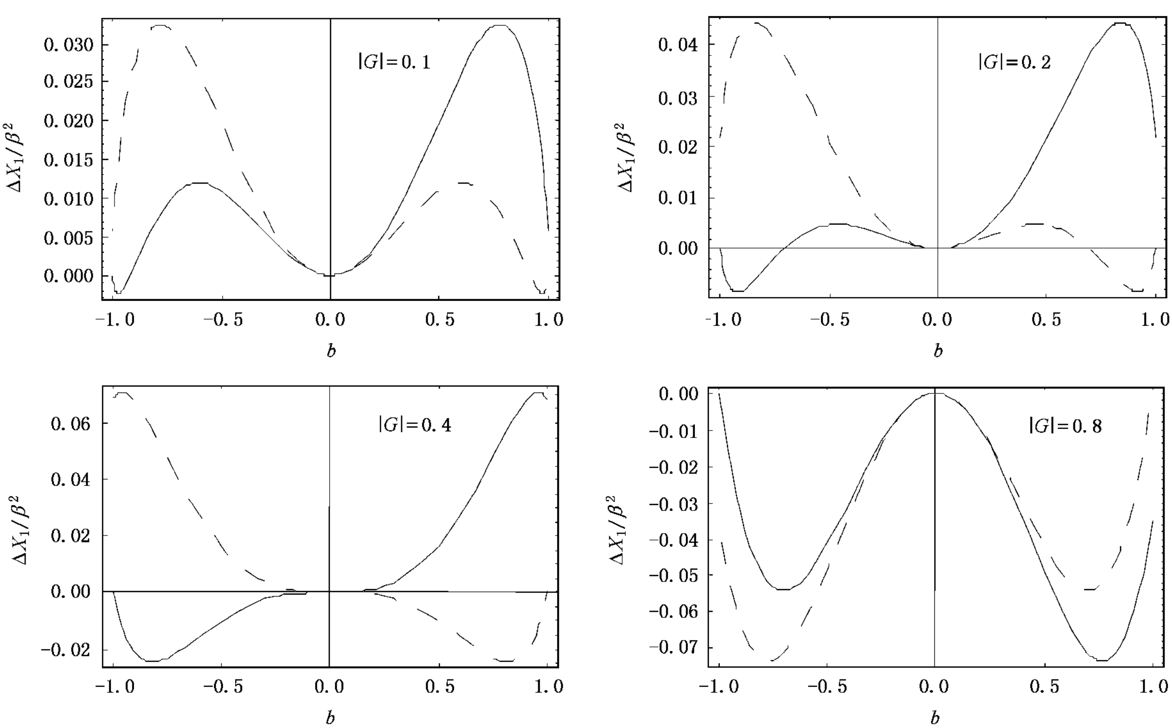

图 7　$\varphi+\lambda=\pi/4,\delta=\pi/4$ 时 X_1 分量的压缩效应,当$|G|$取不同值时 $\Delta X_1/\beta^2$ 随 b 的关系曲线

4. q 变形广义相干态叠加态的反聚束效应

对于 q 变形广义相干态的叠加态 $|\psi\rangle = a|\beta\rangle + b\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}|\beta\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta}\rangle$ 有

$$\langle\psi|a^{+2}a^2|\psi\rangle = \beta^4[a^2 + b^2 + 2ab|G| \times \cos(\varphi + \lambda + 2\delta)], \quad (28a)$$

$$\langle\psi|a^+ a|\psi\rangle = \beta^2[a^2 + b^2 + 2ab|G| \times \cos(\varphi + \lambda + \delta)]. \quad (28b)$$

在普遍意义下光场二阶相关函数 $g^{(2)}(0)$ 定义为

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle\psi|a^{+2}a^2|\psi\rangle}{\langle\psi|a^+ a|\psi\rangle^2}. \quad (29)$$

若 $g^{(2)}(0) < 1$,则光子是反群聚的,此时光场具有非经典效应.利用(28)式可有

$$g^{(2)}(0) = \frac{a^2 + b^2 + 2ab|G|\cos(\varphi + \lambda + 2\delta)}{[a^2 + b^2 + 2ab|G|\cos(\varphi + \lambda + \delta)]^2}. \quad (30)$$

若取 $\varphi + \lambda = 0$,且 $a^2 + b^2 + 2ab|G| = 1$,则有

$$g^{(2)}(0) = \frac{1 - 2ab|G|(1 - \cos 2\delta)}{[1 - 2ab|G|(1 - \cos 2\delta)]^2}. \quad (31a)$$

分析(31a)可知,只要 a, b 异号且

$$2(1 - \cos\delta) > 1 - \cos(2\delta), \quad (31b)$$

则必有 $g^{(2)}(0) < 1$.因此只要 a, b 异号,$\cos\delta < 0$(即 δ 取二四象限内的值),$g^{(2)}(0) < 1$,即光场存在反聚束效应.

若取 $\varphi + \lambda = \frac{\pi}{2}$,此时 $a^2 + b^2 = 1$,则有

$$g^{(2)}(0) = \frac{1 - 2ab|G|\sin 2\delta}{(1 - 2ab|G|\sin\delta)^2}, \quad (32)$$

若 a, b 同号,则只要 $\sin\delta < 0$,$\sin 2\delta < 0$,则 $g^{(2)}(0) < 1$ 显然只要 δ 取第四象限的值,$g^{(2)}(0) < 1$ 若 a, b 异号,只要 $\sin\delta > 0$,$\sin 2\delta > 0$,则 $g^{(2)}(0) < 1$,显然只要 δ 取第一象限的值,$g^{(2)}(0) < 1$.

若取 $\varphi + \lambda = \frac{\pi}{4}$,且 $a^2 + b^2 + \sqrt{2}ab|G| = 1$,则有

$$g^{(2)}(0) = \frac{a^2 + b^2 + 2ab|G|\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2\delta\right)}{\left[a^2 + b^2 + 2ab|G|\cos\left(\frac{\pi}{4} + \delta\right)\right]^2}. \quad (33)$$

当 $\delta = \pi$ 时,有

$$g^{(2)}(0) = \frac{1}{(1 - 2\sqrt{2}ab|G|)^2}, \quad (34)$$

此时只要 a, b 异号,$g^{(2)}(0) < 1$,即存在反聚束效应.而当 $\delta = \frac{\pi}{2}$ 时

$$g^{(2)}(0) = \frac{1}{1 - 2\sqrt{2}ab|G|}, \quad (35)$$

只要 a, b 异号,$g^{(2)}(0) < 1$,即光场存在反聚束效应.当 $\delta = \frac{\pi}{4}$ 时

$$g^{(2)}(0) = \frac{a^2 + b^2 - \sqrt{2}ab|G|}{(a^2 + b^2)^2} = \frac{1 - 2\sqrt{2}ab|G|}{1 - 2\sqrt{2}ab|G| + 2a^2b^2|G|^2} < 1, \quad (36)$$

显然只要 a, b 异号,即 $1 - 2\sqrt{2}ab|G| > 0$,光场即存在反聚束效应.

5. 结 论

对具有一定普遍意义的 q 变形非简谐振子的广义相干态叠加态 $|\psi\rangle = a|\beta\rangle + b\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}|\beta\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta}\rangle$ 的量子统计性质进行了研究.结果表明此种叠加态普遍存在压缩效应和光子反群聚效应.当广义相干态间的位相差 δ,叠加系数的位相差 φ,广义相干态之间内积位相 λ 以及绝对值 $|G|$ 在一定范围内取值时,叠加态便会存在压缩效应或者反群聚效应,并且压缩区域随着 $|G|$ 的增大而增大.

[1] Glauber R J 1963 *Phys*. *Rev*. **130** 2529

[2] Janszky J, Domokos P, Adam P 1993 *Phys*. *Rev*. A **48** 2213

[3] Kowalski K, Rembielinski J 2004 *J*. *Phys*. A: *Math*. *Gen*. **37** 11447

[4] Wei L F, Xi D P 2000 *Chin*. *Phys*. **9** 586

[5] Dong C H 1992 *Acta Phys*. *Sin*. **41** 428 (in Chinese) [董传华 1992 物理学报 **41** 428]

[6] Lu H, Guo G C 1999 *Acta Phys*. *Sin*. **48** 1644 (in Chinese) [路洪、郭光灿 1999 物理学报 **48** 1644]

[7] Ni Z X 1997 *Acta Phys*. *Sin*. **46** 1687 (in Chinese) [倪致祥 1997 物理学报 **46** 1687]

[8] Wang Z Q 2001 *Acta Phys*. *Sin*. **50** 690 (in Chinese) [汪仲清 2001 物理学报 **50** 690]

[9] Wang J S, Feng J, Liu T K, Zhan M S 2002 *Acta Phys*. *Sin*. **51** 2509 (in Chinese) [王继锁、冯 健、刘堂昆、詹明生 2001 物理学报 **51** 2509]

[10] Lu H, Guo G C 1999 *Acta Phys*. *Sin*. **48** 1433 (in Chinese) [路洪、郭光灿 1999 物理学报 **48** 1433]

[11] Tao M X, Lu H, She W L 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1996 (in Chinese) [陶孟仙、路 洪、佘卫龙 2002 物理学报 **51** 1996]

[12] Ji Y H 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 332 (in Chinese) [嵇英华 2003 物理学报 **52** 332]

[13] You J, Li J H, Xie X T 2005 *Chin. Phys.* **14** 1329

[14] Cai X H, Guo J R, Nie J J, Jia J P 2006 *Chin. Phys.* **15** 488

[15] Xu Z W 1999 *High Energy Phys. and Nucl. Phys.* **23** 436 (in Chinese) [徐子 1999 高能物理与核物理 **23** 436]

[16] Wang J S, Liu T K, Zhan M S 2001 *High Energy Phys. and Nucl. Phys.* **25** 11 (in Chinese) [王继锁、刘堂昆、詹明生 2001 高能物理与核物理 **25** 11]

[17] Liang M L, Yuan B 2002 *High Energy Phys. and Nucl. Phys.* **26** 900 (in Chinese) [梁麦林、袁 兵 2002 高能物理与核物理 **26** 900]

[18] Lu D M 2003 *High Energy Phys. and Nucl. Phys.* **27** 571 (in Chinese) [卢道明 2003 高能物理与核物理 **27** 571]

The quantum statistical properties of a class of superposed q-deformed generalized coherent states*

Ren Min[1)] Ma Ai-Qun[2)3)4)] Muhammad Ashfaq Ahmad[4)]
Zeng Ran[4)] Liu Shu-Tian[4)†] Ma Zhi-Min[5)]

1) (*Earthquake Engineering Research & Test Center, Guangzhou University, Guangzhou* 510405, *China*)
2) (*Physics Science and Technology School, Heilongjiang University, Harbin* 150080, *China*)
3) (*City Construction College, Guangzhou University, Guangzhou* 510905, *China*)
4) (*Department of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin* 150001, *China*)
5) (*Department of Physics of Hulan School, Harbin Normal University, Harbin* 150050, *China*)

(Received 14 May 2006; revised manuscript received 17 August 2006)

Abstract

In this paper, the quantum statistical properties of a class of superposed q-deformed generalized coherent states $|\psi\rangle = a|\beta\rangle + b\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}|\beta\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta}\rangle$ are studied. The results show that the superposition of q-deformed coherent generalized states generally exhibits squeezing and anti-bunching effects. The change of the phase difference between two generalized coherent states, the phase difference between two superposition coefficients, and both the amplitude and phase of the inner product of two generalized coherent states play important roles in squeezing effect and anti-bunching effect.

Keywords: q-deformed, generalized coherent state, squeezing effect, anti-bunching effect
PACC: 4250, 0530, 0365

* Project supported by the Scientific Research Foundation of Harbin Normal University, China (Grant No. KM2006-29).

† Corresponding author. E-mail: stliu@hit.edu.cn